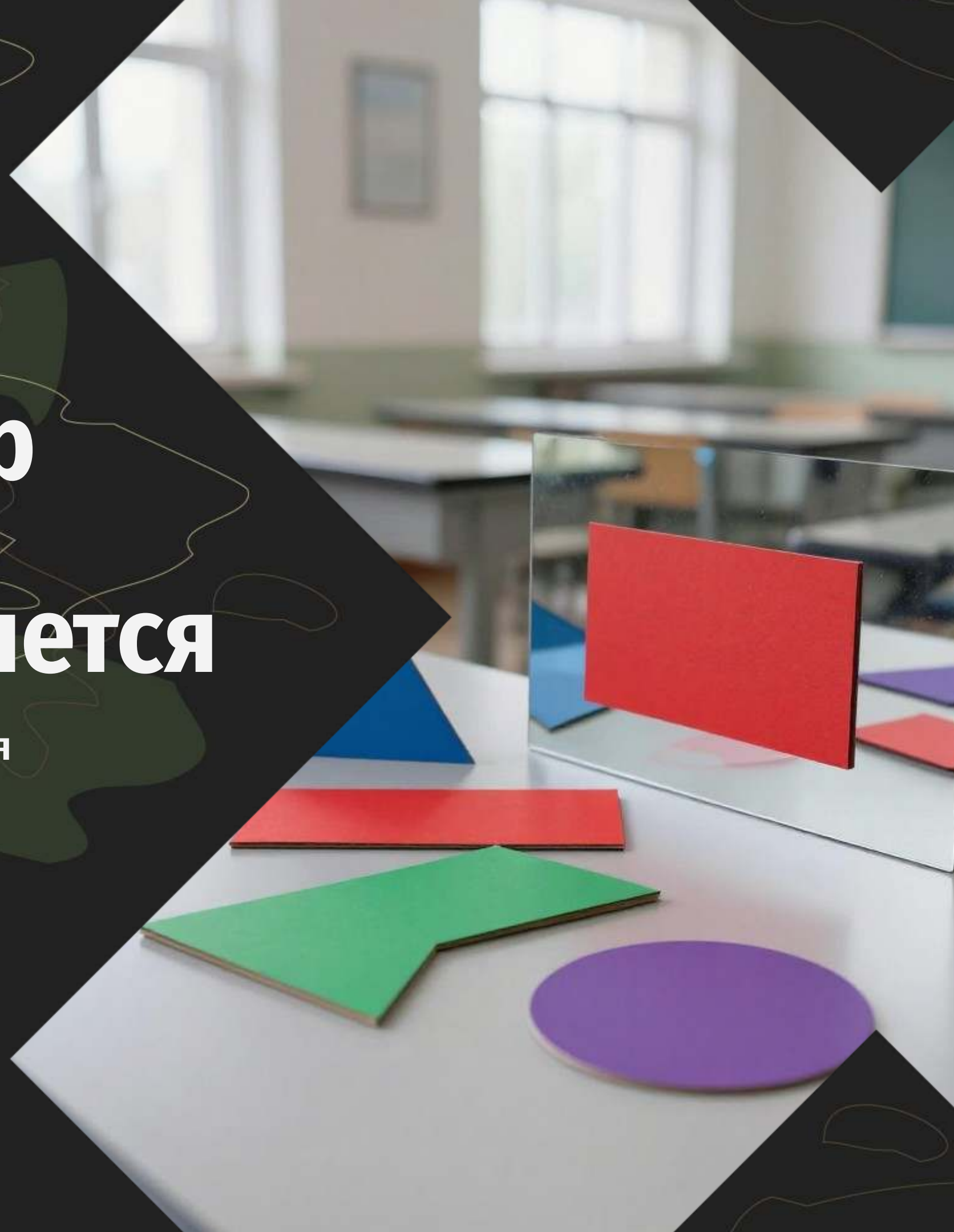
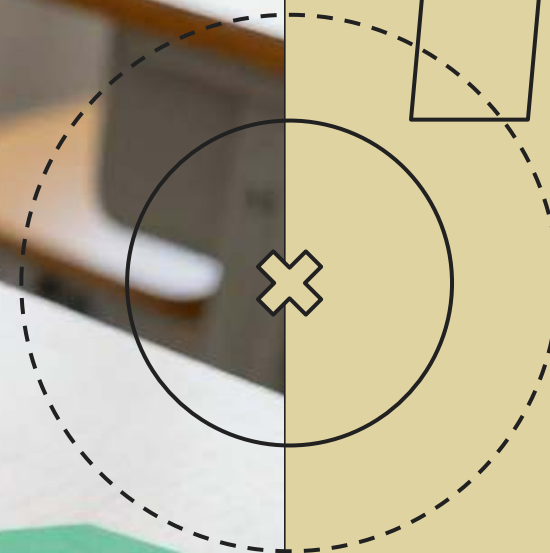


Преобразования фигур в геометрии: что сохраняется и что меняется

Фигуры двигаются, отражаются, поворачиваются
и меняют размер, сохраняя важные свойства.





Зачем изучать преобразования фигур

Эти преобразования помогают понимать чертежи, орнаменты, архитектуру и графику, а в 9 классе – уверенно работать с координатами, равенством, подобием и построениями на плоскости.

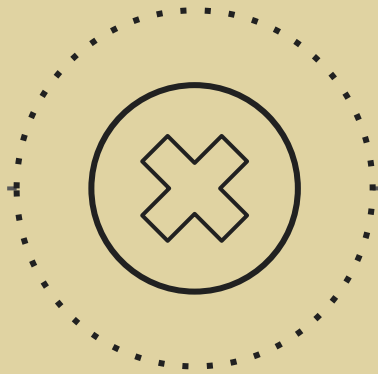
Виды преобразований и их основные свойства

Сравним основные преобразования по тому, что в фигуре изменяется и что остаётся прежним.

