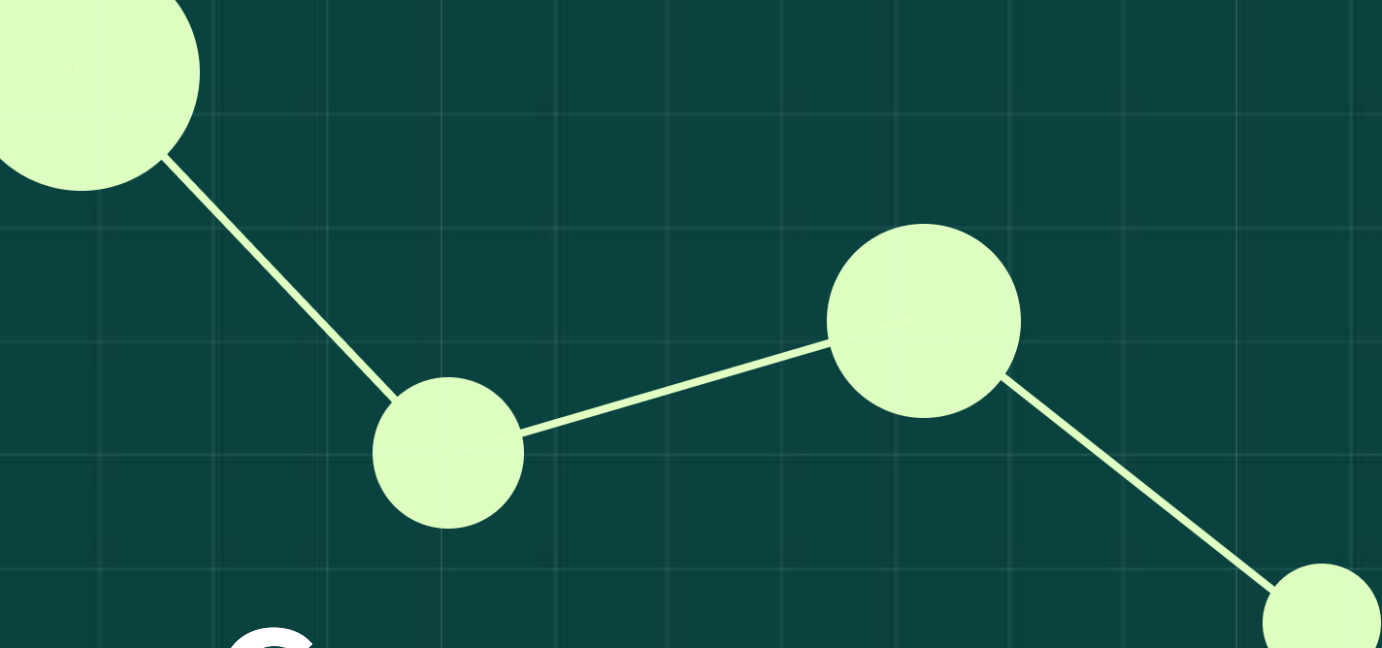
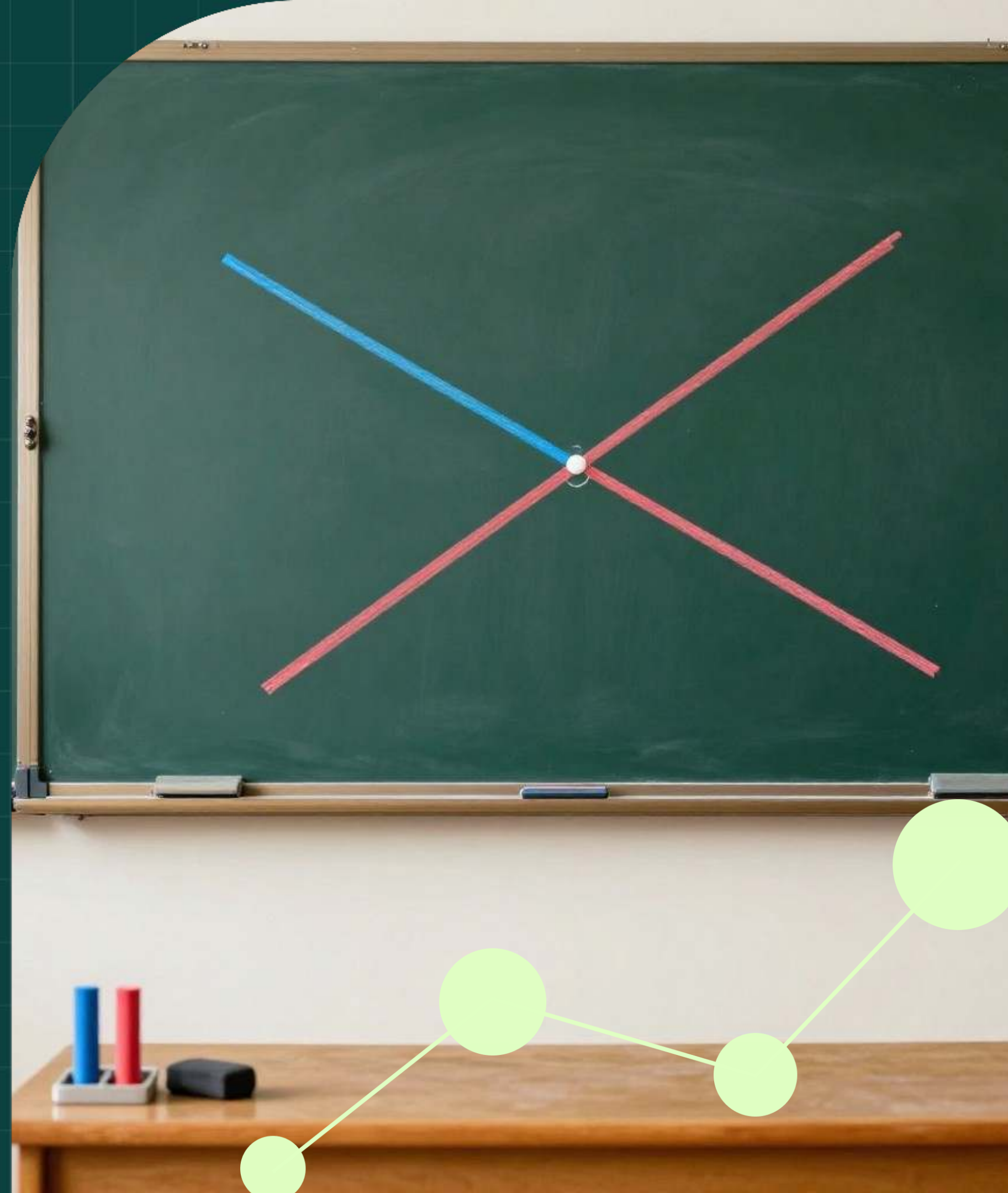




