

Степень и её свойства

Краткая запись повторного умножения и полезные правила



Почему степени важны

Степени помогают записывать выражения короче, быстрее считать и удобнее работать с формулами в алгебре, геометрии и задачах с большими или очень маленькими числами.



Что такое степень числа

1

Запись степени

Степень числа a с натуральным показателем n записывают как a^n . Такая запись заменяет длинное повторяющееся умножение одинакового числа на само себя.

2

Основание и показатель

Основание — это число, которое повторяется в произведении. Показатель показывает, сколько раз основание используется как множитель в записи степени.

3

Значение степени

Чтобы найти значение степени, нужно перемножить все одинаковые множители. Например, 2^3 означает $2 \cdot 2 \cdot 2$, а не $2 \cdot 3$ или $2 + 2 + 2$.

4

Примеры вычислений

Из практики удобно запомнить: $5^2 = 25$, $2^3 = 8$, $10^4 = 10000$. Такие примеры помогают быстро распознавать и читать степени в заданиях.

Основание и показатель степени



Основание

Основание показывает, какое число повторяется при умножении. Именно оно определяет, какие множители будут одинаковыми в записи степени и в дальнейшем преобразовании выражения.



Показатель

Показатель говорит, сколько раз основание берётся множителем. Чем он больше, тем длиннее произведение, которое скрыто за короткой записью степени.