Перенос, поворот и осевая симметрия сохраняют форму и размеры, а гомотетия меняет масштаб, превращая равные фигуры в подобные.

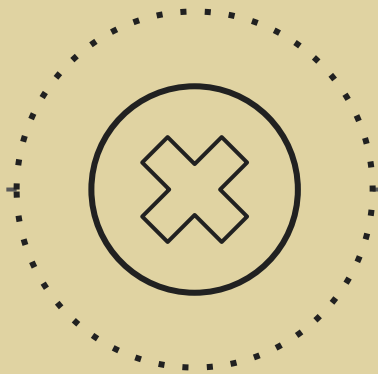
Вид	Меняется	Сохраняется	Пример
Перенос	положение	длины, углы	сдвиг квадрата
Поворот	положение	форма, размеры	поворот на 90°
Осевая симметрия	ориентация	длины, углы	отражение в оси
Гомотетия	размер	углы, пропорции	увеличение в 2 раза
Гомотетия и равенство	масштаб	подобие фигур	равные $\rightarrow$ подобные

Параллельный перенос на координатной плоскости



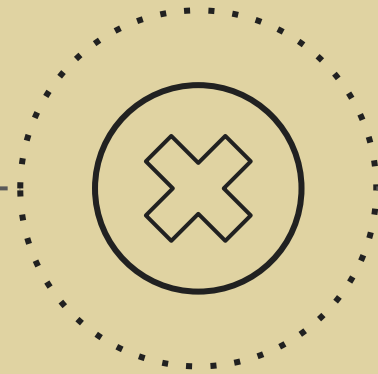
Сдвиг без поворота

Параллельный перенос перемещает каждую точку фигуры на один и тот же вектор. Фигура не разворачивается и не деформируется, поэтому сохраняются её форма, длины отрезков и углы.



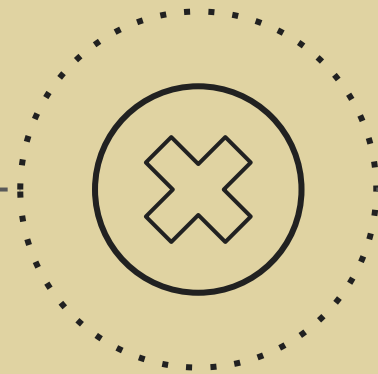
Что сохраняется

При переносе не меняются параллельность сторон, ориентировка фигуры и все расстояния между её точками. Поэтому исходная и полученная фигуры полностью равны между собой.



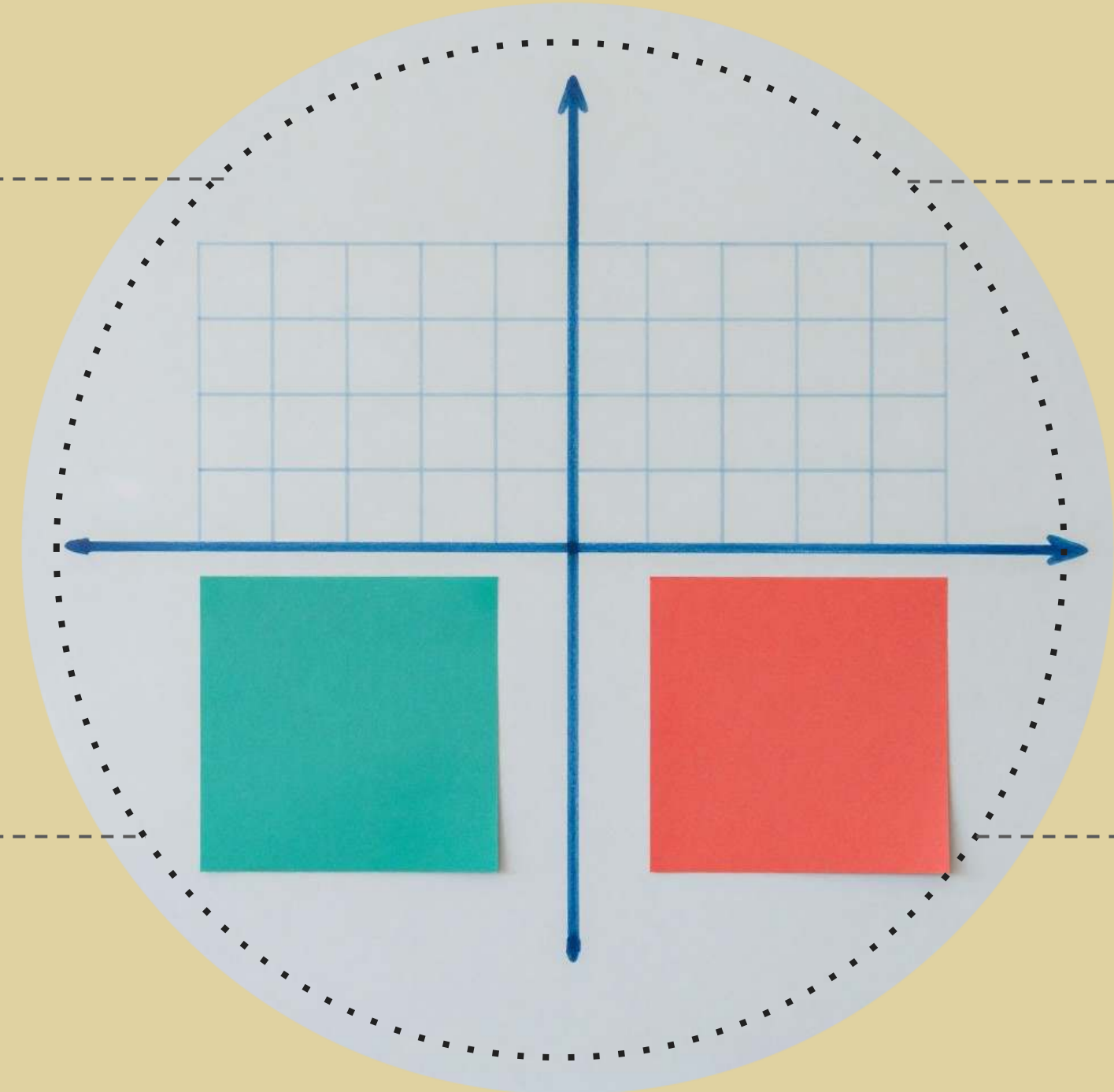
Правило координат

Если точка $A(x; y)$ переносится на вектор $(a; b)$, то её образ имеет координаты $A'(x + a; y + b)$. Это правило удобно применять без построения полного чертежа.



