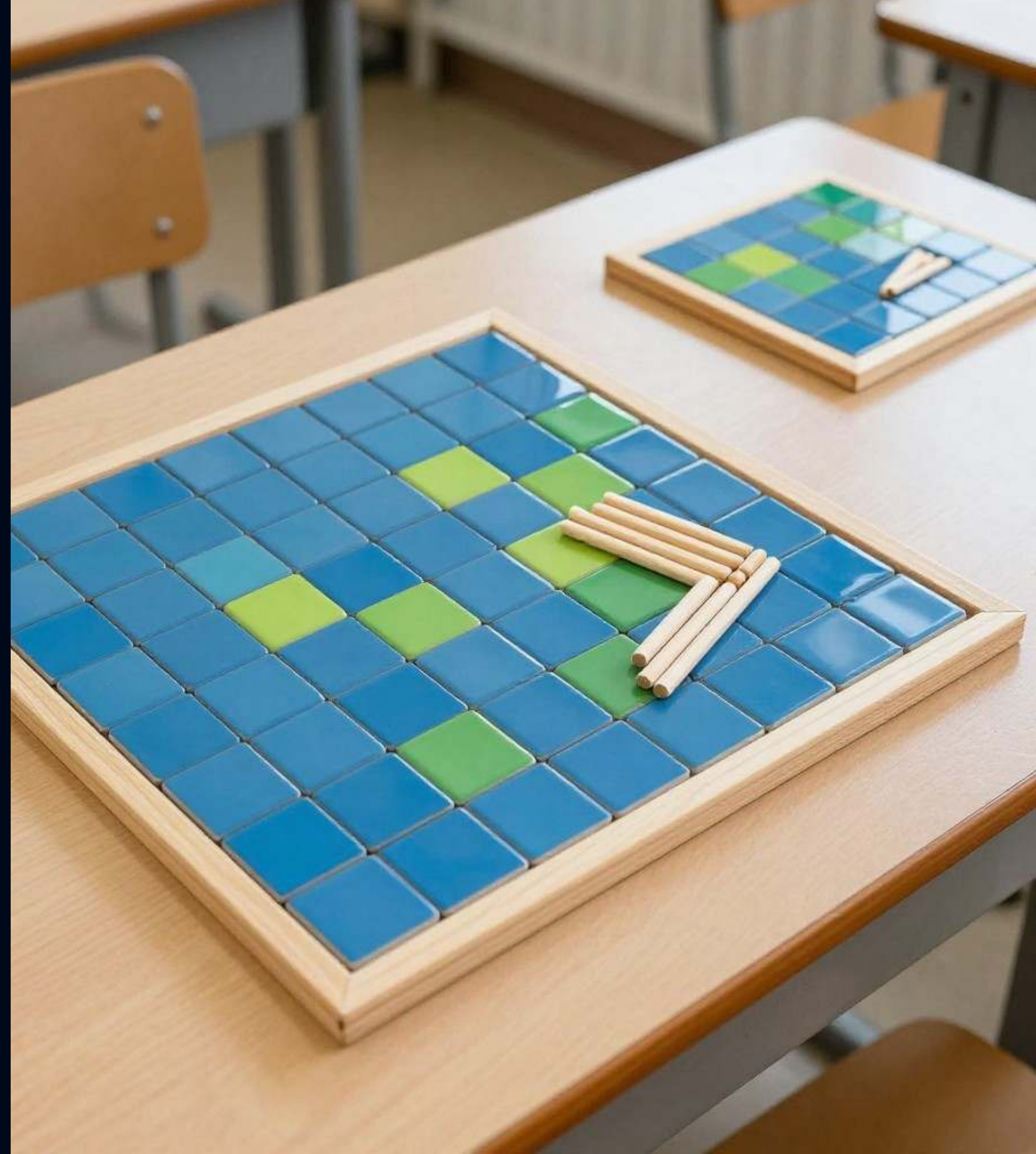




Свойства квадратного корня

Понимаем смысл $\sqrt{}$, учимся упрощать выражения
и проверять ответы.



Где встречается квадратный корень



Квадратный корень помогает находить стороны по площади, решать уравнения и упрощать выражения. В теме важны точные и приближённые значения, а также знание полных квадратов чисел.