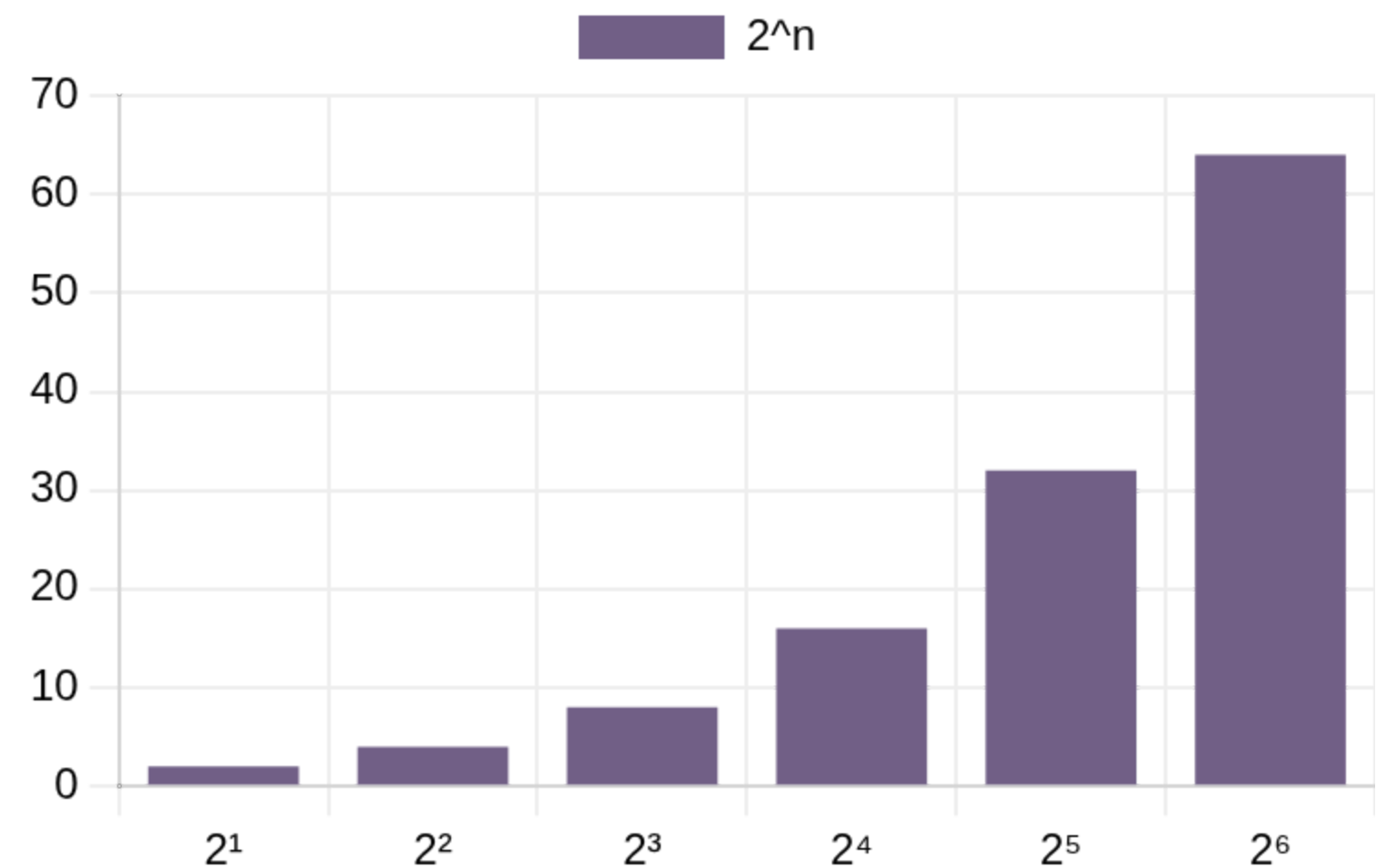
Скобки и знак

В записи -3^2 и $(-3)^2$ смысл разный: без скобок степень относится только к числу 3, а со скобками возводится в квадрат всё число -3.

Как быстро растут степени числа 2

Даже при небольшом увеличении показателя значения резко возрастают, поэтому степени удобно использовать для краткой и наглядной записи больших чисел.

Каждый следующий результат вдвое больше предыдущего, поэтому рост идёт гораздо быстрее обычного сложения.



Школьный пример последовательности степеней 2: $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6$.

Свойство произведения степеней с одинаковым основанием

1

Основное правило

Если умножаются степени с одинаковым основанием, показатели складываются: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$. Это правило работает, потому что одинаковые множители объединяются в одно произведение.

2

Примеры записи

По этому свойству $2^3 \cdot 2^5 = 2^8$, $x^2 \cdot x^5 = x^7$, $10^3 \cdot 10^2 = 10^5$. Такие преобразования делают выражения короче и удобнее для вычислений.

3

Зачем применять

Свойство помогает быстро упрощать длинные произведения, особенно в буквенных выражениях. Оно экономит время и снижает риск ошибок при устных и письменных вычислениях.

Свойство частного степеней с одинаковым основанием

Правило деления

При делении степеней с одинаковым основанием показатели вычитаются: $a^m : a^n = a^{m-n}$, если $m > n$. Это связано с сокращением одинаковых множителей.

Примеры сокращения

Например, $2^6 : 2^3 = 2^3$, $x^8 : x^3 = x^5$, $5^4 : 5^2 = 5^2$. В записи остаётся только разность показателей, а выражение становится компактнее.

Практическая польза

Свойство особенно полезно при работе с дробями и буквенными выражениями. Оно помогает быстро сокращать запись и видеть общий вид ответа без лишних вычислений.



Основные свойства степеней

Эти правила помогают заменять длинные записи более короткими и удобными для вычислений.

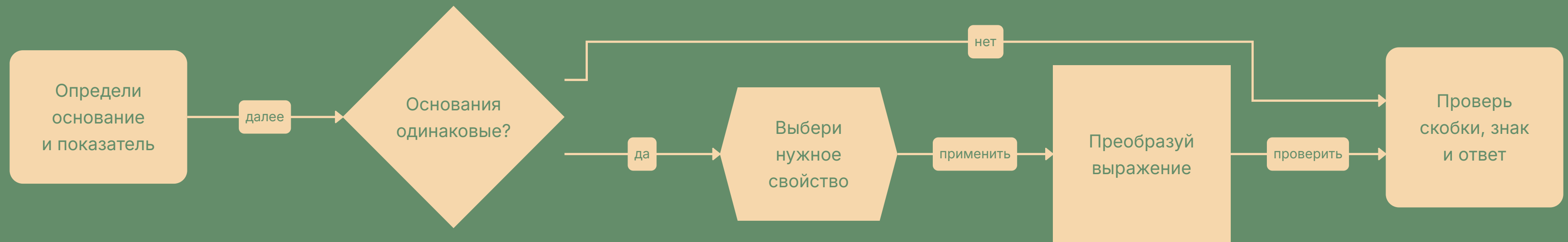
Все свойства связаны с одним принципом: повторяющиеся множители можно объединять, сокращать или распределять по скобкам.

Правила курса алгебры 7 класса

Свойство	Формула
Произведение	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
Частное	$a^m : a^n = a^{m-n}$
Степень степени	$(a^m)^n = a^{mn}$
Произведение	$(ab)^n = a^n b^n$
Дробь	$(a/b)^n = a^n / b^n$

Как упрощать выражения со степенями

Пошаговый алгоритм для преобразования выражений в алгебре 7 класса



Степень степени

1

Главное правило

Если степень возводят ещё в степень, показатели нужно умножать: $(a^m)^n = a^{mn}$. Здесь нельзя складывать показатели, потому что выражение означает повторение одной степени.

