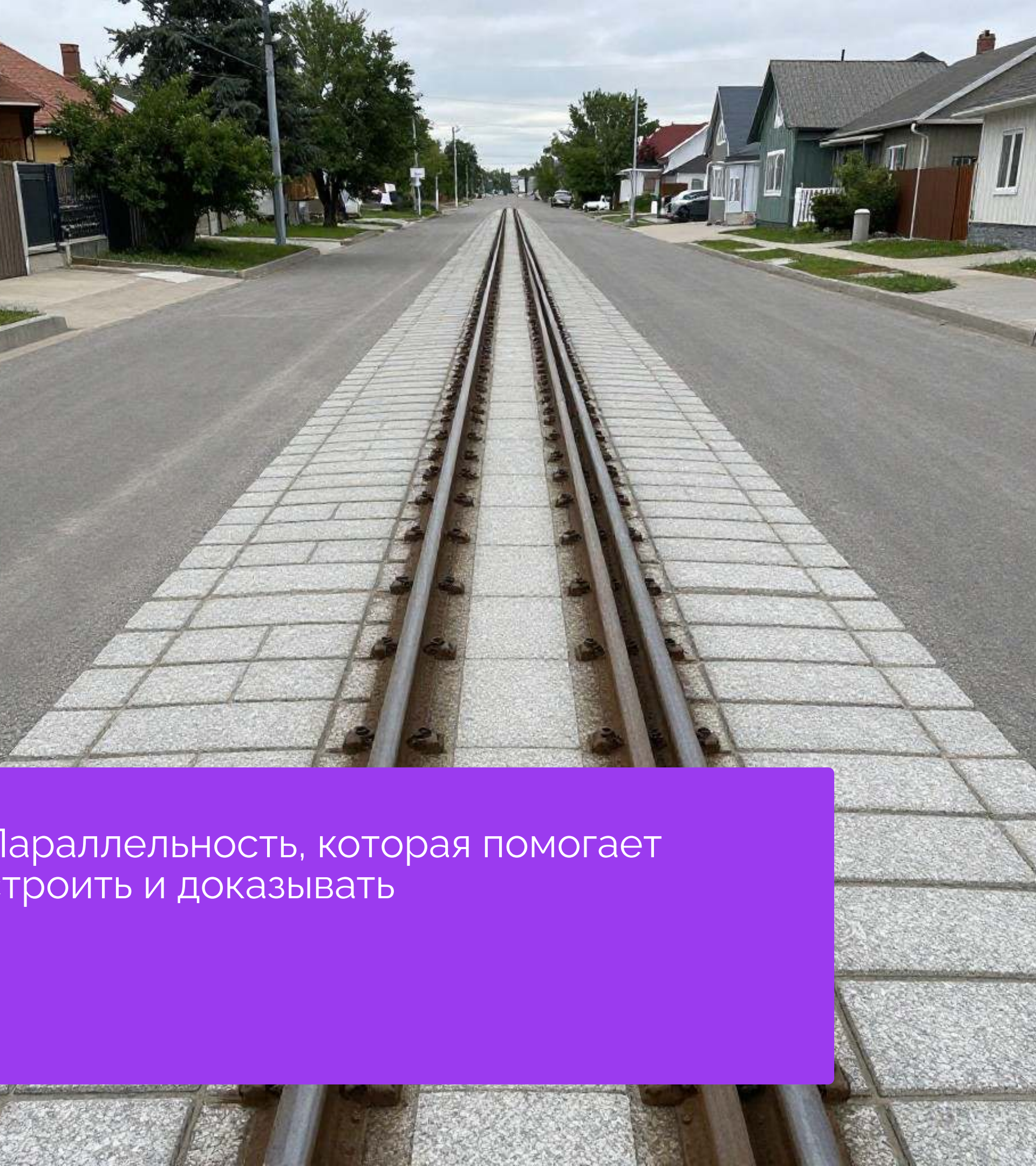


Аксиома параллельности и транзитивность параллельных прямых



Параллельность, которая помогает
строить и доказывать

Зачем изучать параллельные прямые в 7 классе



В 7 классе геометрия становится строгой: появляются определения, аксиомы и доказательства. Аксиома параллельности задаёт основное правило, а транзитивность помогает быстро делать выводы о положении прямых и решать задачи на построения и углы.



Что означает, что прямые параллельны

Не пересекаются

Две прямые в одной плоскости называют параллельными, если они не встречаются ни при каком продолжении. Их взаимное положение остаётся неизменным на всём протяжении.

Обозначение

Параллельность записывают знаком $\parallel$. Эта запись означает, что прямые a и b лежат в одной плоскости и имеют одно направление.

Одна плоскость

Параллельность рассматривают именно для прямых на одной плоскости. Если прямые совпадают, их не называют параллельными, потому что это уже одна и та же прямая.