Символ $\sqrt{}$ показывает неотрицательное число, квадрат которого равен данному.

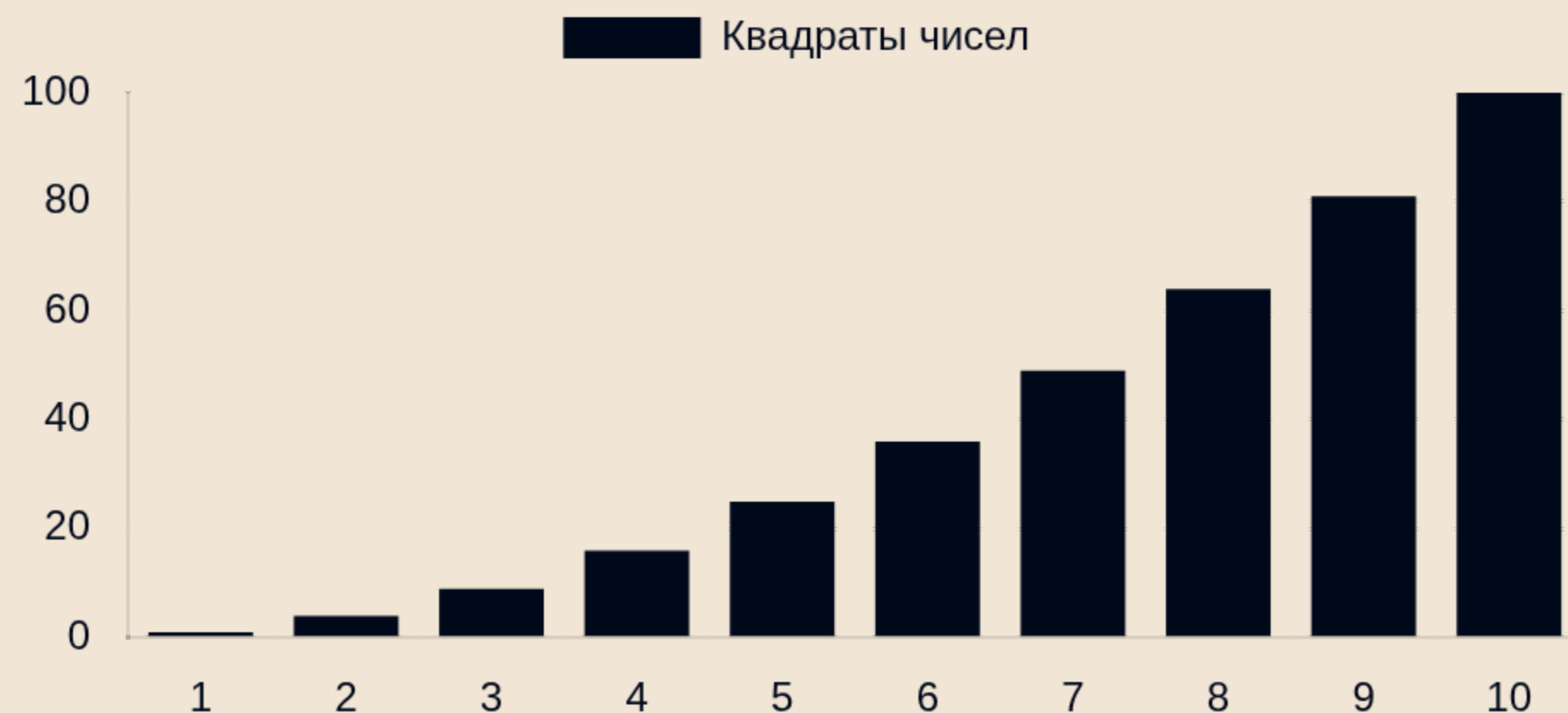


25

подходит как пример точного корня, потому что его квадрат равен этому числу.

Школьное определение квадратного корня; пример из курса алгебры 8 класса

Квадраты чисел от 1 до 10



Ряд полных квадратов удобно запомнить: он часто нужен для мгновенного нахождения точных значений корней.

Чем больше число, тем быстрее растёт его квадрат; это помогает узнавать полные квадраты без вычислений.



