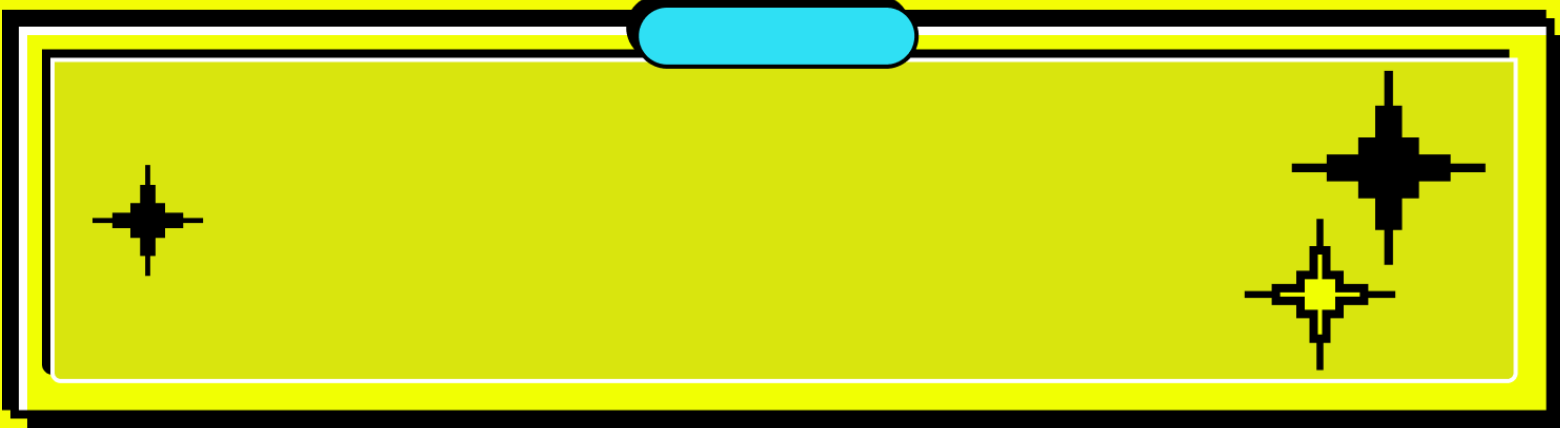


Свойства числовых последовательностей

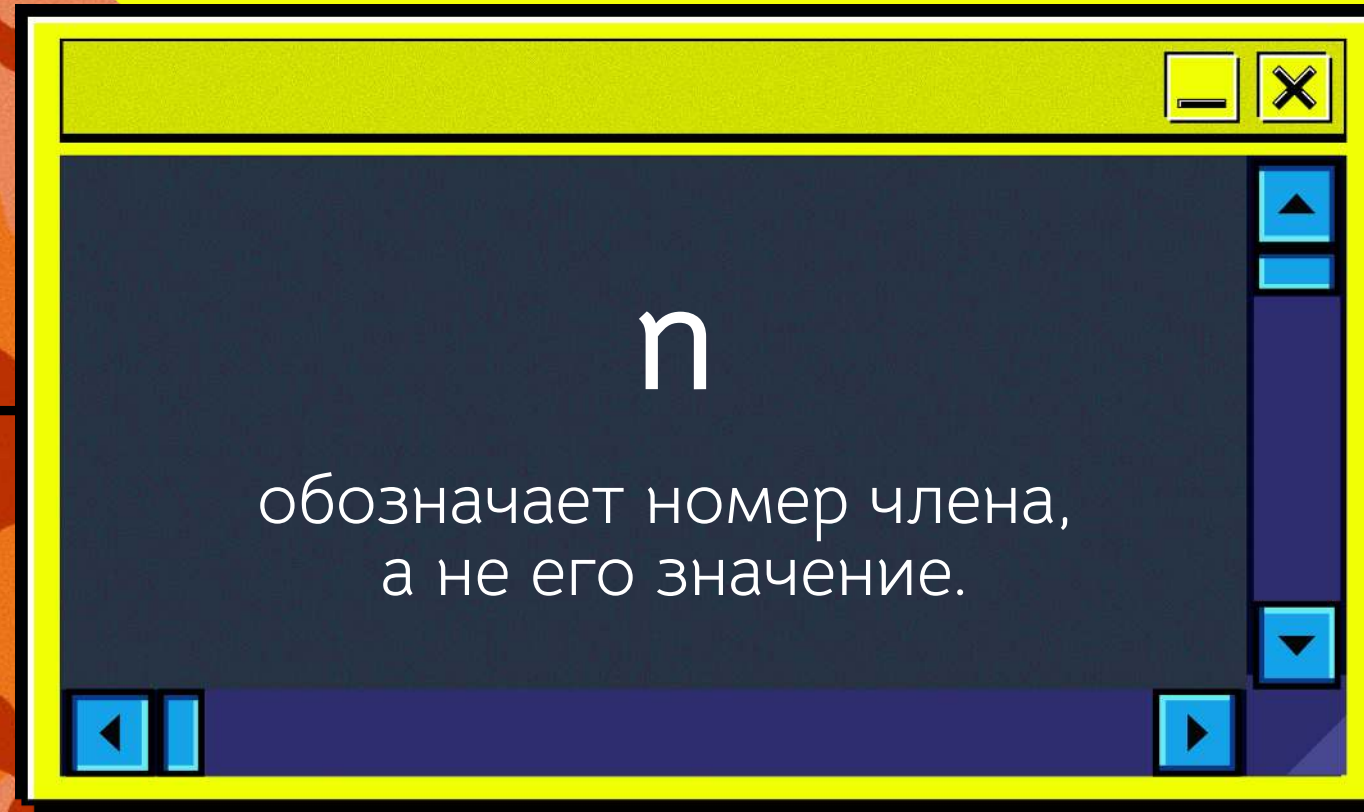