На что похож пример

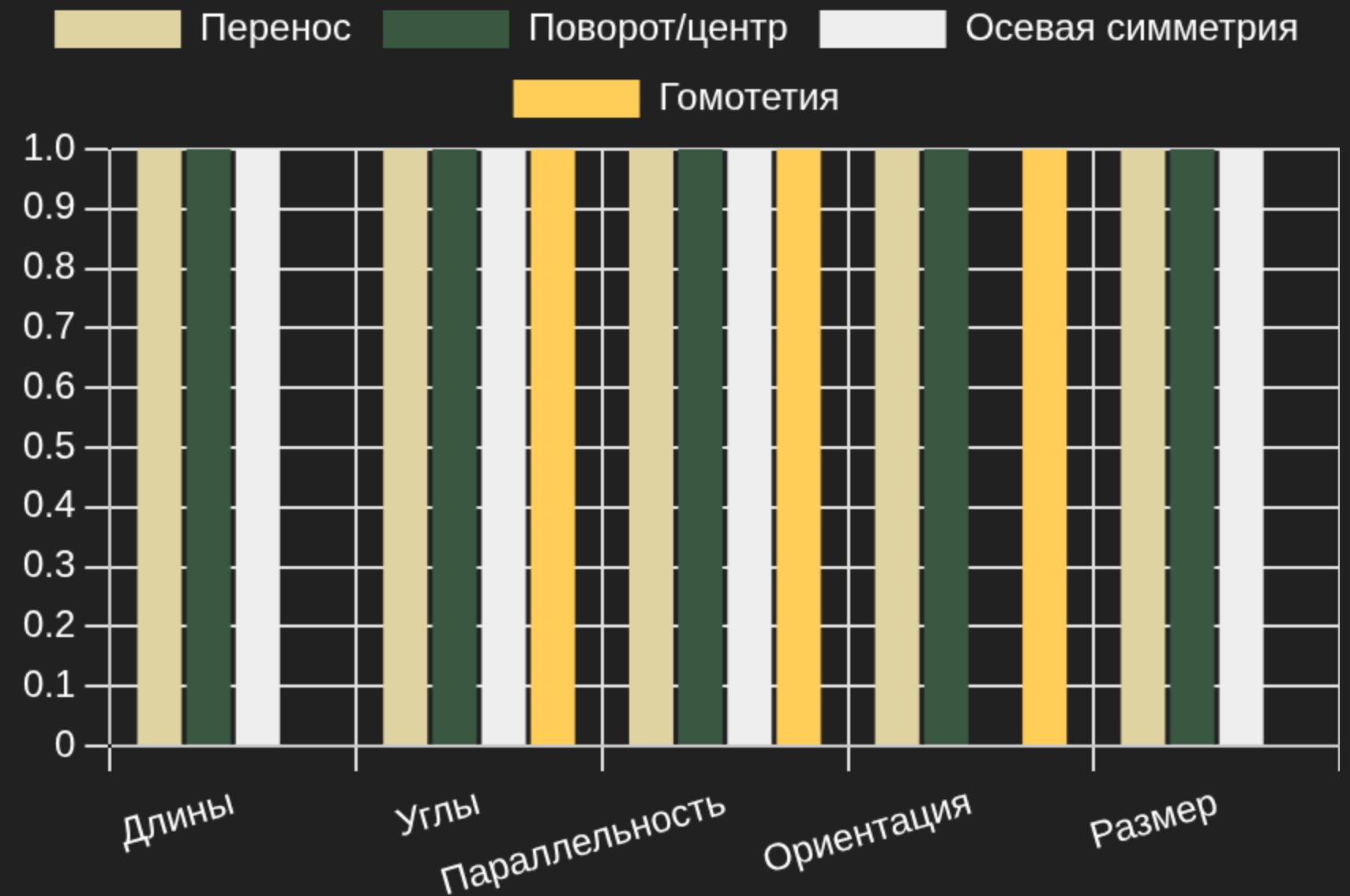
Хорошо видно сдвиг квадрата вправо и вверх: он остаётся таким же по размеру, но оказывается в новом



Сравнение сохраняемых свойств

Диаграмма показывает, что разные преобразования по-разному влияют на фигуру: одни сохраняют размеры, другие — только форму и пропорции.

Чем выше сохранение свойств, тем ближе преобразование к полному совпадению фигур; гомотетия выделяется изменением масштаба.



Обобщение свойств преобразований фигур в школьной геометрии

Поворот фигуры вокруг заданного центра

01

Выбрать центр

Сначала отмечают точку, вокруг которой будет выполняться поворот. От неё отсчитывают положение каждой вершины, чтобы сохранить одинаковое расстояние до центра и не нарушить форму фигуры.