Табличные значения квадратов чисел 1–10

Основное свойство квадратного корня

1. Квадрат возвращает число

Если a неотрицательно, то после извлечения корня и последующего возведения в квадрат снова получается исходное число. Это показывает, что корень и квадрат тесно связаны.

2. Корень из квадрата

Когда под корнем стоит квадрат числа, результатом становится его неотрицательное значение. Поэтому $\sqrt{a^2}$ записывают как $|a|$, а не просто a .

3. Почему нужен модуль

Квадрат любого числа неотрицателен, поэтому корень не может быть отрицательным. Модуль напоминает, что знак исходного числа при этом теряется.

4. Примеры проверки

Из равенств $\sqrt{7^2}=7$ и $\sqrt{(-7)^2}=7$ видно, что корень выбирает только положительное значение. Это важно при решении уравнений и проверке ответов.

Число, его квадрат и квадратный корень



Число	Квадрат	Корень
2	4	$\sqrt{4}=2$
3	9	$\sqrt{9}=3$
4	16	$\sqrt{16}=4$
5	25	$\sqrt{25}=5$

Таблица показывает связь между числом, его квадратом и корнем для нескольких полных квадратов.

Для полных квадратов квадрат и квадратный корень являются взаимно обратными действиями.



Полные квадраты чисел из школьного курса математики

Геометрический смысл квадратного корня

Площадь и сторона

Если известна площадь квадрата, по ней можно найти длину стороны. Например, при площади 36 см^2 сторона равна 6 см, потому что $\sqrt{36} = 6$.

Наглядная связь

Рисунок помогает увидеть, что квадратный корень отвечает на вопрос: какое число нужно умножить само на себя, чтобы получить известную площадь.

Практическое значение

Такой способ используют в чертежах, измерениях и задачах на геометрию, когда требуется восстановить размер фигуры по её площади.



Свойство корня из произведения



01



Условие применения

Если оба множителя неотрицательны, можно извлекать корень из произведения по частям. Это свойство работает только тогда, когда выражение под корнем остаётся неотрицательным.



02



Пример вычисления

Запись $\sqrt{9 \cdot 16}$ можно заменить на $\sqrt{9} \cdot \sqrt{16}$. Получается $3 \cdot 4 = 12$, то есть результат совпадает с прямым вычислением $\sqrt{144}$.



03

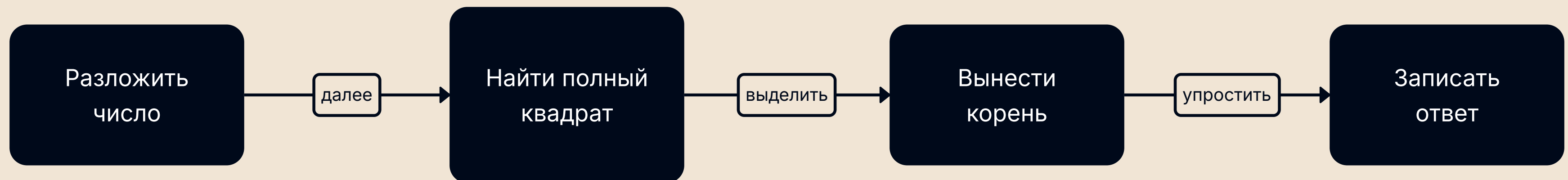


Зачем это нужно

Свойство удобно для устного счёта и упрощения выражений: иногда число под корнем легче разложить на множители, чем сразу вычислять его целиком.

Как упрощать выражение с корнем

Последовательность действий при разложении числа под корнем и выделении полного квадрата.



Свойство корня из частного

1. Правило для дроби

Если числитель и знаменатель неотрицательны, корень из дроби можно записать как дробь из корней. Это особенно полезно, когда под корнем стоит удобная для деления запись.

2. Понятный пример

Для дроби $49/64$ получаем $\sqrt{49/64} = \sqrt{49}/\sqrt{64} = 7/8$. Здесь каждый корень извлекается отдельно, а итог легко проверить по исходному выражению.

3. Проверка результата

После преобразования удобно возвести ответ в квадрат. Если снова получается исходная дробь, значит вычисление выполнено верно, и свойство применено без ошибки.