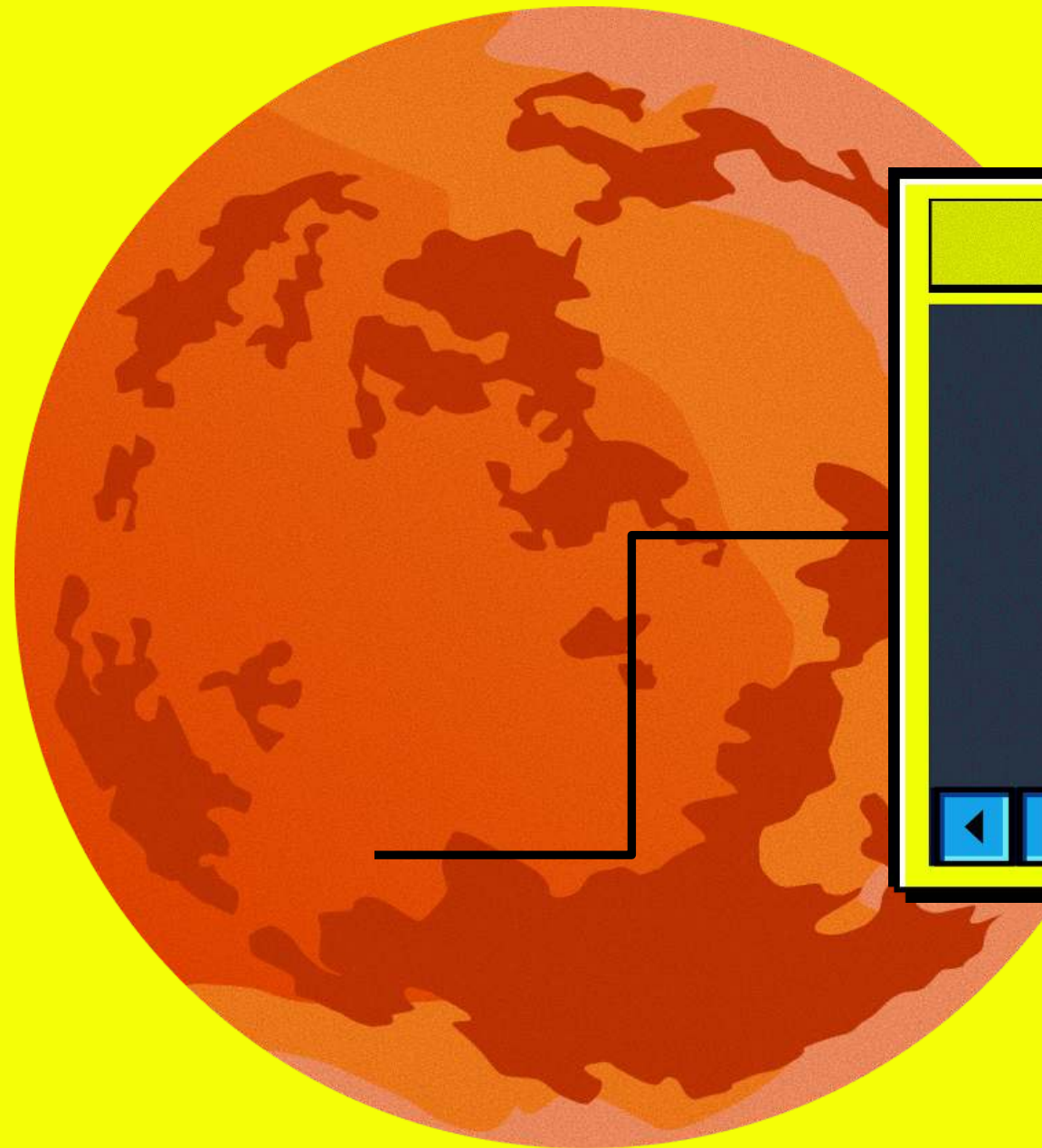
Разберём свойства числовых последовательностей на понятных примерах.