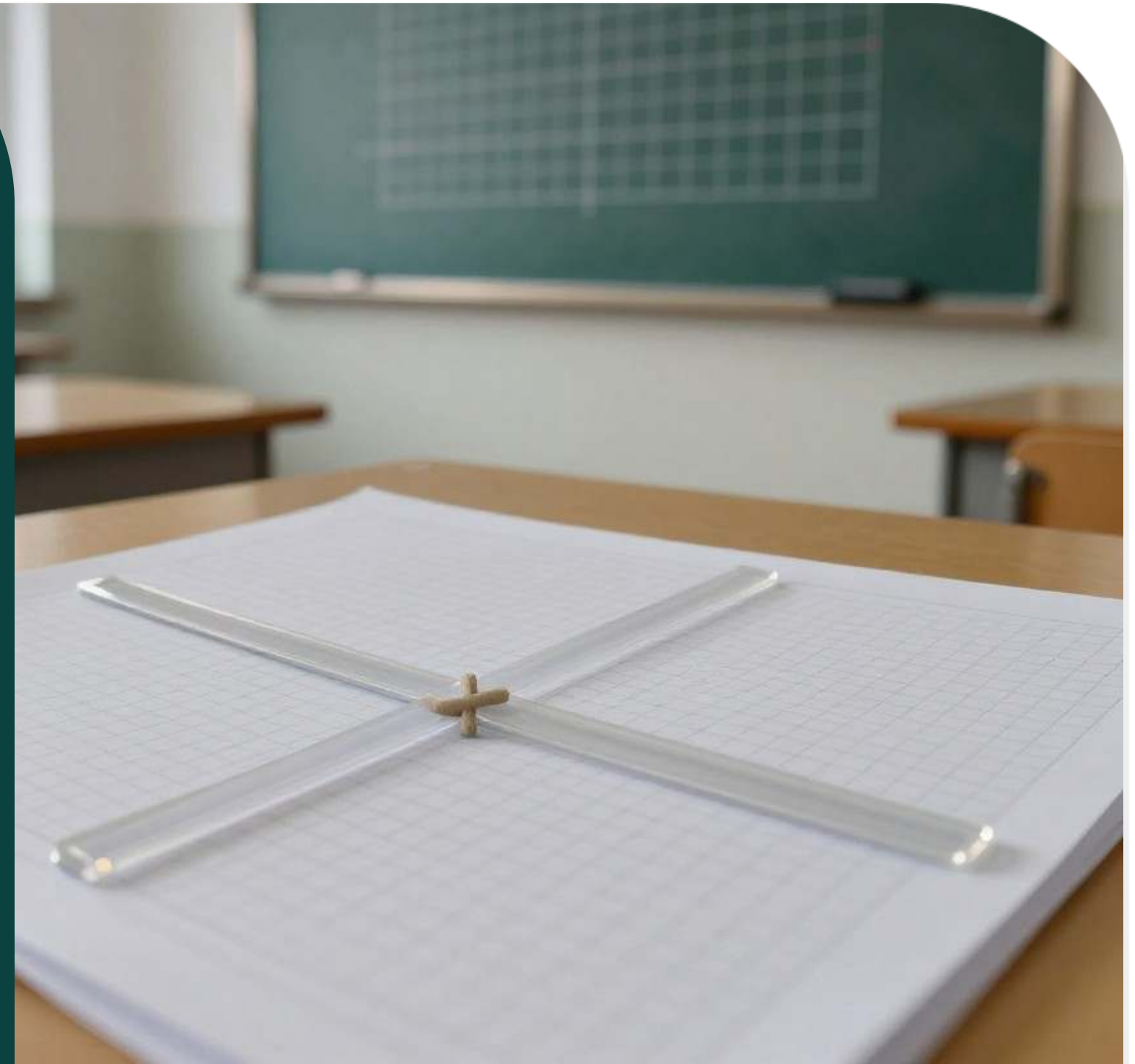
Системы уравнений с двумя переменными и графический метод

Две прямые, одна точка: найдём
решение системы графически.



Где в 7 классе встречаются системы уравнений

Системы уравнений помогают описывать покупки, движение, совместную работу и геометрические задачи. В 7 классе чаще всего работают с переменными x и y , а каждое уравнение задаёт своё условие ситуации.