3

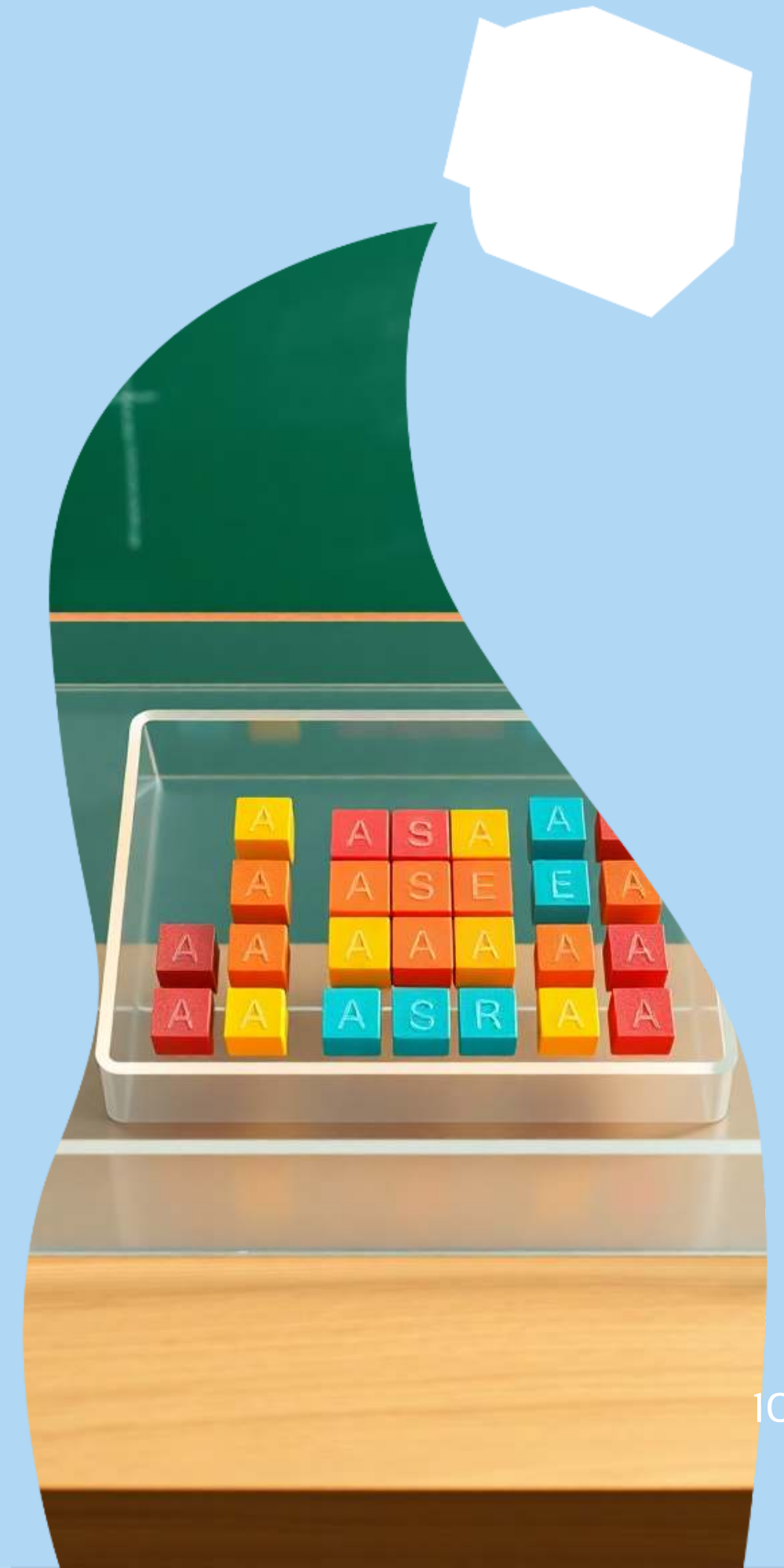
Как не ошибиться

Полезно мысленно раскрыть внутреннюю степень как группу одинаковых множителей. Тогда легче увидеть, что каждая группа повторяется несколько раз, а не просто складывается.