Как числа выстраиваются в последовательность

Последовательности помогают увидеть порядок в числах: как они растут, повторяются и меняются по правилу.





Индекс показывает место члена в последовательности: сначала идут первые элементы, затем n-й по порядку.
Пример из темы

Четыре способа задания последовательности

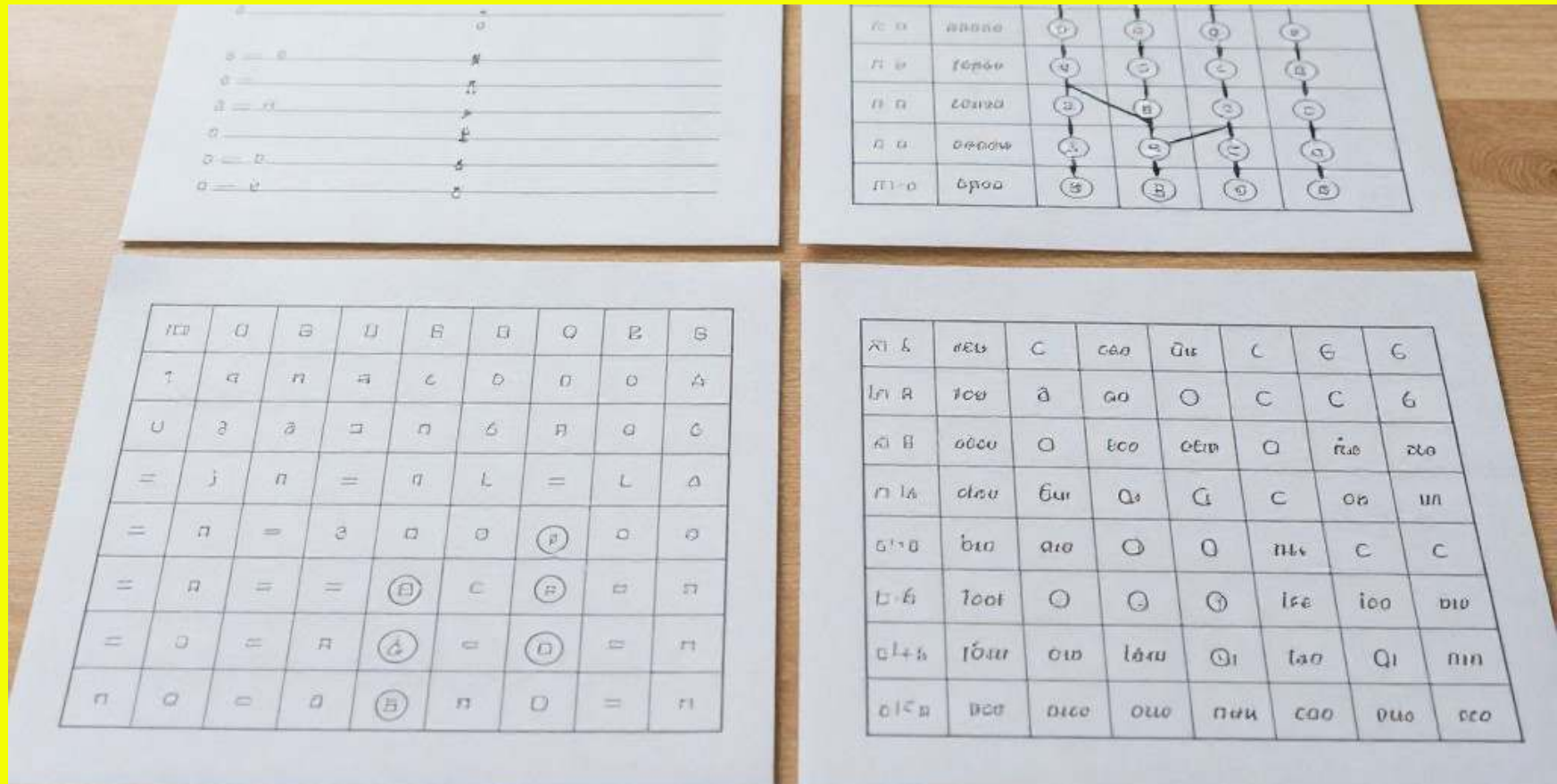
- Формула

Формула сразу позволяет найти любой член последовательности, если известен его номер. Это удобно, когда правило изменения записано коротко и точно.
- Таблица

Таблица показывает несколько первых членов и помогает заметить закономерность. По ней удобно сравнивать соседние значения и проверять, как меняется ряд.
- Рекуррентно

Рекуррентное задание описывает следующий член через предыдущий. Такой способ особенно полезен, когда каждый новый элемент зависит от уже найденного.
- Словами

Словесное правило записывает последовательность обычными словами. Оно понятно без специальных символов, если изменение повторяется одинаково на каждом шаге.



Возрастание и убывание на примерах

По соседним членам легко заметить, возрастает ли последовательность или нет.

Если каждый следующий член больше предыдущего, последовательность возрастает; если после роста появляется уменьшение, свойство нарушается.

Примеры из темы

Члены	Вывод
3, 5, 7, 9, 11	строго возрастает
5, 5, 6, 4	не возрастает

Строгие и нестрогие свойства

1 Строгое возрастание

Строго возрастающая последовательность требует, чтобы каждый следующий член был больше предыдущего. Равные значения здесь уже недопустимы, даже если остальные члены растут.

2 Невозрастание