Линейное уравнение с двумя переменными

3

1

Общий вид

Линейное уравнение с двумя переменными записывают в виде $ax + by = c$, где a , b и c — числа, а коэффициенты a и b не равны нулю одновременно.

2

Что считается решением

Решением называют любую пару чисел $(x; y)$, при которой равенство становится верным. Одна пара может подходить, а может и не подходить данному уравнению.

3

Почему решений много

Одному линейному уравнению соответствуют все точки одной прямой. Поэтому у него бесконечно много решений, и каждую точку этой прямой можно считать верной парой.

4

Важно не путать

Отдельное уравнение описывает одну прямую, а система объединяет два уравнения. Именно вместе они позволяют найти общую пару чисел, подходящую обоим условиям.

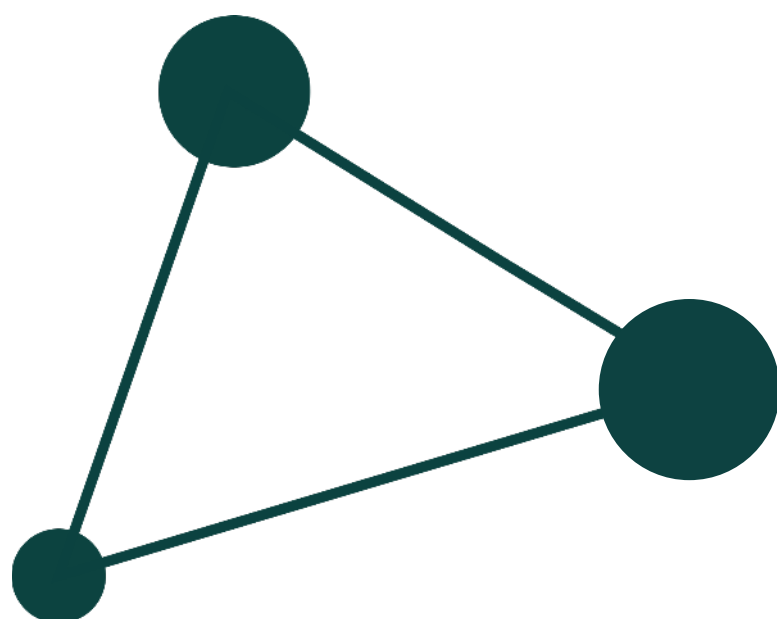
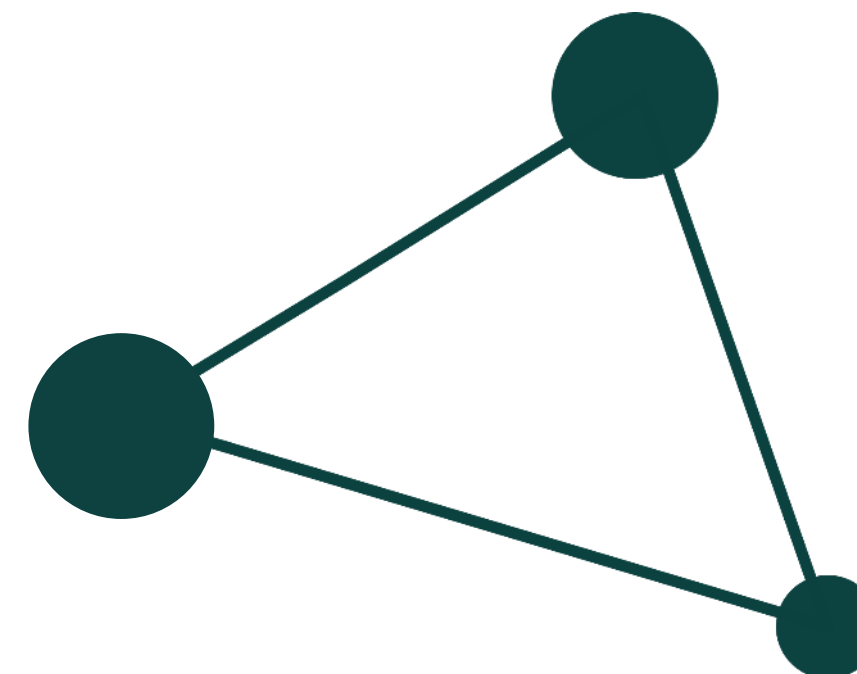


График линейного уравнения — прямая

4

● Как выглядит график

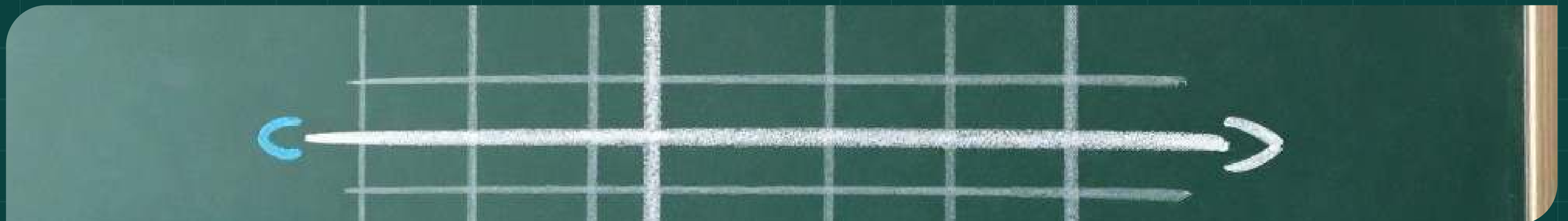
Графиком линейного уравнения на координатной плоскости всегда является прямая линия. Это делает уравнения удобными для построения и сравнения решений.

