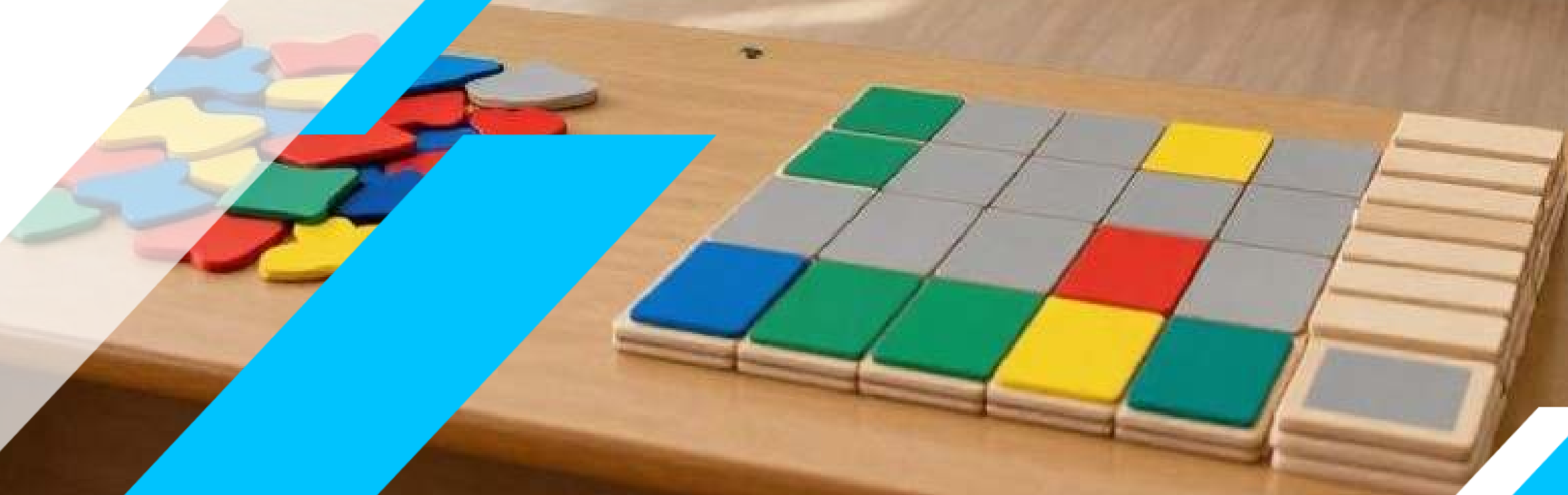


# **Решение уравнений, сводящихся к линейным: зачем это нужно**

Сложное уравнение можно упростить до привычного линейного вида.



# ***Где встречаются такие уравнения и зачем их изучать***

Эта тема помогает решать уравнения со скобками, дробями и неизвестным в обеих частях, а также применять алгебру в задачах на цену, время, расстояние и количество.



# Линейное уравнение как основа решения

1

## Общий вид

Линейное уравнение содержит неизвестное только в первой степени и обычно записывается как  $ax+b=0$ , где  $a$  и  $b$  — числа, а  $x$  — искомое значение.

2

## Когда есть ответ

Если коэффициент при  $x$  не равен нулю, уравнение имеет единственный корень, который можно найти обычными вычислениями после преобразования к простому виду.

3

## Особые случаи

При  $a=0$  и  $b\neq 0$  решений нет, потому что получается неверное равенство. При  $a=0$  и  $b=0$  верны все значения  $x$ , значит, решений бесконечно много.

# Что значит «сводится к линейному уравнению»

## Одна неизвестная

После преобразований в уравнении остаётся только одно неизвестное и только в первой степени, поэтому его уже можно решать как линейное.

## Сохранение решений

Каждое преобразование должно быть равносильным: оно не должно добавлять лишние корни и не должно терять правильные ответы.