Невозрастающая последовательность позволяет равенство, но не допускает увеличения. Это значит, что значения могут оставаться прежними или уменьшаться, но не расти.

3 Строгое убывание

Строго убывающая последовательность устроена наоборот: каждый следующий член меньше предыдущего. Любое равенство в таком ряду сразу нарушает условие.

4 Граница между свойствами

Запись 2, 2, 2, 3 не является строго возрастающей, потому что есть равные члены. Но она не убывает, так как значения не уменьшаются.

Наглядный пример роста



1

Рост есть, но он разный

Последовательность 1, 1, 2, 3, 5, 8 показывает рост неравномерно: каждый новый член обычно больше предыдущего, но прибавка меняется.

2

Смотрим соседние члены

Сравнение соседних членов помогает увидеть общий тренд. Даже без одинаковой разности можно понять, что ряд в целом движется вверх.

3

Не путать с прогрессией

Такие примеры учат не путать рост с постоянным шагом. Последовательность может увеличиваться, хотя разница между членами каждый раз другая.

4

Главный способ проверки

Для проверки полезно сравнивать a_{n+1} и a_n . Если следующий член чаще больше предыдущего, последовательность ведёт себя как возрастающая.

Ограниченность сверху и снизу

Последовательность	Границы
2, 4, 1, 3, 2	0 и 4
1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, ...	снизу 0

Примеры из темы

Ограниченность удобно проверять по верхней и нижней границе: это числа, за которые члены не выходят.

Если можно назвать числа, которые всегда больше всех членов и меньше всех членов, последовательность ограничена. По первым членам это лишь предположение.