2

Примеры

Например, $(2^3)^2 = 2^6$, а $(x^4)^3 = x^{12}$. Сначала сохраняют основание, затем перемножают показатели, получая новый показатель степени.



Степень произведения и дроби

1

Произведение в степени

Если в скобках стоит произведение, степень распределяется на каждый множитель отдельно. Это позволяет убрать скобки и получить более удобную запись без изменения значения выражения.

2

Дробь в степени

Для дроби действует тот же принцип: числитель и знаменатель возводятся в одну и ту же степень, при этом знаменатель не должен быть равен нулю.

3

Практическая польза

Такие формулы особенно удобны при работе с буквенными выражениями, когда нужно быстро раскрыть скобки, сократить запись и подготовить выражение к дальнейшим преобразованиям.



Это правило сохраняет согласованность действий со степенями и помогает выводить новые формулы через деление степеней с одинаковым основанием.

Правила курса алгебры 7 класса



Отрицательный показатель степени

1

Обратная дробь

Отрицательный показатель не делает число отрицательным. Он означает, что степень нужно записать в знаменатель дроби, а исходное число становится обратным.

3

Зачем это нужно

Такая форма записи удобна при работе с дробями и очень маленькими величинами. Она помогает компактно записывать выражения и упрощать вычисления в задачах.

2

Как читать запись

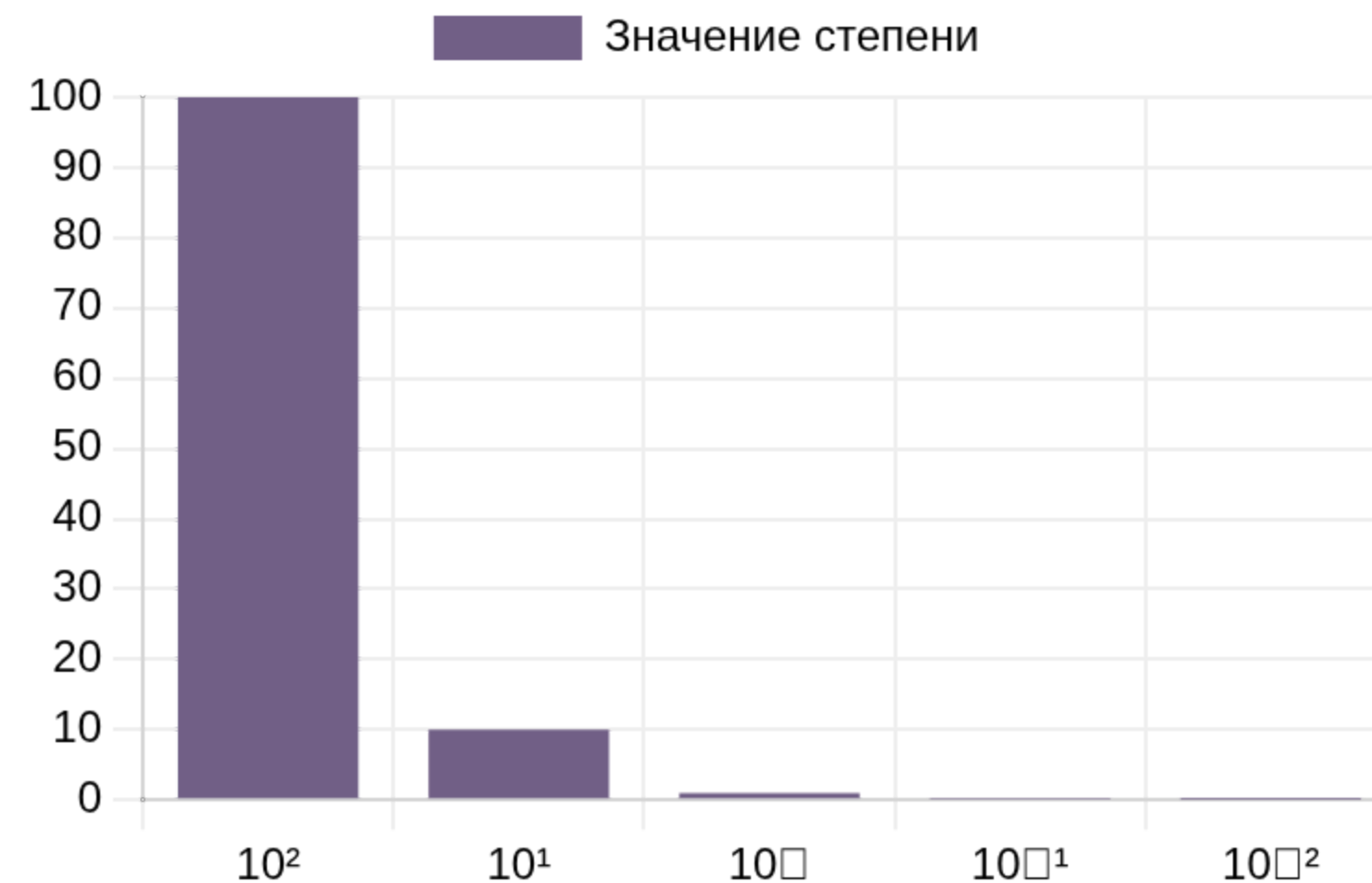
В выражении a^{-n} важно помнить: минус относится к показателю, а не к основанию. Поэтому a^{-3} равно $1/a^3$, а не $-a^3$.