● Как построить

Чтобы провести прямую, обычно находят две точки, которые удовлетворяют уравнению, отмечают их на плоскости и соединяют ровной линией.

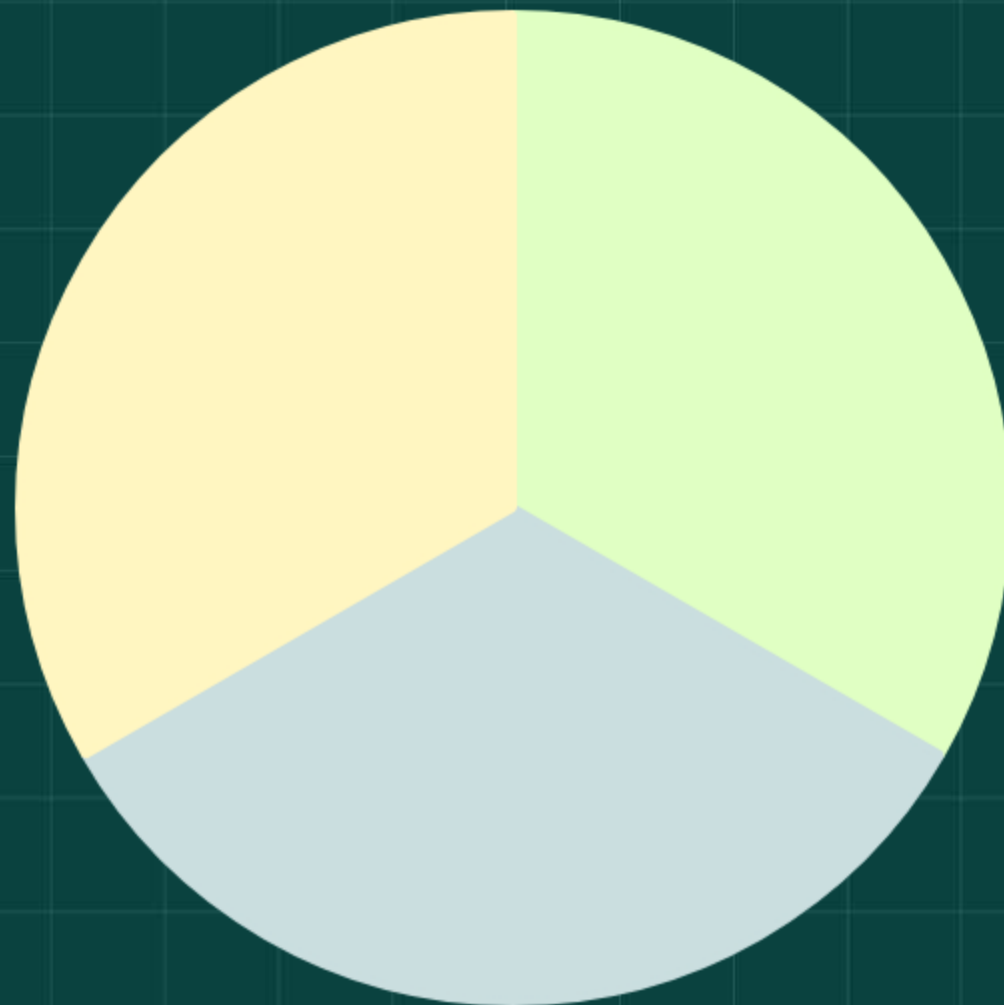
● Удобные точки

Часто выбирают $x = 0$ или $y = 0$, потому что так легко найти точки пересечения с осями координат и начать построение.



Сколько решений может иметь система

Одно решение Нет решений Бесконечно много



Для графического метода важно не только найти точку, но и понять, как расположены две прямые относительно друг друга.

Тип расположения прямых сразу показывает число решений системы: одно, ноль или бесконечно много.



Схематическое обобщение по теме «Системы уравнений с двумя переменными»

Три случая расположения прямых



Пересечение

Если прямые пересекаются в одной точке, эта точка является единственным решением системы. Координаты пересечения подходят сразу обоим уравнениям.



Параллельность

Параллельные прямые не имеют общих точек, поэтому система не имеет решений. На графике видно, что линии идут рядом и не встречаются.