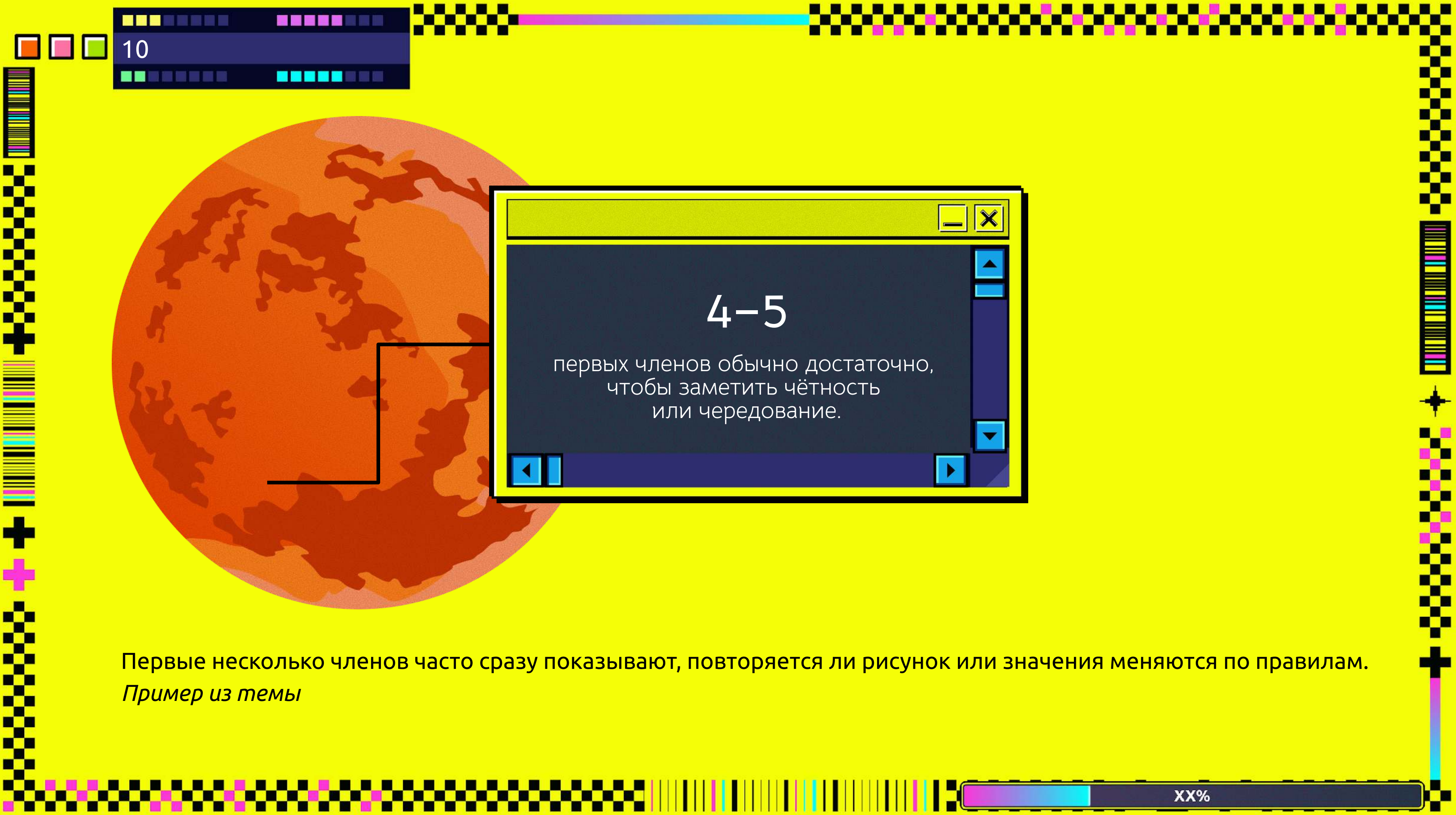
Периодичность: повторяющийся рисунок



Период помогает предсказывать следующую часть ряда: достаточно знать длину повторяющегося фрагмента.

Значения повторяются через два шага, значит период равен 2. Такой рисунок будет продолжаться, пока правило не изменится.