## Полезные преобразования

К нужному виду приводят раскрытие скобок, приведение подобных слагаемых, перенос членов уравнения и умножение на общий знаменатель.

## Цель шага

Если уравнение удалось свести к линейному, дальнейшее решение становится коротким, понятным и почти всегда сводится к одному вычислению.

# Общий алгоритм решения

*Последовательность действий от исходного уравнения до проверки ответа*

# Раскрытие скобок и приведение подобных слагаемых

1

## Раскрытие скобок

При раскрытии скобок используют distributive property: множитель перед скобками умножают на каждое слагаемое внутри, внимательно следя за знаками и порядком действий.

2

## Сбор одинаковых членов

После раскрытия скобок одинаковые слагаемые объединяют: коэффициенты при  $x$  складывают между собой, а числа приводят к одному результату, чтобы уравнение стало короче.

3

## Переход к простому виду

Именно этот шаг часто убирает лишнюю громоздкость и превращает выражение с несколькими действиями в обычное линейное уравнение, готовое к решению.

# Уравнения с дробями и общий знаменатель

## Зачем умножать

Умножение обеих частей на общий знаменатель избавляет от дробей и делает уравнение заметно проще для вычислений и преобразований.

## Сохраняем ограничения

Перед умножением важно отметить знаменатели и помнить, что они не могут быть равны нулю, иначе можно потерять правильные ограничения.

## Проверяем результат

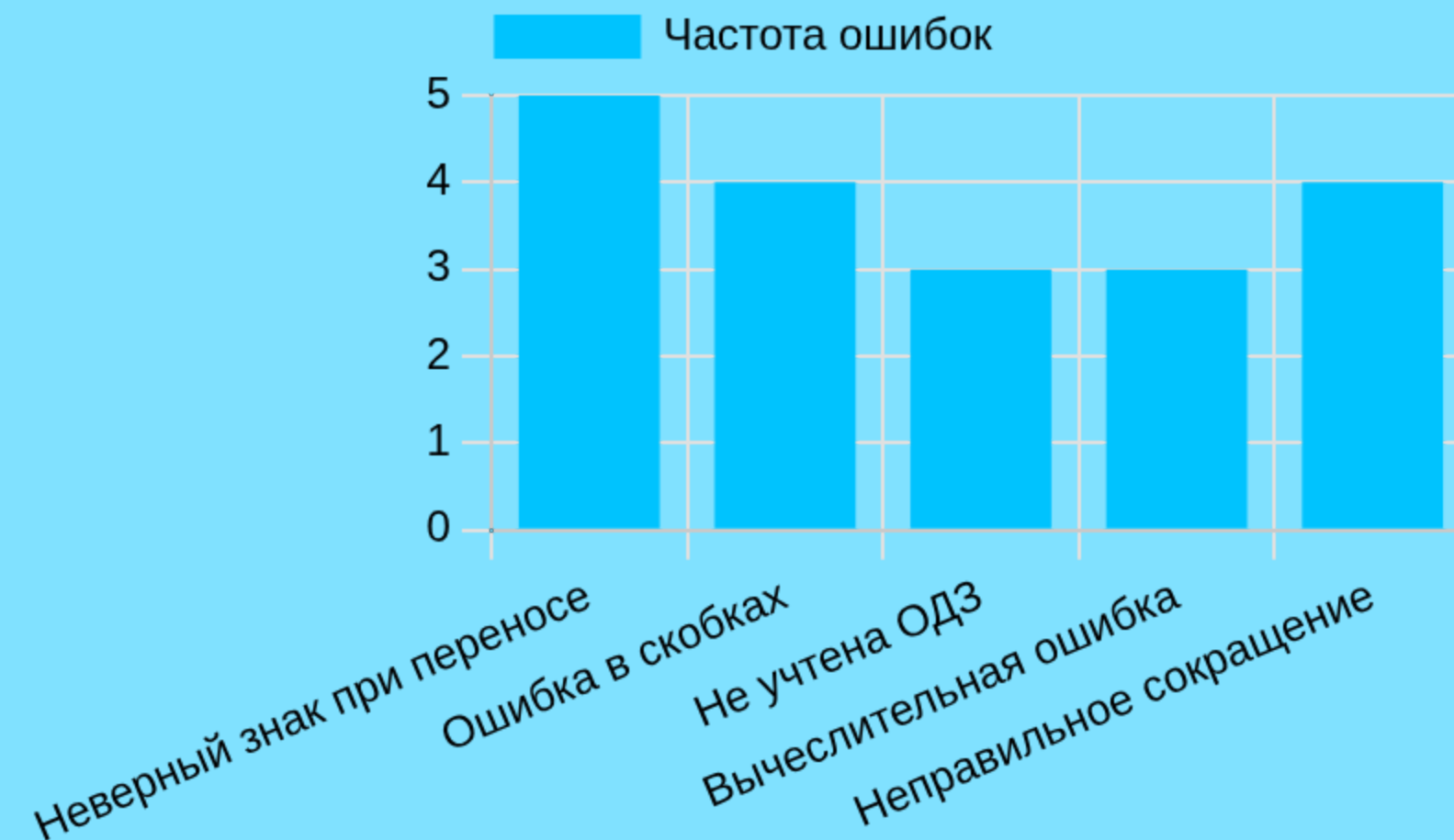
После решения ответ обязательно подставляют в исходное уравнение, чтобы убедиться, что он подходит и не нарушает условия знаменателей.