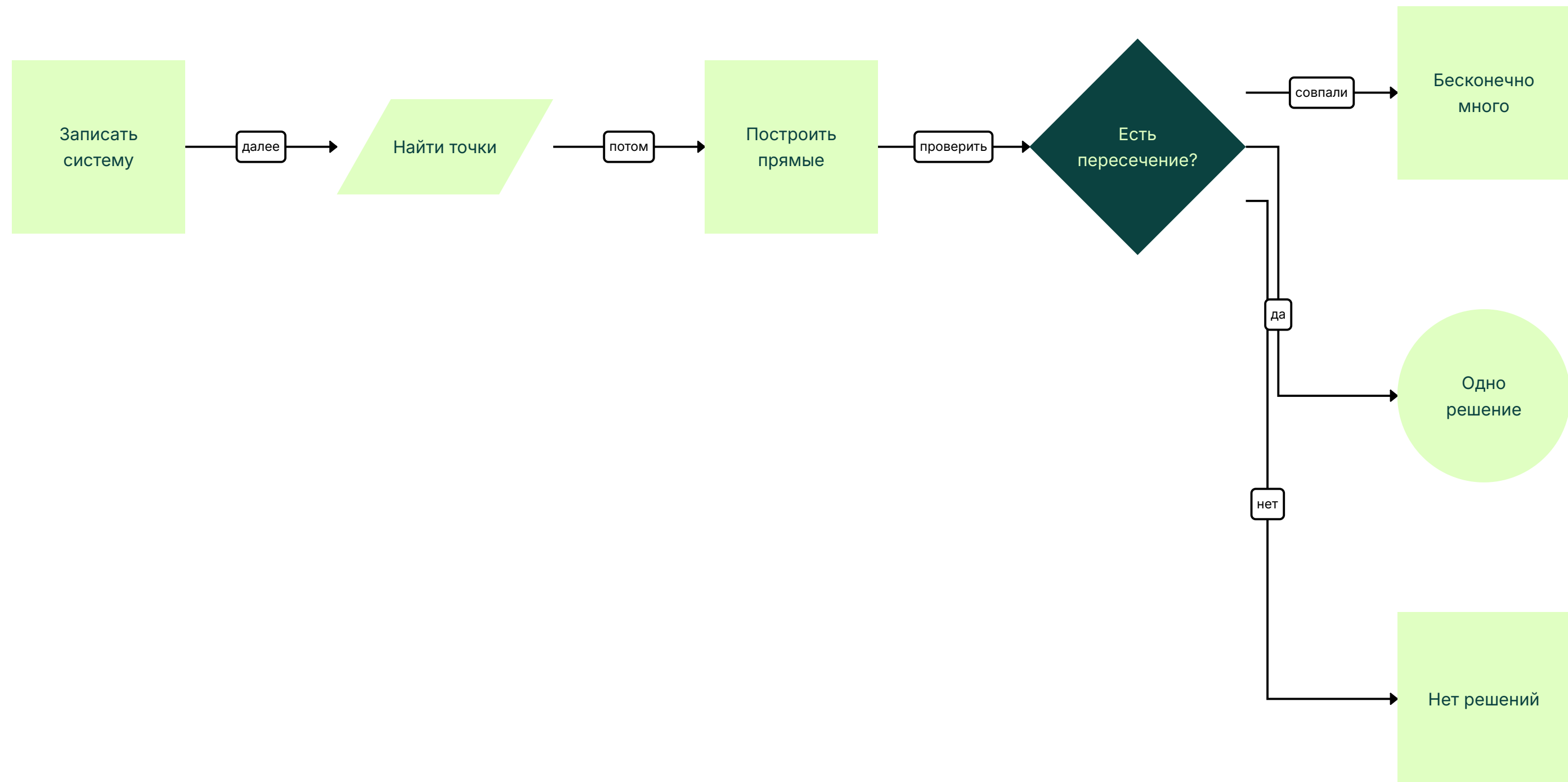


Совпадение

Если прямые совпадают, они полностью накладываются друг на друга. Тогда каждая точка прямой подходит для обоих уравнений, и решений бесконечно много.

Алгоритм графического решения системы

Последовательность шагов при построении двух прямых на одной координатной плоскости



Как по графику определить ответ системы

Вид прямых	Решений	Признак
Пересекаются	1	Одна точка
Параллельны	0	Нет общих точек
Совпадают	∞	Полное совпадение

Сравнение трёх вариантов помогает быстро установить число решений по виду двух прямых на рисунке.

Достаточно посмотреть на взаимное положение прямых, чтобы определить ответ системы без вычислений.

Как находить точки для построения прямой

Шаг 1. Выбрать удобное значение

Сначала подставляют $x = 0$ или другое простое число, чтобы получить точку с целыми координатами и упростить вычисления.

Шаг 2. Найти вторую точку

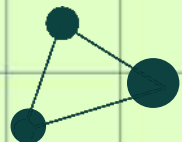
Затем подставляют $y = 0$ или другое подходящее значение и получают ещё одну точку. Двух точек достаточно для построения прямой.

Шаг 3. Проверить аккуратность

Если хотя бы одна координата записана неверно, прямая сместится, а ответ системы может измениться. Поэтому точки нужно отмечать очень точно.

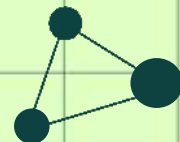
Пример системы с одним решением

10



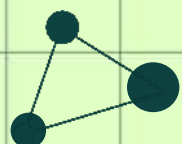
Две разные прямые

Уравнения $y = 2x + 1$ и $y = -x + 4$ задают прямые с разным направлением. Одна возрастает, другая убывает, поэтому они обязательно пересекаются.