02

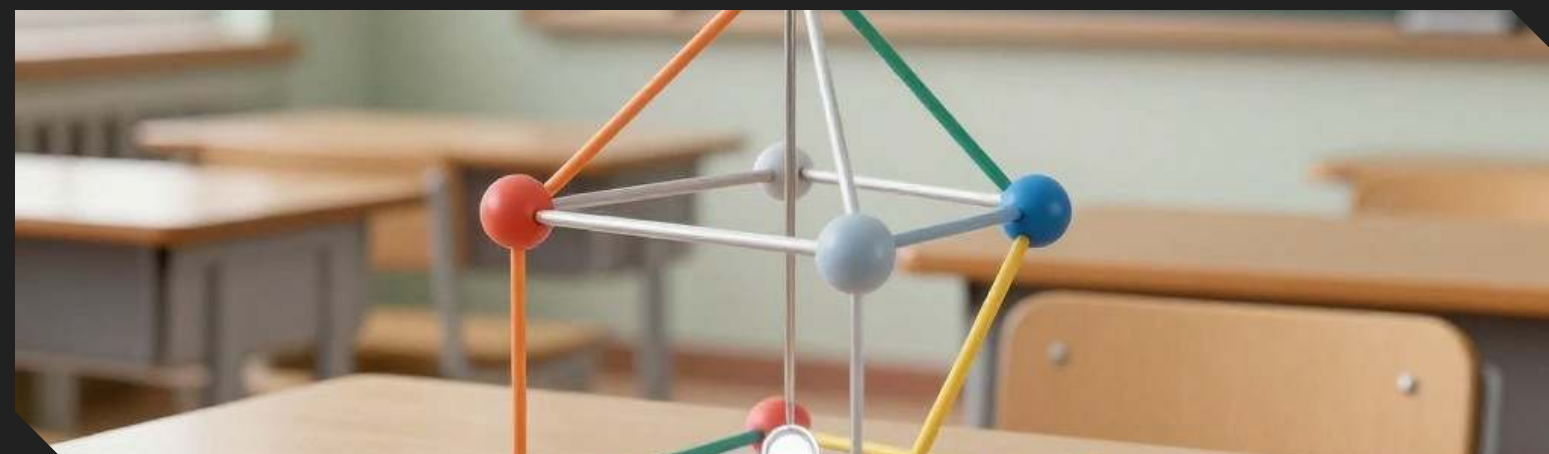
Задать угол

Поворот может быть на 90° , 180° , 270° или любой другой угол. Именно угол определяет, на сколько фигура переместится по окружности вокруг центра.

03

Построить образы точек

Каждую вершину переносят на новое место так, чтобы расстояние до центра осталось прежним. В результате точки описывают дуги окружностей, а фигура сохраняет свои размеры.



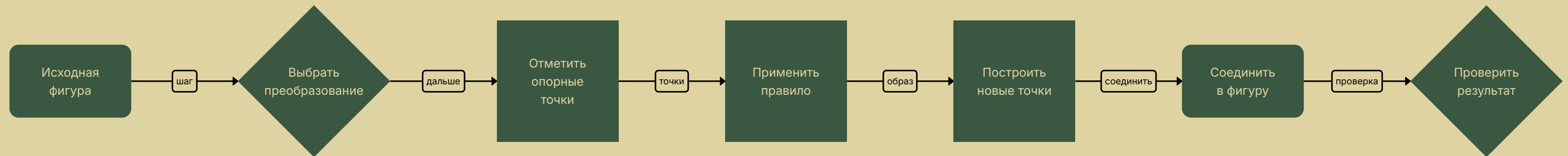
04

Проверить результат

После построения сравнивают длины сторон и величины углов. Если они совпадают с исходными, значит, поворот выполнен верно, а новая фигура равна исходной.

Как построить образ фигуры

✗ Последовательность действий при переносе, симметрии, повороте и гомотетии



Как выглядит осевая симметрия в жизни и в фигурах



Отражение по линии

При осевой симметрии фигура как будто смотрит в зеркало, стоя у прямой линии. Каждая точка и её образ находятся по разные стороны от оси на одинаковом расстоянии, а отрезок между ними перпендикулярен оси.



Когда половины совпадают

Если сложить симметричную фигуру по оси, её части совпадут. Так выглядят бабочка, лист, снежинка и многие узоры, где левая и правая стороны построены по одному правилу.



Основа для орнаментов

Осевая симметрия часто используется в декоративных композициях и геометрических рисунках. Она помогает создавать аккуратные, уравновешенные изображения, в которых повторение элементов заметно сразу.

Центральная симметрия относительно точки

Середина отрезка

При центральной симметрии заданная точка O становится серединой отрезка, соединяющего исходную точку и её образ. Поэтому обе точки находятся на одной прямой, но по разные стороны от центра.

Поворот на 180°

Центральную симметрию можно представить как поворот фигуры на 180° вокруг точки O . После такого поворота фигура сохраняет размеры, форму и взаимное расположение сторон.

Где встречается

Этот вид симметрии замечен в некоторых многоугольниках, на шахматной доске, в крестах и декоративных узорах. Он делает композицию уравновешенной и легко узнаваемой.

Что не меняется

При центральной симметрии сохраняются длины, углы и площадь фигуры. Меняется только её положение относительно центра, поэтому исходный и полученный рисунки совпадают по форме.



Координаты точек после основных преобразований

- ✕ Сравним, как меняются координаты одной и той же точки при разных преобразованиях на плоскости.
- ✕ Координатные формулы позволяют быстро строить образы точек: достаточно изменить нужные знаки или прибавить компоненты вектора.

Преобразование	A'
Перенос (4; -1)	(6; 2)
Симметрия относительно Ox	(2; -3)
Симметрия относительно Oy	(-2; 3)
Симметрия относительно O	(-2; -3)

Правила координатных преобразований
в школьной геометрии

Гомотетия: увеличение и уменьшение фигур

01

Смысл преобразования

Гомотетия изменяет фигуру относительно выбранного центра: каждая точка переходит на луч или прямую через этот центр, а расстояния умножаются на один и тот же коэффициент.

02

Когда фигура растёт

При коэффициенте k больше 1 образ становится больше исходной фигуры. Все стороны удлиняются одинаково, поэтому форма сохраняется, а масштаб изменяется предсказуемо.