# Где чаще всего возникают ошибки

Диаграмма показывает, что трудности чаще связаны не с самой идеей решения, а с аккуратностью на отдельных шагах преобразования.

Больше всего внимания требуют знаки и дроби: именно они чаще всего меняют итог ответа.



# Типы уравнений и способ их преобразования

Сравнение помогает быстро выбрать нужный приём и понять, к какому виду приведёт решение.

Для разных записей уравнения используются разные преобразования, но итог почти всегда один — удобный линейный вид.

| Тип              | Приём             | Результат         |
|------------------|-------------------|-------------------|
| Со скобками      | Раскрыть          | Линейное          |
| С дробями        | Общий знаменатель | Линейное          |
| В знаменателе    | ОДЗ и умножение   | Линейное          |
| Одинаковые части | Перенос           | Простое равенство |

# Уравнения с неизвестным в знаменателе

## 1. Записать ограничения

Сначала определяют ОДЗ: знаменатель не должен быть равен нулю. Например, в выражении  $1/(x-3)$  сразу появляется условие  $x \neq 3$ .

## 2. Избавиться от дробей

Затем уравнение умножают на общий знаменатель. Это убирает дроби, упрощает вычисления и позволяет перейти к обычному линейному виду.

## 3. Сверить ответ

После решения найденный корень обязательно сравнивают с ограничением. Если он нарушает ОДЗ, такой ответ нельзя записывать.

# Рациональные уравнения и сокращение дробей

1

## Дроби в уравнении

Рациональные уравнения отличаются тем, что неизвестное может находиться и в числителе, и в знаменателе. Из-за этого перед вычислениями важно внимательно рассмотреть каждую дробь и все ограничения.

2

## Разложение на множители

Если числитель или знаменатель удаётся разложить на множители, общий множитель иногда сокращается. Тогда запись становится короче, а само уравнение — заметно проще для дальнейшего решения.

3

## Осторожность с нулём

Сокращать дробь можно только тогда, когда общий множитель точно не обращается в ноль. Если при каком-то значении  $x$  знаменатель равен нулю, это значение сразу исключается.

4

## Ответ без лишних корней

Даже если после преобразований найден красивый корень, его обязательно сверяют с ограничениями. Значения, нарушающие условие деления, не входят в ответ, потому что исходное уравнение для них не определено.