Приближённые значения некоторых корней

Корень	Приближённо
$\sqrt{2}$	1,41
$\sqrt{3}$	1,73
$\sqrt{5}$	2,24
$\sqrt{10}$	3,16

Таблица показывает школьные приближения для корней, которые не выражаются целым числом. Обычно такие значения округляют до сотых.

Не каждый квадратный корень можно записать точно в виде целого числа или конечной десятичной дроби, поэтому в вычислениях используют приближения.

Школьные приближённые значения квадратных корней, округление до сотых

Для неотрицательных чисел порядок сохраняется при извлечении квадратного корня: если подкоренное число больше, то и сам корень больше.

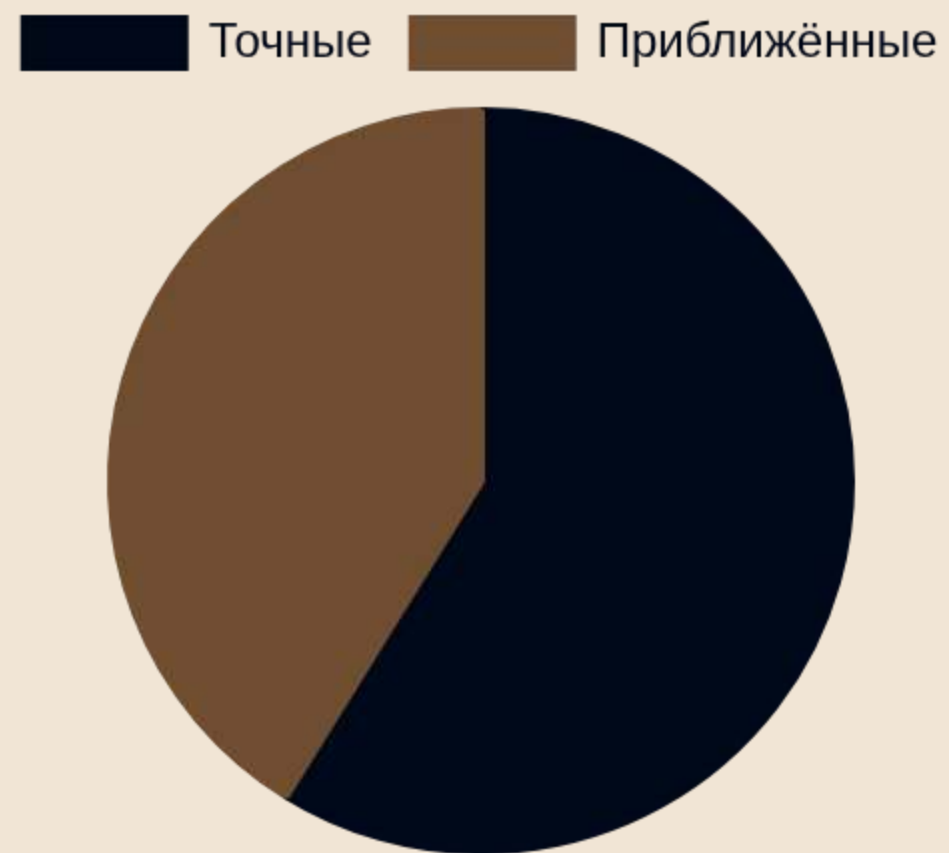


$$16 < 25$$

значит и квадратный корень из меньшего числа меньше.

Свойство монотонности квадратного корня
для неотрицательных чисел

Точные и приближённые значения корней



Классификация квадратных корней по способу записи

Точные значения легко получить для полных квадратов, а для остальных чисел обычно используют приближение до нужной точности.

Точный ответ возможен не всегда: если число не является полным квадратом, квадратный корень приходится округлять.

Почему $\sqrt{49}$ равно 7, а не ± 7



Символ корня

Запись $\sqrt{49}$ обозначает одно число — неотрицательный корень. В школьной математике символ $\sqrt{}$ всегда выбирает только положительное значение, если оно существует.

Два решения уравнения

В уравнении $x^2 = 49$ действительно подходят два числа: 7 и -7. Но это не означает, что $\sqrt{49} = \pm 7$, потому что знак корня и знак решения — разные записи.

Почему так принято

Корень нужен для обозначения одной определённой величины, а знак $\pm$ используют только тогда, когда нужно перечислить все решения уравнения.