03

Когда фигура уменьшается

Если $0 < k < 1$, фигура сжимается к центру гомотетии. Углы остаются прежними, а соответствующие отрезки становятся короче в одинаковое число раз.

04

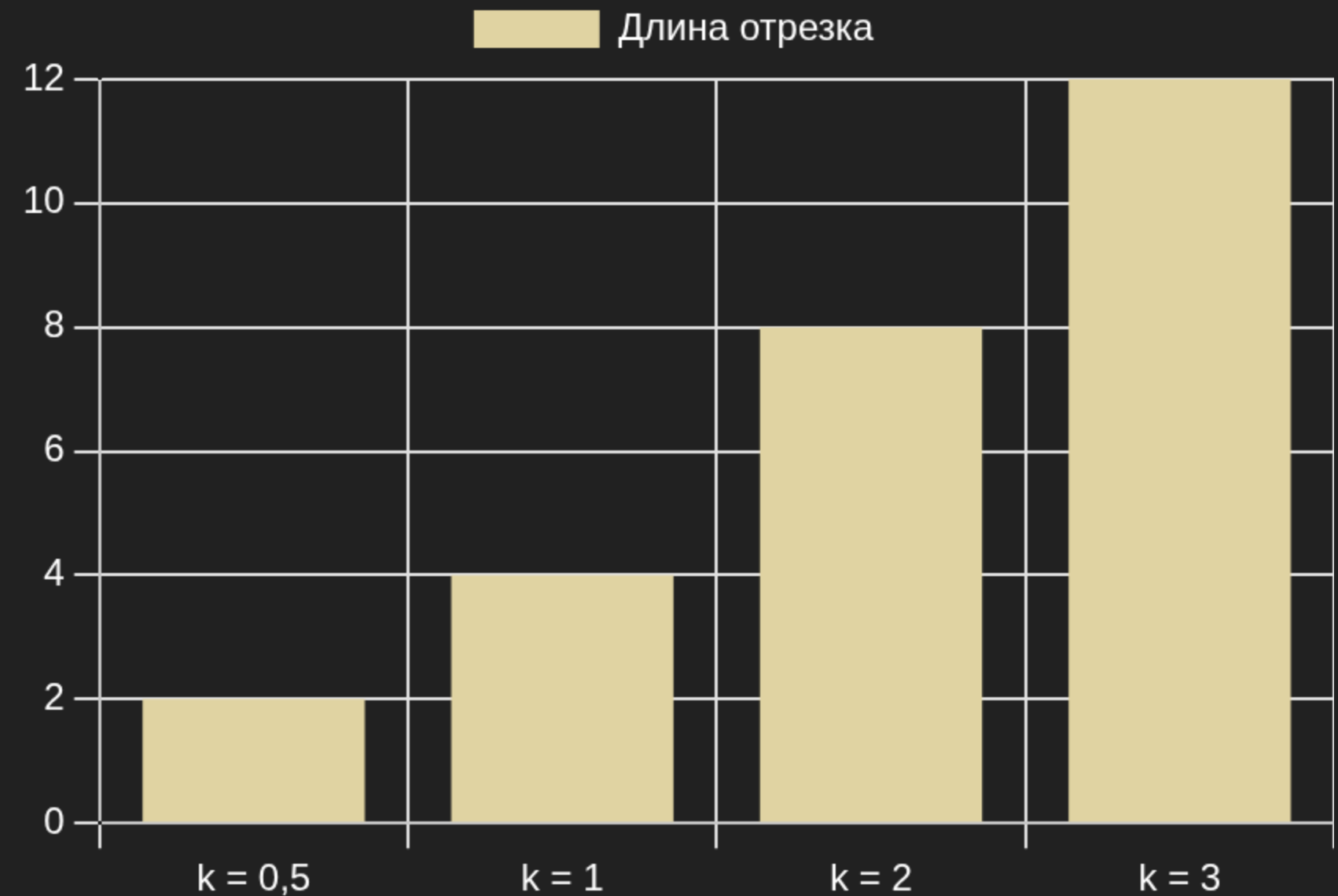
Отрицательный коэффициент

При отрицательном k образ оказывается по другую сторону от центра. Дополнительно происходит разворот на 180° , но углы и пропорции между сторонами сохраняются.

Как коэффициент гомотетии меняет длину отрезка

Во всех случаях исходная длина равна 4 см, поэтому легко увидеть прямую пропорциональность между коэффициентом гомотетии и новым размером отрезка.

Чем больше модуль коэффициента, тем сильнее изменение размеров; при гомотетии все линейные величины масштабируются одинаково.



Условный учебный пример для демонстрации правила гомотетии (исходная длина 4 см).

Признаки подобных фигур



Равные углы

У подобных фигур соответствующие углы совпадают по величине. Именно это позволяет узнавать одну и ту же форму, даже если изображение увеличено или уменьшено.



Пропорциональные стороны

Соответствующие стороны относятся одинаково, поэтому одна фигура получается из другой масштабированием. Это удобно при решении задач на отношение длин и построение чертежей.



Один и тот же вид

Треугольники, четырёхугольники и многоугольники могут быть подобными, если их контуры совпадают по углам и сохраняют пропорции. Тогда различается только размер, а не строение.