Пример последовательности 1, 2, 1, 2, 1, 2

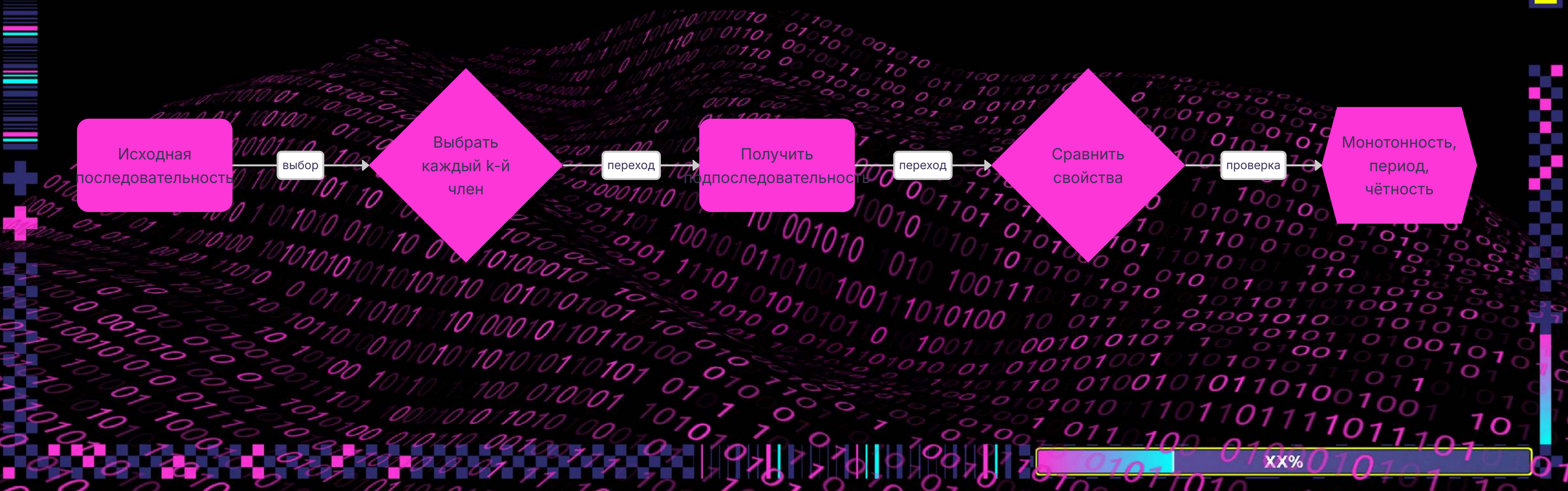


Первые несколько членов часто сразу показывают, повторяется ли рисунок или значения меняются по правилам.
Пример из темы



Как выделяют подпоследовательность

Пример: из 1, 4, 7, 10, ... выделяют 1, 7, 13, ...; также можно брать члены по чётным или нечётным номерам.



Основные операции и их эффект

Свойства операций удобно видеть по первым членам и формуле общего члена.

Операции над последовательностями часто меняют значения, но не обязательно нарушают порядок возрастания.

Составлено по правилам действий с последовательностями.

Операция	Пример	Результат
Сложение	$2n + n$	$3n$
Умножение	$1,2,3 \times 3$	$3,6,9$
Свойство	$\times$ положительное	порядок сохраняется

Арифметическая прогрессия: основные формулы

Показатель	Значение	Пример
Первые члены	5, 8, 11, 14	+
Разность	$d = 3$	постоянна
Формула	$a_n = a_1 + (n-1)d$	общий член

Арифметическая прогрессия описывает равномерное изменение: каждый следующий член отличается от предыдущего на одно и то же число.

Постоянная разность позволяет быстро находить любой член и сумму первых членов прогрессии.

Составлено по определению арифметической прогрессии.