Область допустимых значений под корнем



01



Проверяем знак

Под квадратным корнем в действительных числах должно стоять только неотрицательное число. Поэтому перед вычислением важно убедиться, что выражение под корнем не меньше нуля.



02



Избегаем недопустимых записей

Выражения $\sqrt{-4}$ и $\sqrt{-a}$ при $a > 0$ в школьной алгебре не рассматриваются как действительные числа. Такие случаи нужно сразу отмечать как недопустимые.



03

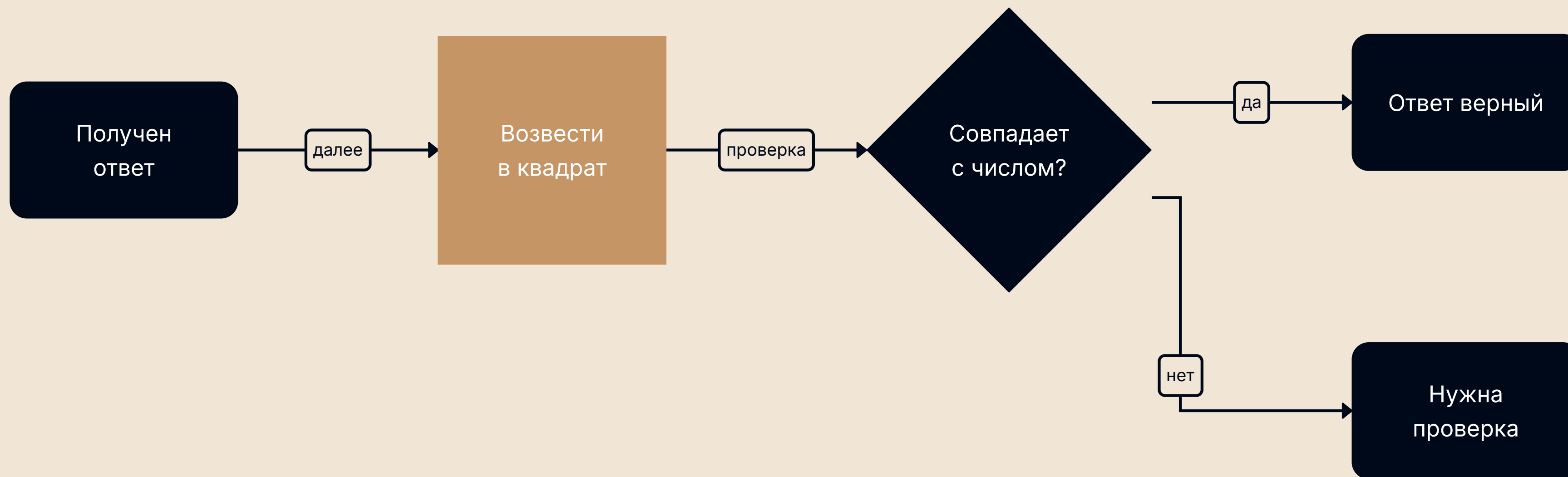


Используем при решении

Проверка области допустимых значений помогает не допустить ошибку в уравнениях, формулах и итоговом ответе, особенно когда под корнем находится переменная.

Проверка ответа через квадрат

Алгоритм помогает быстро убедиться, что найденный корень действительно подходит.



Типичные ошибки при работе с корнями

Неверная сумма

Ошибка вида $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ встречается часто, но такое равенство неверно. Корень нельзя распределять по сложению, поэтому выражение нужно сначала упрощать по правилам.



Забытый модуль

В записи $\sqrt{a^2}$ обязательно появляется модуль: результат равен $|a|$, а не просто a . Это важно, потому что квадрат отрицательного числа тоже положителен.



Путаница со знаком $\pm$

Символ корня обозначает одно число, а знак $\pm$ применяют при записи двух решений уравнения. Если перепутать эти обозначения, ответ будет записан неверно.