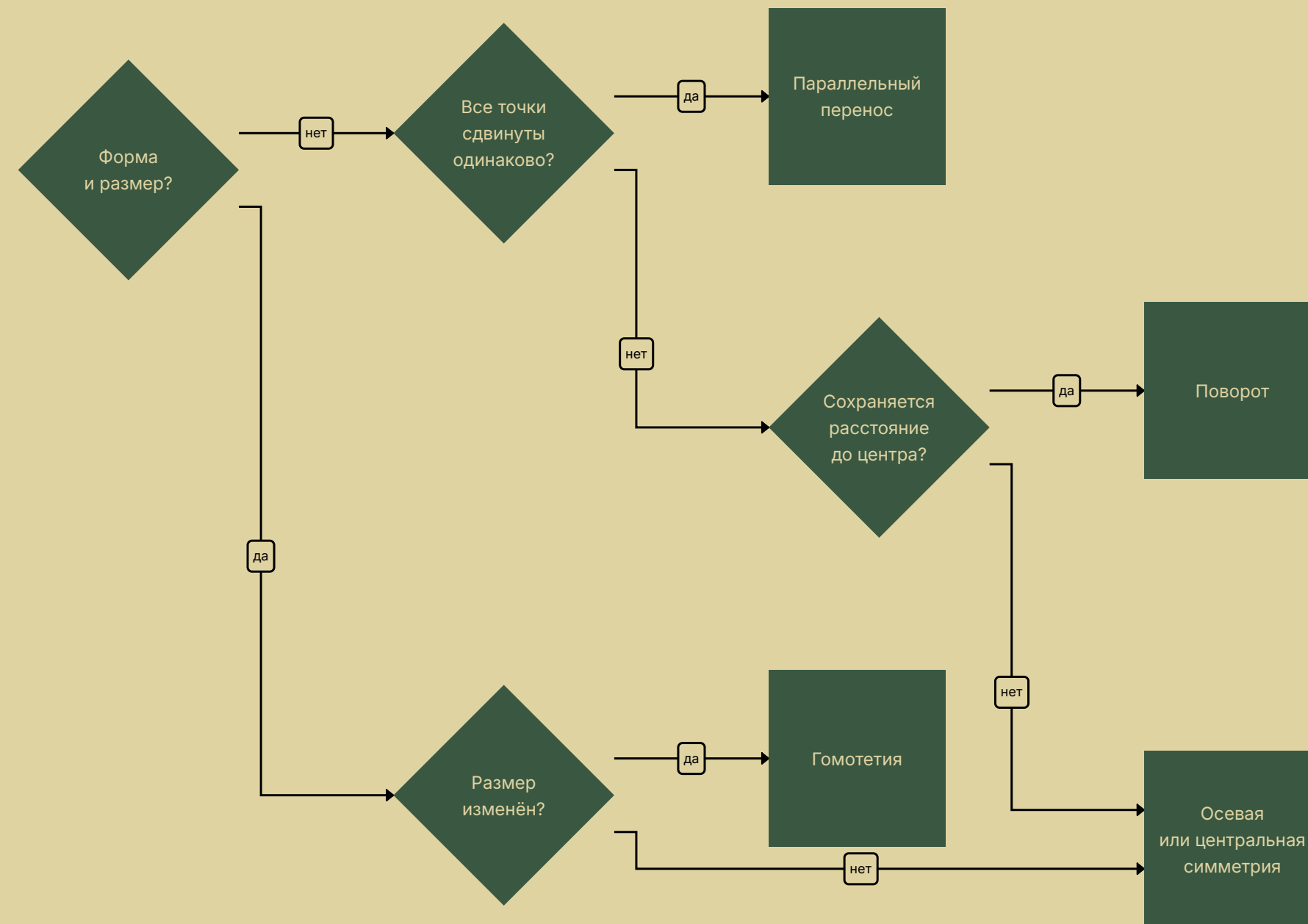


Связь с гомотетией

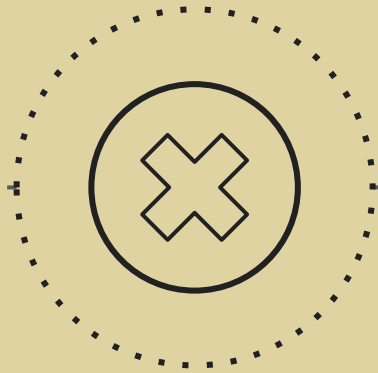
Гомотетия напрямую даёт подобные фигуры: она сохраняет форму, но меняет масштаб. Поэтому коэффициент гомотетии часто используют как коэффициент подобия в задачах.

Как распознать преобразование по рисунку

✗ Алгоритм сравнения фигуры и её образа на плоскости

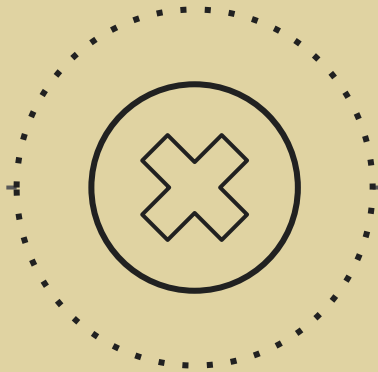


Преобразования фигур в орнаментах и узорах



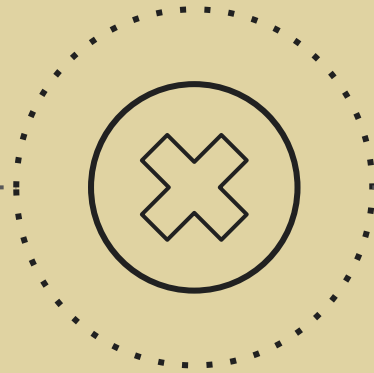
Повторение мотива

В орнаментах один элемент часто повторяется через равные промежутки. Такой приём создаёт ритм и помогает строить аккуратные декоративные полосы, бордюры и плиточные композиции.