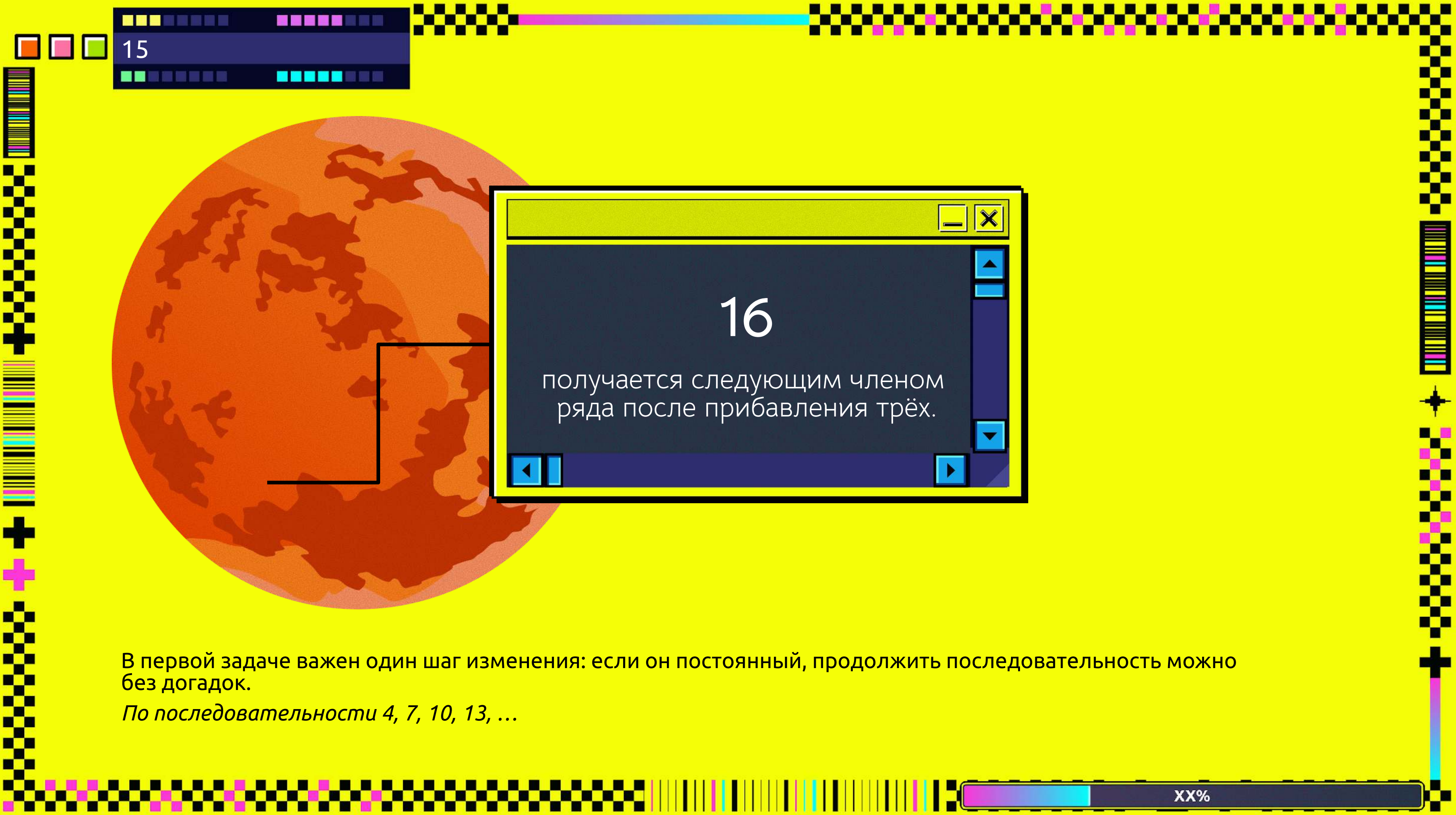
Рост геометрической прогрессии



Геометрическая прогрессия удобна для описания многократного умножения: каждый член получается из предыдущего умножением на один и тот же множитель.

При $q > 1$ значения быстро увеличиваются; при $0 < q < 1$ последовательность убывает.

Пример: 2, 6, 18, 54.



В первой задаче важен один шаг изменения: если он постоянный, продолжить последовательность можно без догадок.

По последовательности 4, 7, 10, 13, ...