# Простые уравнения с модулем

## 1. Запись модуля

Сначала рассматривают выражение внутри модуля и уравнивают его с числом справа. Модуль показывает расстояние, поэтому результат не может быть отрицательным.

## 2. Два возможных случая

Далее составляют два уравнения: одно для неотрицательного выражения внутри модуля, другое — для отрицательного. Каждый случай решают отдельно, как обычное линейное уравнение.

## 3. Проверка ответов

После нахождения корней их подставляют в исходное уравнение. Так отбирают только те значения, которые действительно дают нужное расстояние и подходят без ошибок.

# Переход от исходного уравнения к ответу

Последовательность преобразований помогает свести сложную запись к линейному виду и затем проверить найденный корень.

# Проверка корня как обязательный шаг

1

## Подстановка в уравнение

Найденное значение нужно подставить именно в исходное уравнение, а не в уже упрощённую запись. Так проверяют, действительно ли корень подходит после всех преобразований.

2

## Защита от ошибок

Этот шаг особенно важен в дробных, рациональных уравнениях и при модулях, потому что при преобразованиях могут появиться посторонние решения или значения, нарушающие ограничения.

3

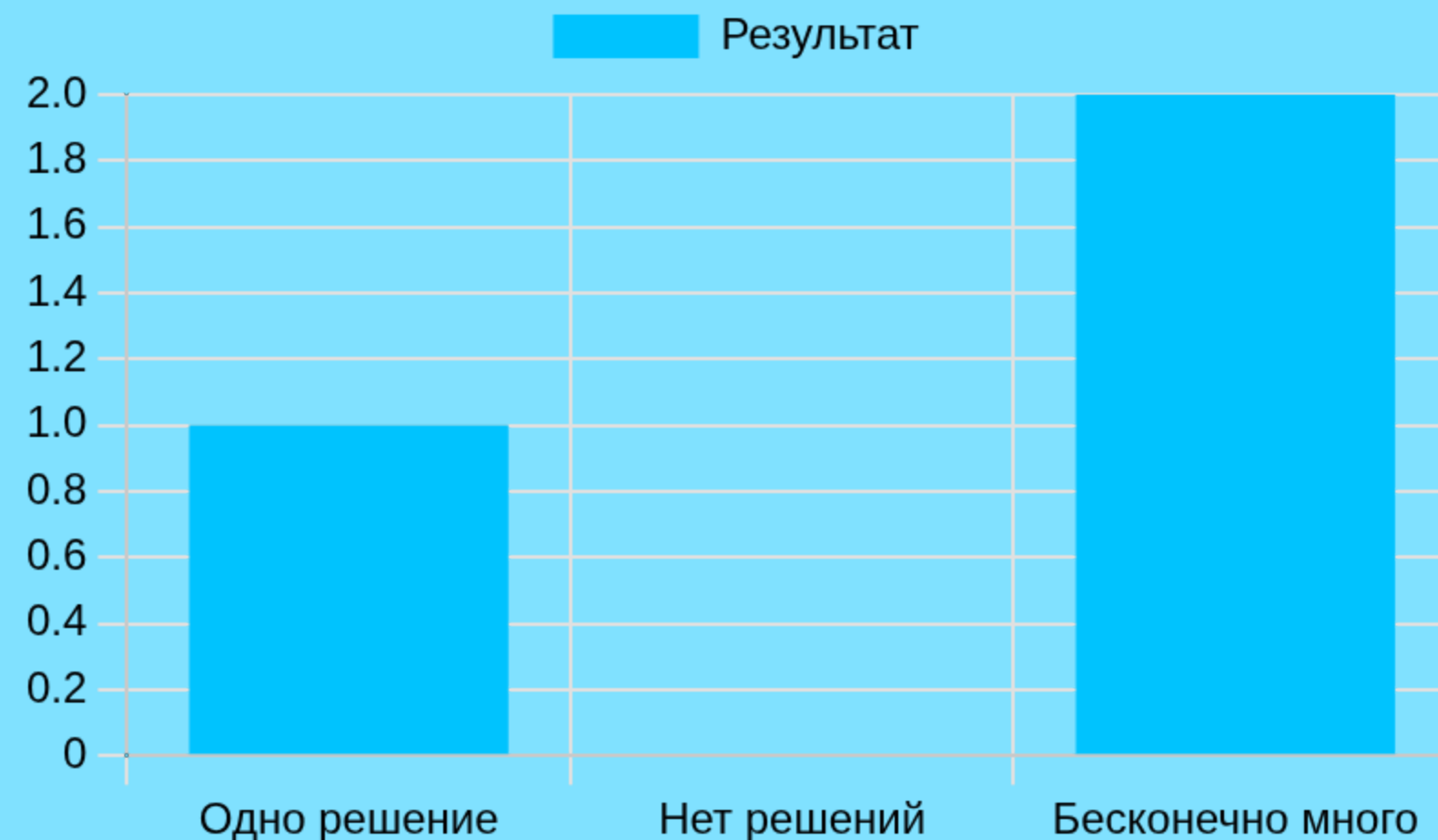
## Окончательный ответ

Если подстановка даёт верное равенство, корень записывают в ответ. Если равенство не выполняется, найденное значение отбрасывают, даже когда вычисления на предыдущих шагах были правильными.

# Сколько решений может быть у уравнения

После упрощения важно быстро понять, к какому случаю относится полученное равенство. Это помогает не тратить время на лишние вычисления.

Ненулевой коэффициент при  $x$  обычно даёт одно решение, а тождество или противоречие сразу показывают два других случая.



# Типовые примеры сведения к линейному виду

1

## Скобки и подобные

В выражении  $3(x-2)+5=2x-1$  сначала раскрывают скобки, затем собирают одинаковые слагаемые. После этого уравнение быстро принимает привычный линейный вид с одним неизвестным.

2

## Дроби и общий знаменатель

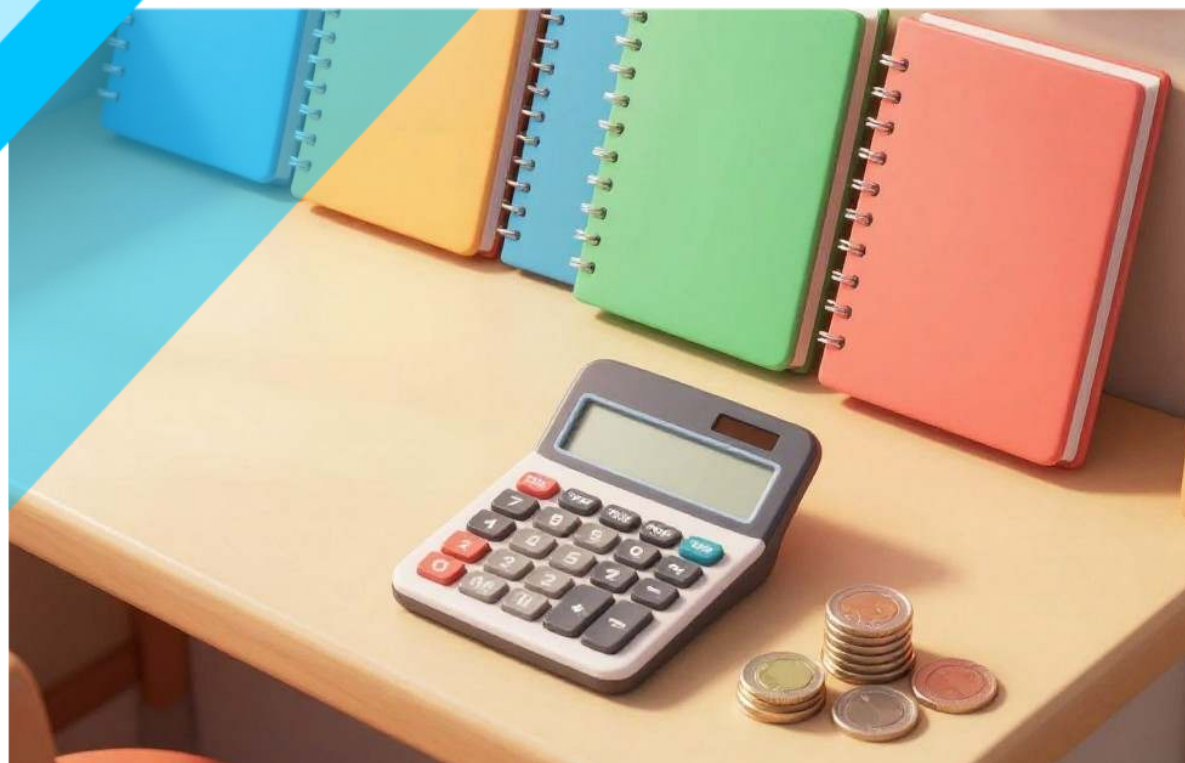
В уравнении  $1/(x-1)+1=2/(x-1)$  удобно использовать общий знаменатель и сразу записать ОДЗ  $x \neq 1$ . Это убирает дроби и делает дальнейшие шаги короче.