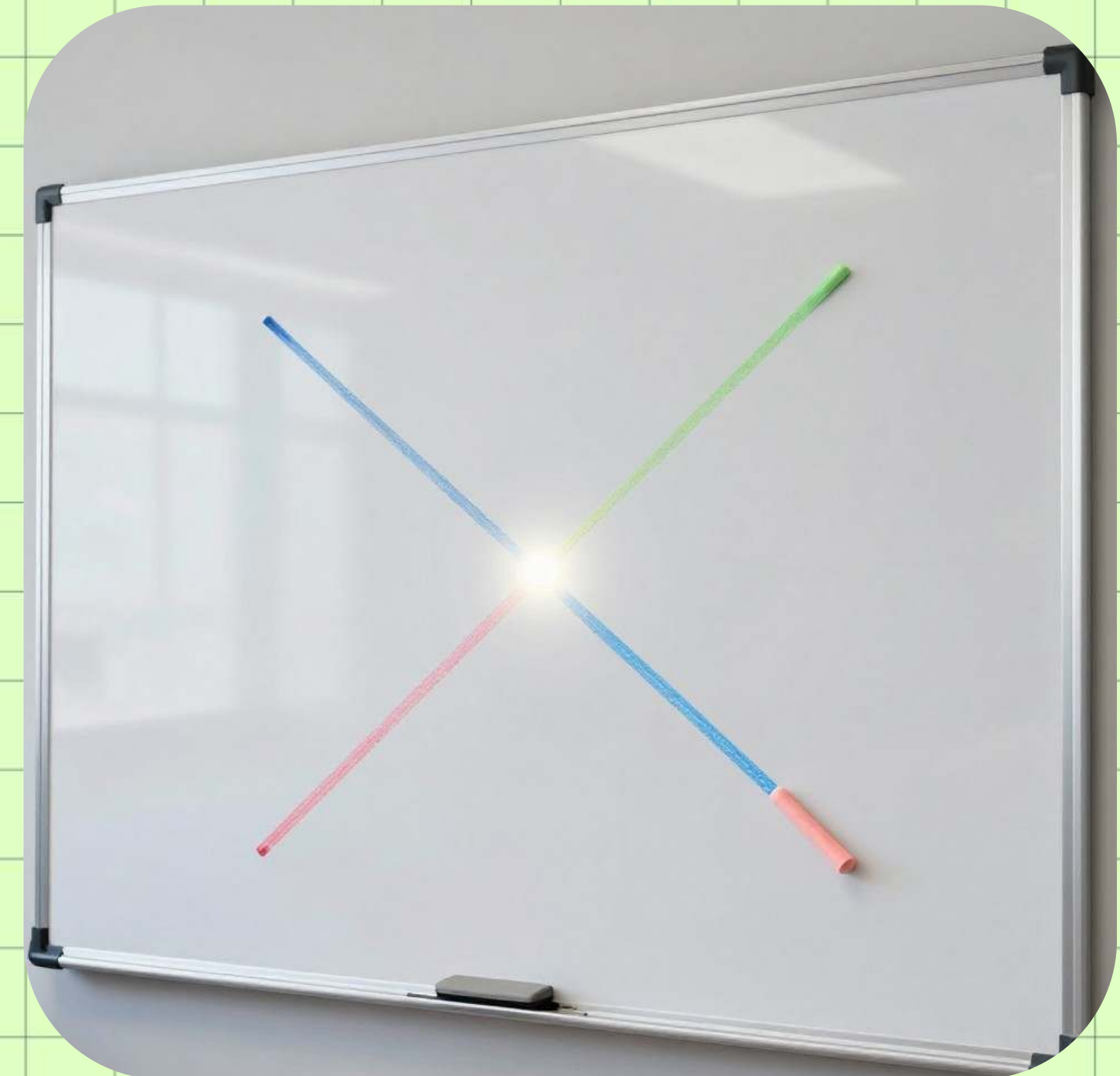
Точка пересечения

На графике видно одну общую точку. Её координаты можно найти и затем проверить подстановкой в оба уравнения, чтобы убедиться в правильности ответа.



Что показывает пример

Этот случай демонстрирует, что система может иметь ровно одно решение. Именно такая ситуация чаще всего встречается, когда прямые не параллельны.



Что означают коэффициенты k и b



Коэффициент k задаёт направление и крутизну прямой, а b — точку её пересечения с осью y .

Разные k меняют наклон, одинаковые k дают параллельность, а b сдвигает прямую вверх или вниз.

Проверка найденной точки

12

1

Подставьте координаты

Возьмите найденную точку пересечения и подставьте её координаты в первое уравнение системы. Если равенство верно, точка подходит этому уравнению.

2

Проверьте второе уравнение

Ту же пару чисел подставьте во второе уравнение. Совпадение результата с правой частью показывает, что точка подходит сразу обоим прямым.

3

Сделайте вывод

Если оба равенства верны, найдено правильное решение. Если хотя бы одно не выполняется, нужно проверить построение графика и пересчитать координаты.

Одинаковые коэффициенты при x означают одинаковый наклон, поэтому прямые не пересекаются.

Пример системы $y = 3x + 2$ и $y = 3x - 1$



0

**общих точек имеют
параллельные прямые в этом
примере.**

Система с бесконечно многими решениями

14

1

Одно уравнение из другого

Второе уравнение получается из первого делением на 2, значит оба выражают одно и то же условие и задают одну прямую.

2

Все точки подходят

Любая точка, лежащая на этой прямой, удовлетворяет обоим уравнениям сразу. Поэтому решений не одно и не несколько, а бесконечно много.