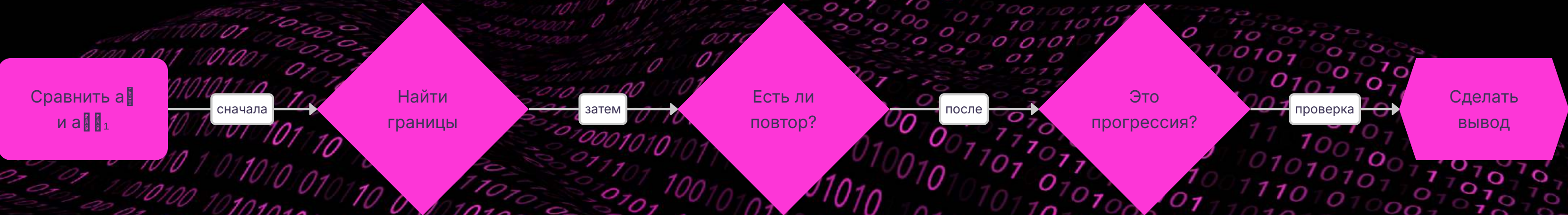


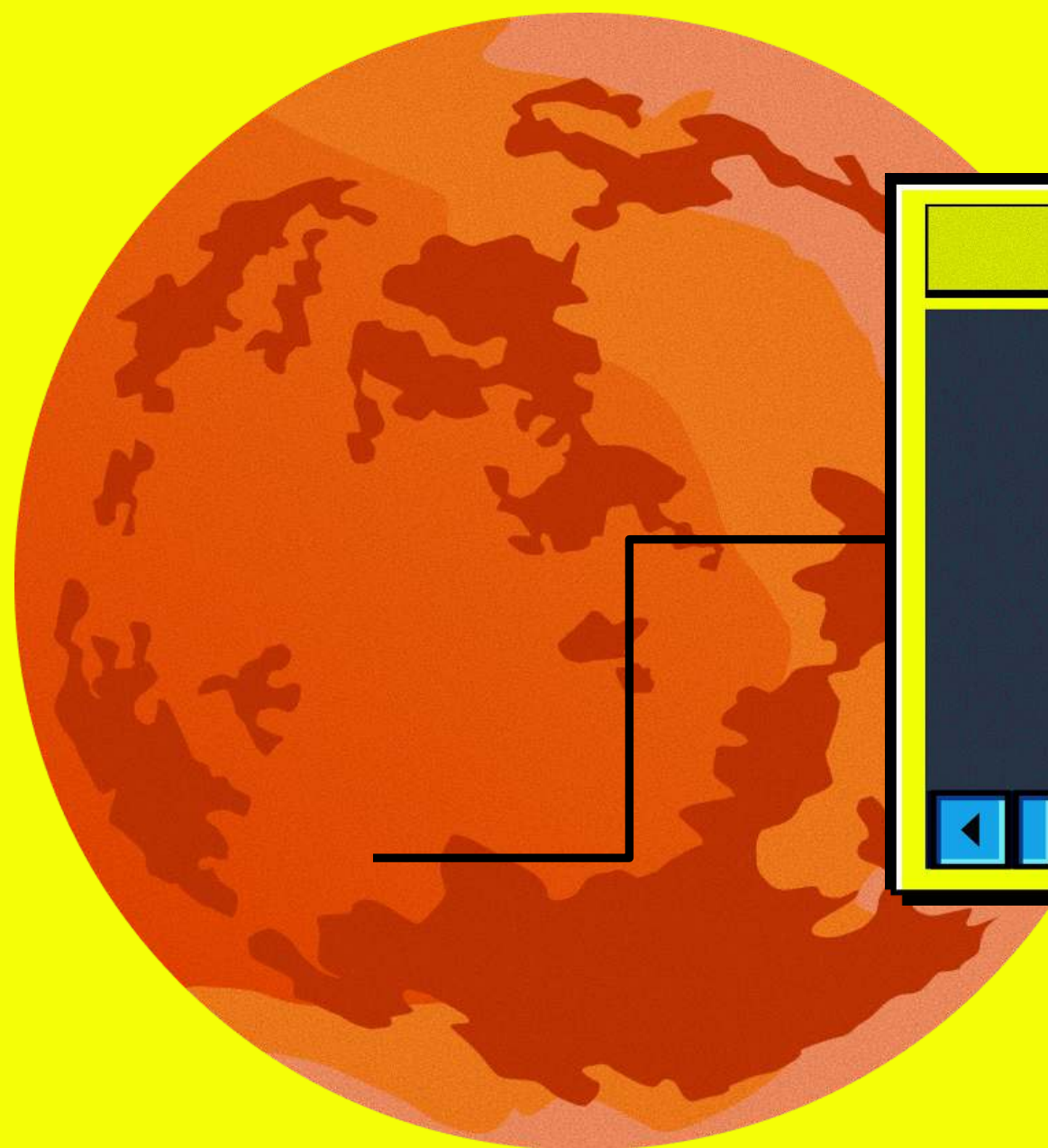
Во второй задаче нужно отличить равные, повторяющиеся и чередующиеся члены — это разные свойства последовательностей.

По последовательностям из задания 4–6.

Пошаговый алгоритм анализа последовательности

Алгоритм помогает определить основные свойства последовательности по её правилу или первым членам.





2

задаёт геометрическую прогрессию для $a_n = 2^n$.

В третьей задаче полезно сразу подставить несколько значений в формулу и сравнить их, чтобы увидеть характер изменения.

По формулам из заданий 7–9.

Сравнение примеров и свойств

В таблице удобно свести вместе вид последовательности и её основные свойства, чтобы быстро сравнить разные примеры.

Сравнение в одной таблице помогает быстро отличить периодические последовательности от прогрессий.

Составлено по примерам из урока.

Последовательность	Свойство	Вывод
1,2,1,2,...	период 2	периодична
3,6,12,24, ...	$q = 2$	геометрическая
5,8,11,14, ...	$d = 3$	арифметическая

Главное, что нужно помнить

Числовые последовательности легче понимать, если смотреть на порядок членов, правило задания и ключевые свойства. Если научиться проверять разность, период и тип прогрессии, задачи решаются гораздо быстрее и увереннее.