Сравнение степеней с положительными и отрицательными показателями

Чем меньше показатель степени у числа 10, тем меньше становится результат. Это хорошо видно на переходе от целых чисел к десятичным дробям.

Диаграмма показывает закономерное уменьшение значения при убывании показателя: нулевая степень даёт 1, а отрицательные показатели переводят число в дробную форму.



Степени числа 1 и числа 0

Единица в любой степени

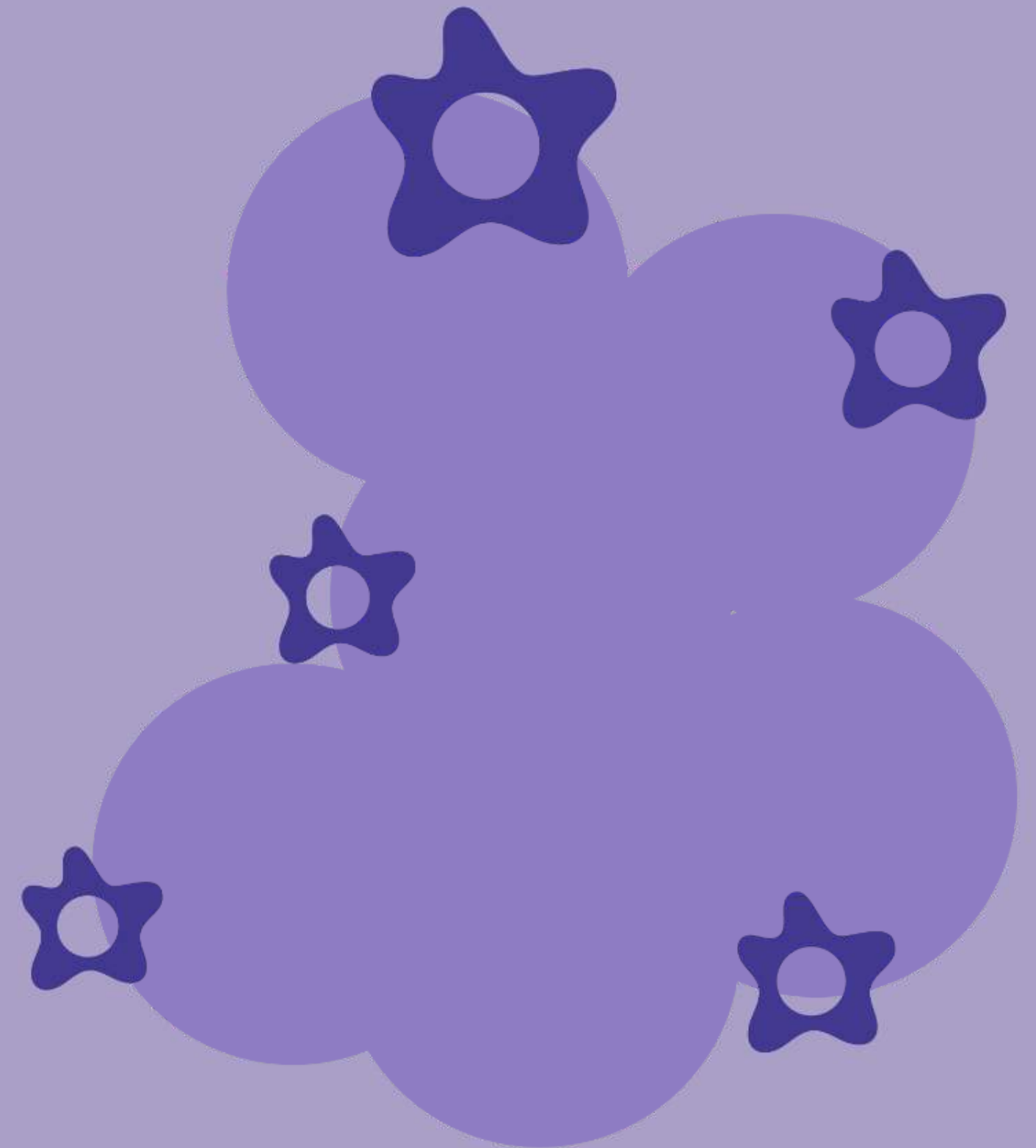
Число 1 остаётся равным самому себе при любом натуральном показателе. Это удобно: даже очень длинное произведение единиц не меняет значение результата.