3

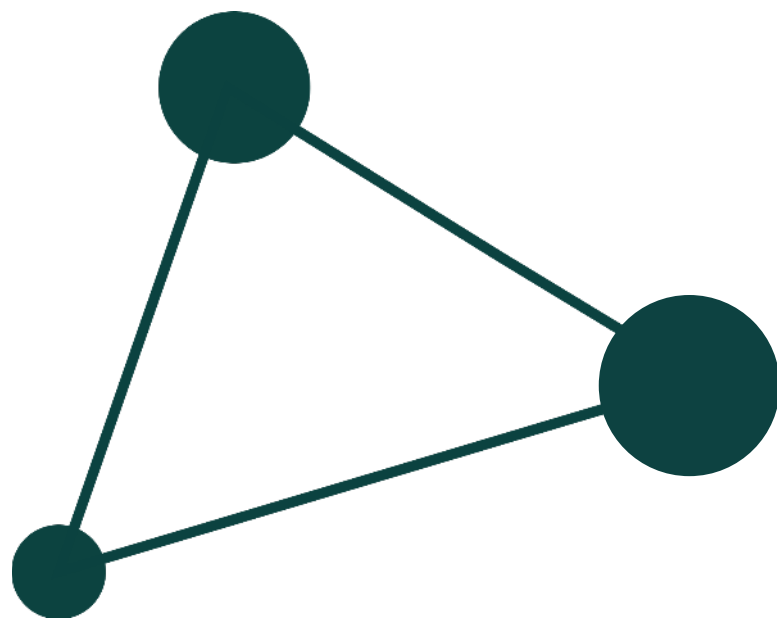
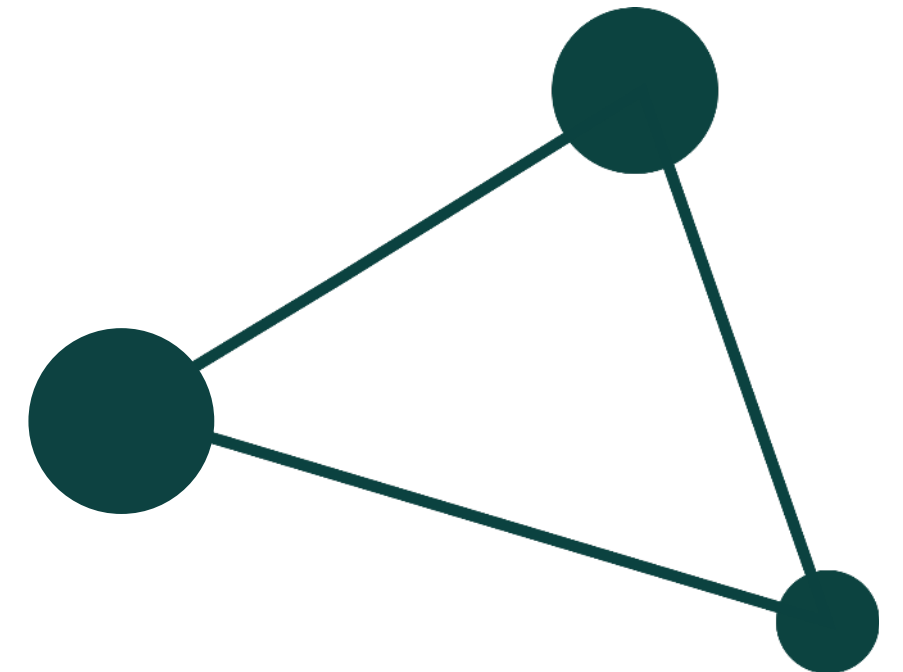
Графическое объяснение

На чертеже линии полностью совпадают, поэтому их нельзя различить. Визуально это выглядит как одна прямая, описывающая обе записи системы.

4

Вывод для системы

Если уравнения равносильны, система не ограничивает ответ одной точкой. Тогда множество решений совпадает со всеми точками общей прямой.



Плюсы и ограничения графического метода

Плюс	Минус	Когда удобно
Наглядность	Неточность	Простые уравнения
Видно число решений	Трудно с дробями	Проверка ответа
Понятен смысл	Нужен чертёж	Объяснение темы

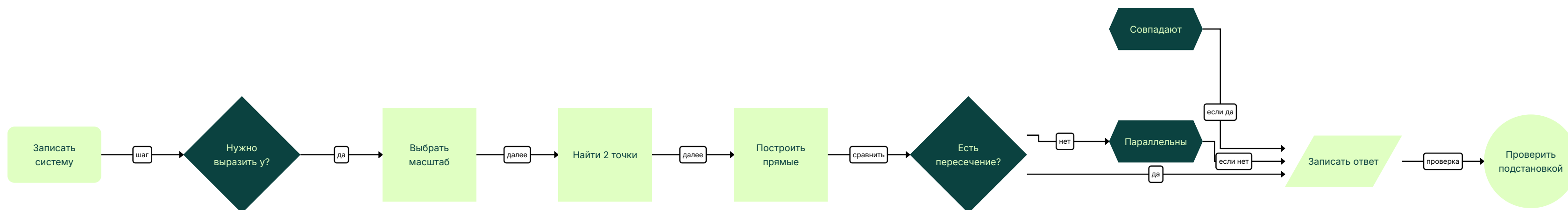
Сравнение помогает понять, когда графический способ особенно полезен, а когда лучше использовать вычисления.

Метод хорошо подходит для понимания идеи системы, но при точных координатах его лучше дополнять вычислениями.



Как не ошибиться при построении графика

Последовательность действий при графическом решении системы двух линейных уравнений