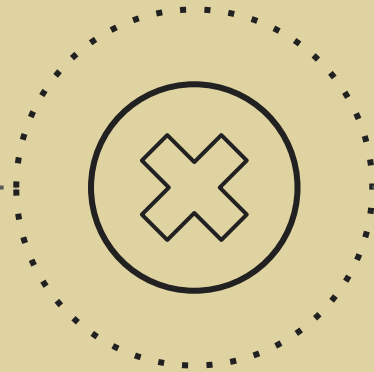
Мозаики и плитки

В мозаиках один и тот же фрагмент можно многократно переносить без изменения формы. Если шаг и угол повторяются, узор



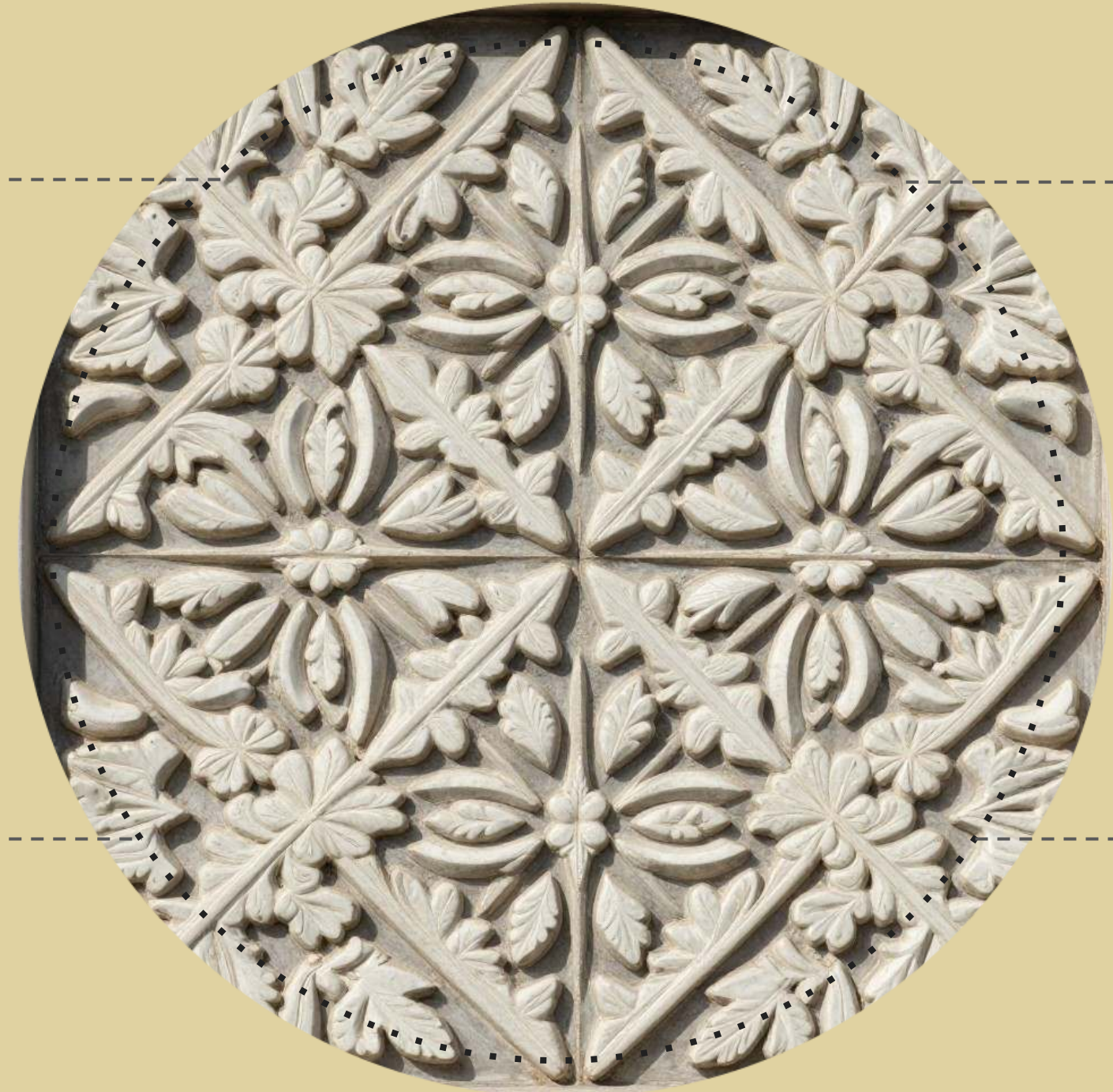
Отражения и вращения

Калейдоскопические узоры основаны на отражениях и поворотах. Благодаря этому одинаковые детали располагаются симметрично и образуют сложный, но строго закономерный рисунок.



Красота симметрии

Симметричные орнаменты легко воспринимаются глазом, потому что в них части уравновешивают друг друга. Именно поэтому симметрия так часто встречается в архитектуре и народном искусстве.



Сколько осей симметрии имеют известные фигуры



Для окружности число осей симметрии не ограничено, поэтому на диаграмме оно показано условно, чтобы сравнить её с другими фигурами.



Чем более равномерна фигура, тем больше у неё осей симметрии; у окружности этот признак выражен максимально.



Свойства фигур из школьного курса геометрии; для окружности значение на диаграмме дано условно.



Типичные ошибки при выполнении преобразований



Путаница в симметрии

Часто осевую симметрию путают с центральной. Чтобы не ошибиться, нужно проверить: при осевой симметрии точки лежат по разные стороны от прямой, а при центрально й — по разные



Неверные знаки координат

При работе с координатами ученики нередко меняют не тот знак. Полезно заранее помнить правило для каждой оси и сразу проверять результат на нескольких опорных точках.



Смещение углов поворота

Поворот на 90° и на 180° даёт разные образы, хотя оба сохраняют форму. Удобно мысленно проследивать направление движения точки вокруг центра, а не только конечное положение.



Пропущенные расстояния

При построении образа иногда забывают сохранить длину отрезка или расстояние до центра. Проверка по линейке или по координатам помогает быстро обнаружить такую ошибку.



Ошибка в гомотетии

Неправильное применение коэффициента приводит к неверному масштабу. Нужно убедиться, что все соответствующие стороны изменены в одно и то же число раз, а углы остались равными.

Один многоугольник и четыре разных преобразования

На примере квадрата ABCD показано, как разные преобразования меняют его положение и размер.