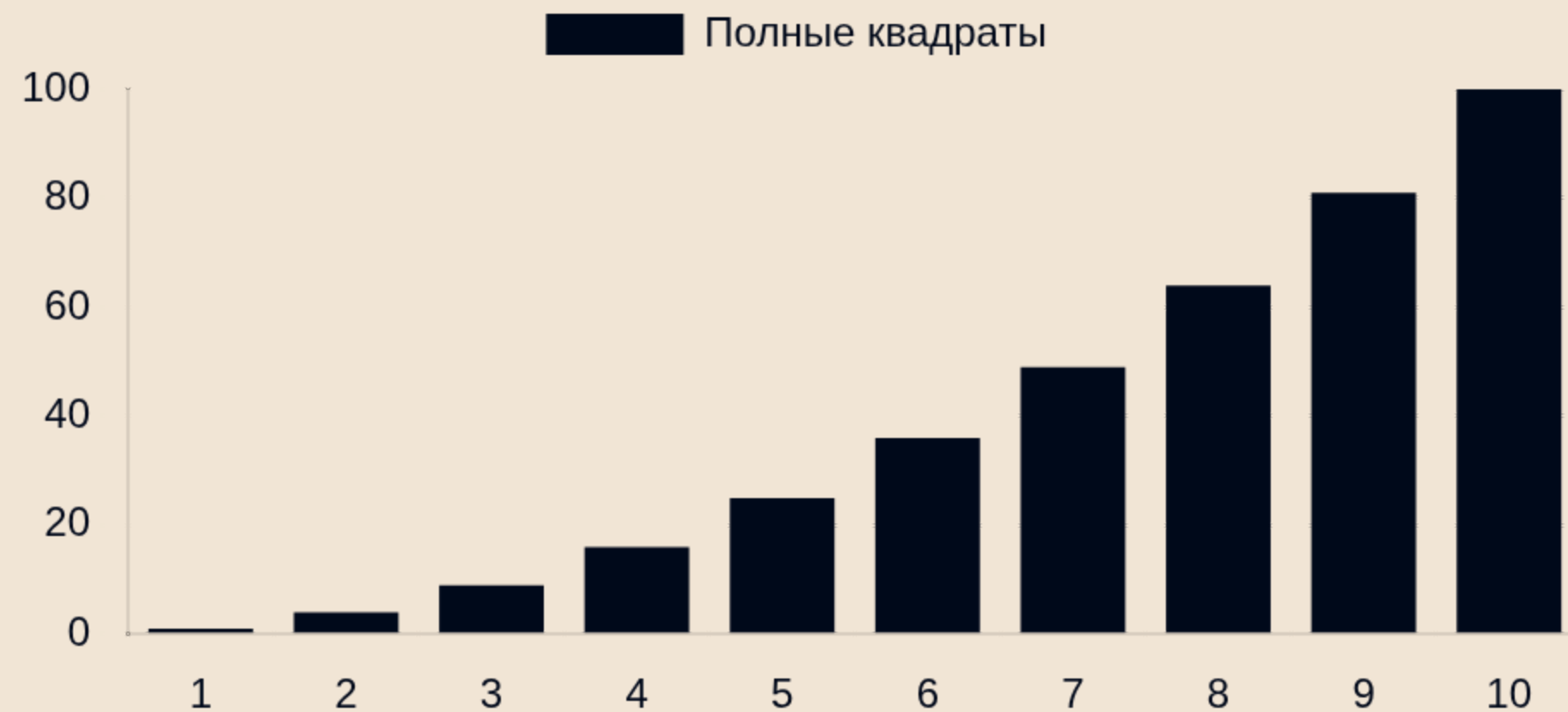


Нет проверки ОДЗ

Если не проверить, неотрицательно ли выражение под корнем, можно получить недопустимый ответ. Особенно это важно, когда в задаче есть переменная или дробь.



Полные квадраты до 100



Ряд полных квадратов помогает быстро узнавать числа, для которых квадратный корень находится сразу без вычислений.