Реальная задача, которая приводит к системе



Покупка в магазине

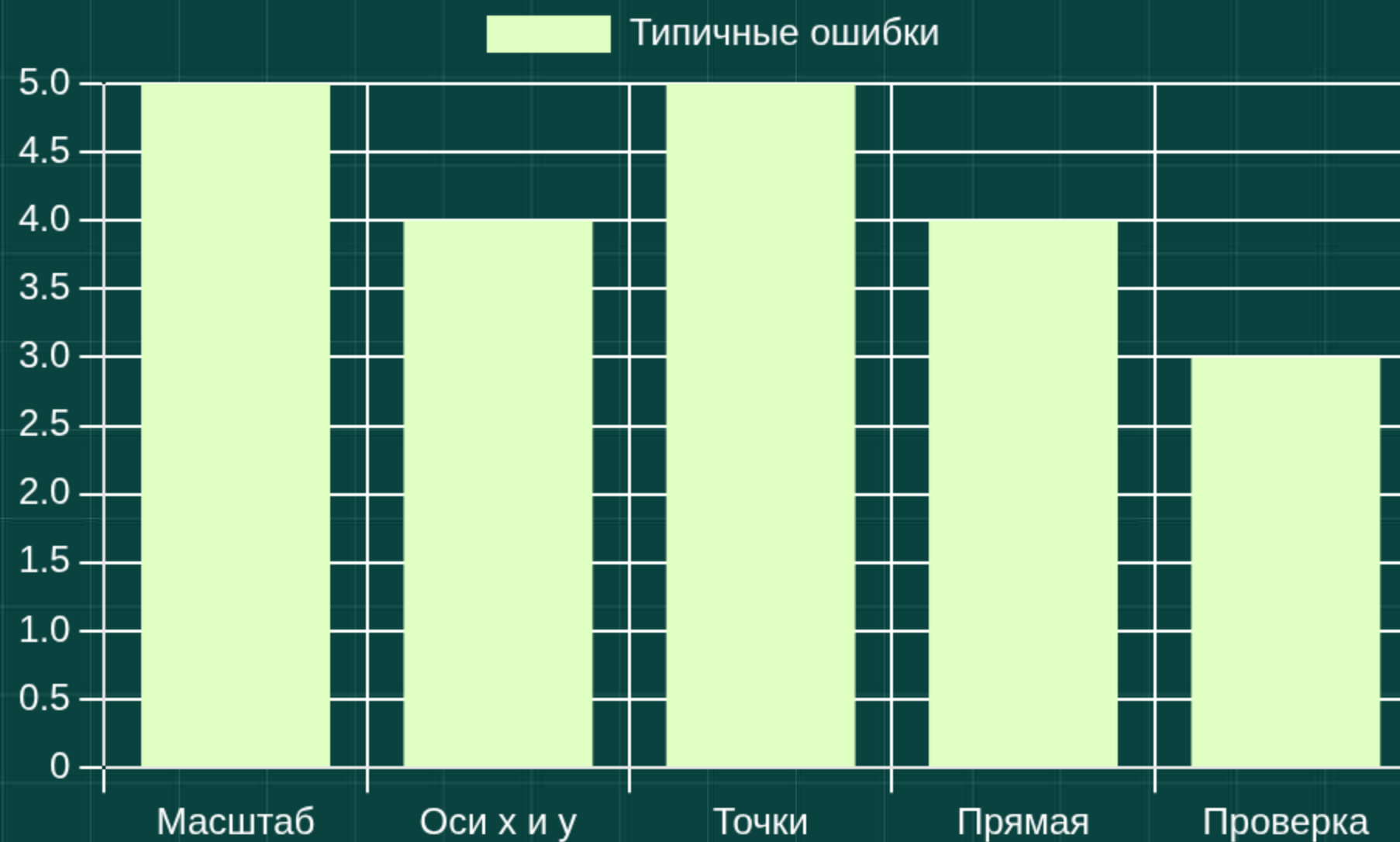
У Лены есть два вида тетрадей, а продавец назвал общую стоимость и количество покупок. По этим данным можно составить два уравнения с двумя неизвестными и найти цену каждого вида.



Два участника движения

Мальчик и девочка вышли навстречу друг другу из разных точек. Если известны скорость, время и расстояние, задача превращается в систему, где x и y обозначают неизвестные величины.

Типичные ошибки при графическом решении



Чем аккуратнее построение, тем надёжнее ответ: одна неточность легко меняет положение всей прямой.

Чаще всего ошибки связаны с масштабом и построением точек, поэтому проверка подстановкой остаётся обязательной.



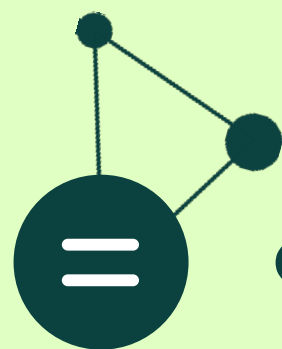
Учебное обобщение типичных ошибок при построении графиков

Связь графического и алгебраического способов



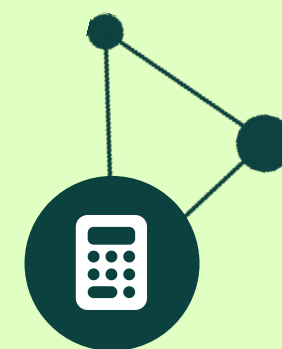
График показывает картину

На координатной плоскости сразу видно, пересекаются ли прямые, параллельны ли они или совпадают. Это помогает понять смысл системы ещё до вычислений.



Сложение упрощает вычисления

Если коэффициенты удобно сделать одинаковыми, уравнения можно сложить или вычесть. Тогда одна переменная исчезает, и система решается быстрее.



Подстановка даёт точность

Алгебраический способ позволяет получить точные координаты решения без риска ошибиться при чтении рисунка. Особенно удобно, когда ответ не лежит на узле сетки.



Два способа дополняют друг друга

Сначала полезно увидеть ответ на графике, а затем подтвердить его вычислением. Так ученик одновременно понимает идею и тренирует точность.



График помогает увидеть решение

Система уравнений становится понятной, когда её переводят на координатную плоскость. Прямая, пересечение и проверка ответа показывают, как алгебра и геометрия работают вместе.