Перенос, поворот и симметрия сохраняют размер квадрата, а гомотетия изменяет масштаб, оставляя фигуру подобной исходной.

Преобразование	Что меняется	Результат
Перенос	Координаты	Размер тот же
Поворот 90°	Положение	Форма та же
Симметрия	Ориентация	Размер тот же
Гомотетия $k = 2$	Масштаб	Фигура больше

Где используются преобразования фигур

01

Архитектура и черчение

В архитектуре и черчении преобразования помогают точно переносить размеры, строить симметричные детали и проверять, совпадают ли части проекта по форме и положению.

02

Дизайн и орнамент

В дизайне они нужны для создания повторяющихся узоров, бордюров и декоративных элементов. Симметрия и поворот делают композицию аккуратной и выразительной.

03

Карты и схемы

При работе с картами и планами используется масштаб, то есть близкая идея к гомотетии. Это позволяет уменьшать большие объекты, сохраняя их пропорции.

04

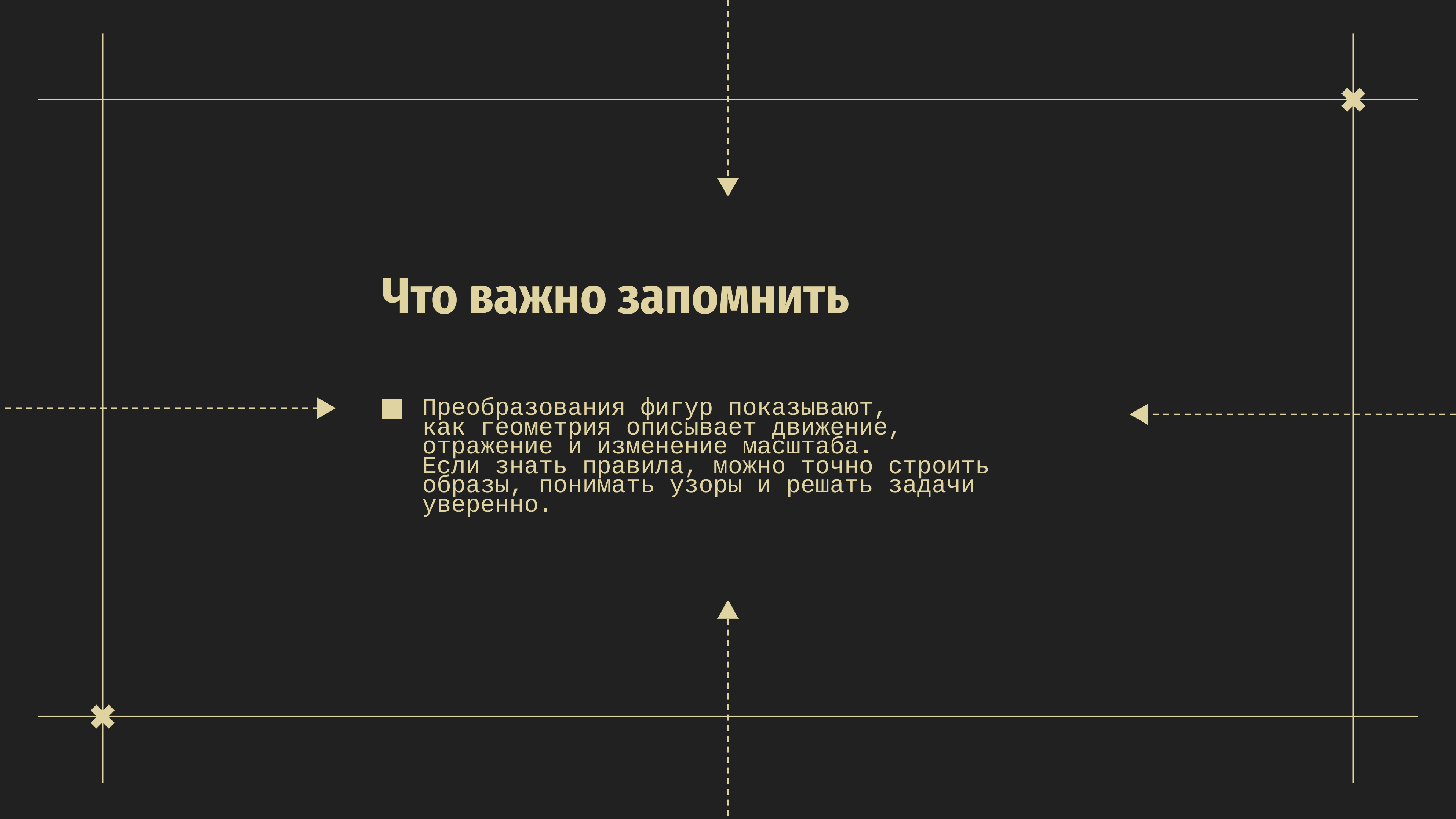
Компьютерная графика

В графических редакторах фигуры перемещают, поворачивают, отражают и масштабируют. Поэтому знания о преобразованиях помогают понимать, как строятся изображения на экране.

05

Школьные задачи

В геометрии эти действия нужны для построений, работы с координатами и доказательства равенства или подобия фигур. Они развивают точность и умение видеть закономерности.

A decorative geometric diagram featuring a dark gray background with a light gray grid. A central horizontal dashed line has a right-pointing arrow on its left end and a left-pointing arrow on its right end. A vertical dashed line has a downward-pointing arrow on its top end and an upward-pointing arrow on its bottom end. At the intersections of the horizontal and vertical dashed lines with the grid, there are small light gray 'X' marks. The title 'Что важно запомнить' is centered in the upper half of the image.

Что важно запомнить

- Преобразования фигур показывают, как геометрия описывает движение, отражение и изменение масштаба. Если знать правила, можно точно строить образы, понимать узоры и решать задачи уверенно.