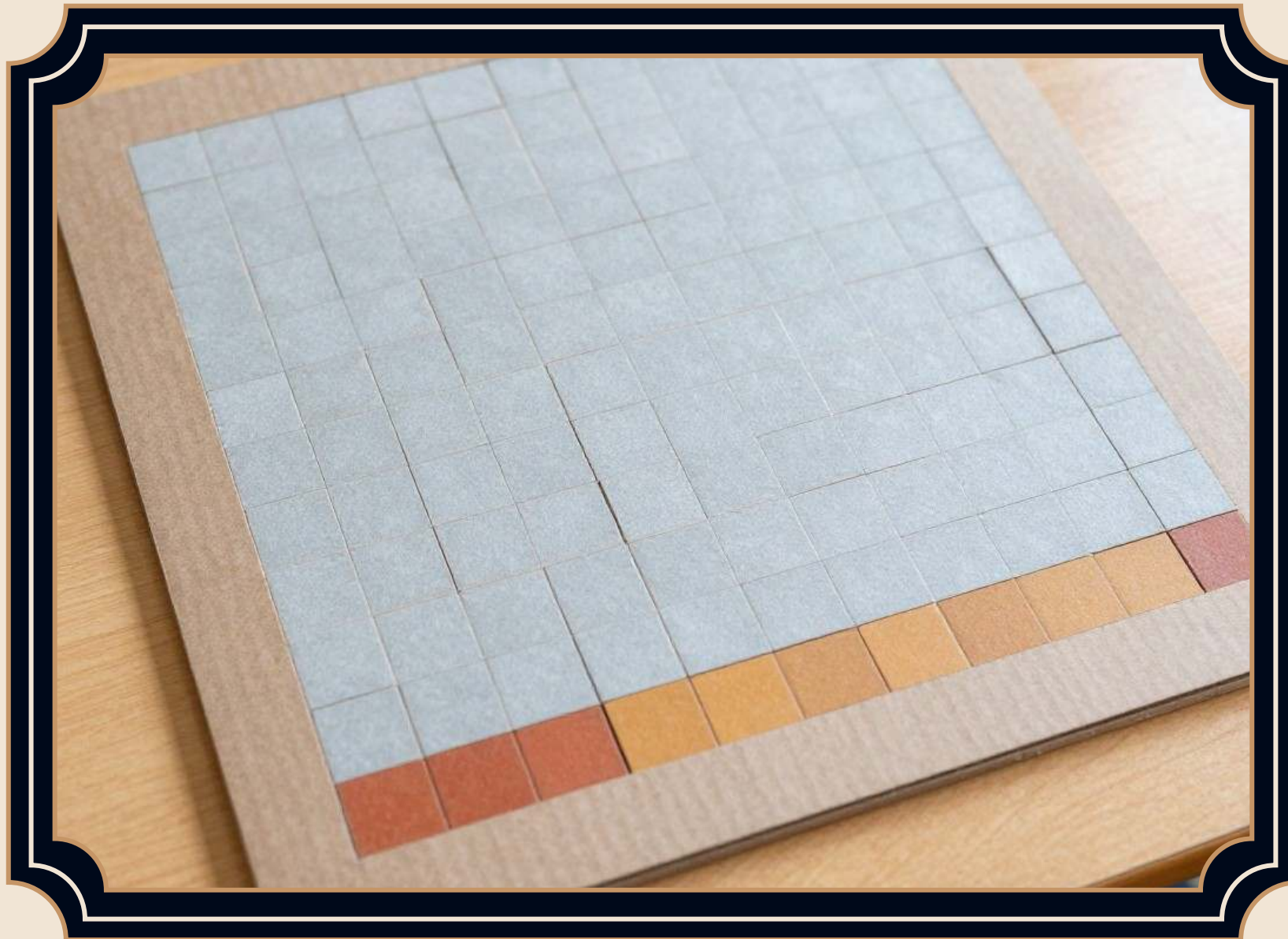
Если число входит в этот список, его корень записывается точно и легко проверяется устно.



Таблица квадратов чисел от 1 до 10

18

Применение квадратного корня в задаче на площадь



Находим сторону

Если известна площадь квадрата, то длину его стороны можно найти с помощью квадратного корня. Например, при площади 81 м^2 сторона равна 9 м.

Полезно в измерениях

Такой приём используют в чертежах, строительных расчётах и задачах на план местности, когда нужно восстановить размер по площади без лишних вычислений.

Проверяем ответ

После нахождения стороны удобно возвести её в квадрат. Если получается исходная площадь, значит решение верно и единицы измерения записаны правильно.



Свойства корня, которые стоит держат в памяти

Квадратный корень помогает находить неизвестное по квадрату, но работает только по чётким правилам. Если запомнить эти свойства и проверять ответы, задачи становятся заметно проще.