Ограничение для нуля

Ноль нельзя возводить в нулевую степень, потому что здесь нарушаются общие правила степеней. Именно поэтому в формулах всегда указывают ограничение $a \neq 0$.

Ноль в положительной степени

Если основание равно нулю, а показатель положительный, произведение содержит ноль, поэтому результат тоже равен нулю. Такое правило легко проверить на примерах.



Типичные ошибки при работе со степенями



Таблица помогает быстро увидеть самые частые ошибки и сразу проверить, правильно ли записаны основание, показатель и скобки.



Большинство ошибок связано не с вычислением, а с записью. Внимательная проверка скобок и оснований помогает избежать неверного ответа.



Типичные задания по алгебре 7 класса

Ошибка	Что помнить
$(a^m)^n$	Показатели умножают
-3^2	Нужны скобки
a^0 и 0^a	Не путать
a^{-m}	Это дробь
Разные основания	Правило не подходит

Где встречаются степени в жизни и науке



Большие числа

Степени позволяют коротко записывать очень большие числа, например миллионы, миллиарды и триллионы. Такая запись удобна для чтения, сравнения и вычислений.



Геометрия

В геометрии степень помогает записывать площадь квадрата как a^2 и объём куба как a^3 . Это делает формулы короче и понятнее.



Информатика

В информатике степени часто связаны с двоичной системой счисления и объёмом памяти. Краткая запись помогает быстро оценивать размеры данных.

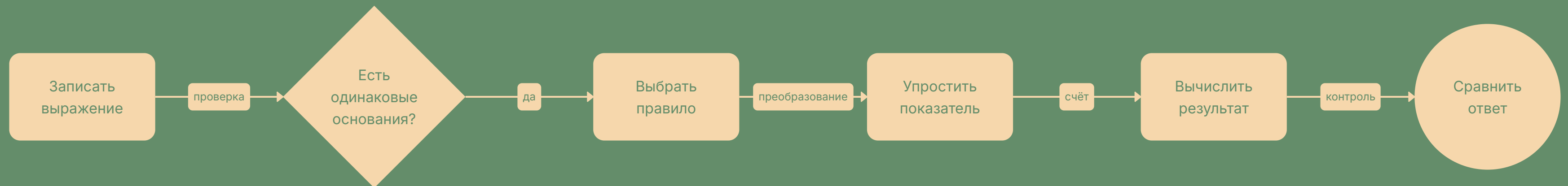


Физика и химия

В физике и химии степени используют для очень малых и очень больших величин. Это удобно, когда обычная запись становится слишком длинной.

Проверка решения в примере со степенями

Последовательность шагов помогает не пропустить скобки, основание и правило преобразования.



Главные формулы темы

Умножение степеней

При умножении степеней с одинаковым основанием показатели складываются. Это одно из самых часто используемых правил при упрощении выражений и сокращении записи.

Деление степеней

При делении степеней с одинаковым основанием показатели вычитаются. Правило работает только при одинаковом основании и помогает быстро сокращать дробные выражения.

Степень степени

Если степень возводят в степень, показатели умножаются. Здесь важно не складывать их по привычке, а точно следовать записи.

Степень произведения и дроби

Степень можно распределить на каждый множитель или на числитель и знаменатель. Это удобно при раскрытии скобок и преобразовании дробей.

Нулевая и отрицательная степени

Нулевая степень даёт 1 для ненулевого основания, а отрицательная переводит число в дробь. Эти правила завершают систему основных свойств степеней.



Степени помогают считать быстрее и точнее

Степень — это удобная запись повторного умножения, а её свойства делают выражения короче и понятнее. Эти правила нужны для уверенной работы в алгебре 7 класса.