3

## Обычное линейное уравнение

В примере  $2(x+4)=x+10$  после раскрытия скобок остаётся простое уравнение, где нужно лишь перенести члены и найти  $x$ . Все случаи ведут к одному приёму.

# Линейные модели в жизненных задачах



## Покупка в магазине

В магазине удобно считать стоимость через одно неизвестное, если цена одного предмета известна. Например, когда покупают несколько блокнотов и тетрадей, уравнение помогает найти общую сумму и проверить, хватает ли денег.



## Дорога и время

В задачах на движение линейная модель связывает путь, скорость и время. Если известны две величины, третью находят через уравнение, чтобы понять, сколько километров пройдёт человек или сколько минут займёт маршрут.

# Как избежать типичных ошибок



| Шаг      | Ошибка              | Проверка                  |
|----------|---------------------|---------------------------|
| ОДЗ      | Не записана         | Сначала условия           |
| Скобки   | Перепутан знак      | Сверить каждый член       |
| Дроби    | Сокращение раньше   | Сначала общий знаменатель |
| Проверка | Не подставлен ответ | Проверить в исходном      |

Таблица показывает, на каком шаге чаще всего появляются неточности и как их вовремя заметить.

Ошибки чаще связаны не с формулой, а с последовательностью шагов. Аккуратная проверка после каждого преобразования уменьшает риск потерять верный ответ.

Школьная практика решения уравнений



# Признаки правильного решения

1

## Есть исходная запись

Правильное решение начинается с аккуратно переписанного исходного уравнения. Это помогает не потерять важные знаки, дроби и скобки ещё до первых преобразований.

2

## Указаны ограничения

Если в уравнении есть дроби или знаменатели, рядом обязательно записывают ОДЗ. Такие условия сразу показывают, какие значения нельзя включать в ответ.

3

## Преобразования идут по порядку

Сначала раскрывают скобки, затем приводят подобные и переносят члены. Каждый шаг должен быть логичным продолжением предыдущего, а не случайным изменением записи.

4

## Получен линейный вид

После упрощения уравнение должно перейти к форме с одним неизвестным в первой степени. Тогда корень находится обычным вычислением без дополнительных приёмов.

5

## Есть проверка результата

Последний признак — подстановка найденного значения в исходное уравнение. Только после успешной проверки ответ можно считать окончательным и записывать без сомнений.

# ***Что важно запомнить***

Уравнения, сводящиеся к линейным, решаются понятной цепочкой равносильных преобразований. Если внимательно работать со скобками, дробями, ОДЗ и проверкой, сложная запись превращается в простой ответ.