Зачем это нужно

Такое свойство удобно в чертежах и доказательствах: по параллельным прямым легко сравнивать углы, строить фигуры и проверять правильность геометрических выводов.

Аксиома параллельности Евклида

01 Исходное утверждение

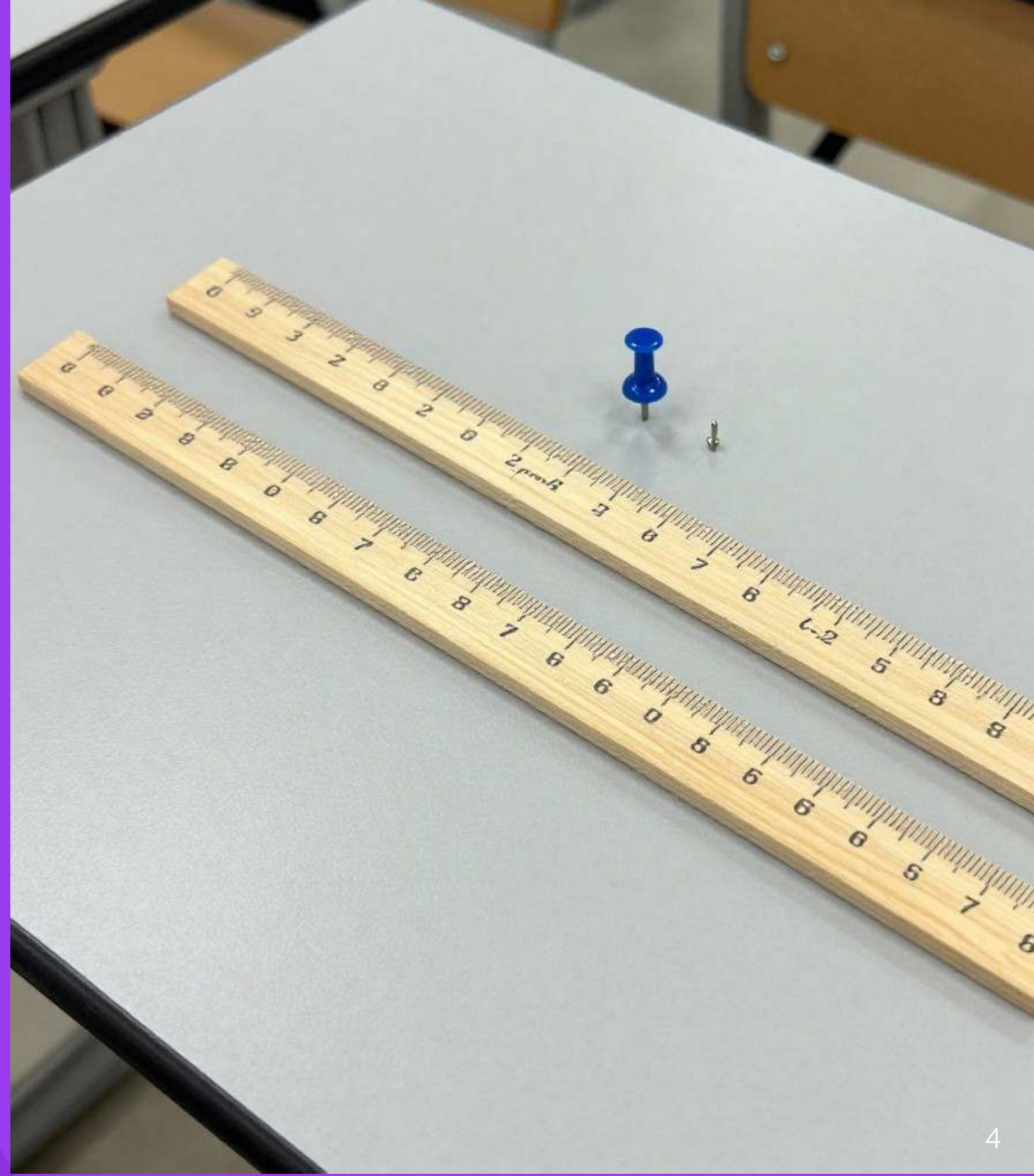
Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести только одну прямую, параллельную этой прямой. Это не вывод, а одно из основных положений евклидовой геометрии.

02 Школьная роль

В курсе 7 класса аксиому принимают без доказательства. На ней строятся многие дальнейшие свойства, а затем и решения задач, где требуется обосновать параллельность прямых.

03 Практический смысл

Если известна одна прямая и внешняя точка, то выбор параллельной прямой однозначен. Именно эта однозначность делает геометрические построения строгими и понятными.



Единственная параллельная через точку

Одна точка — один выбор

На рисунке удобно показать данную прямую и точку вне неё. Через эту точку можно провести только одну прямую, которая не пересечёт данную прямую и будет ей параллельна.

Почему важна уникальность

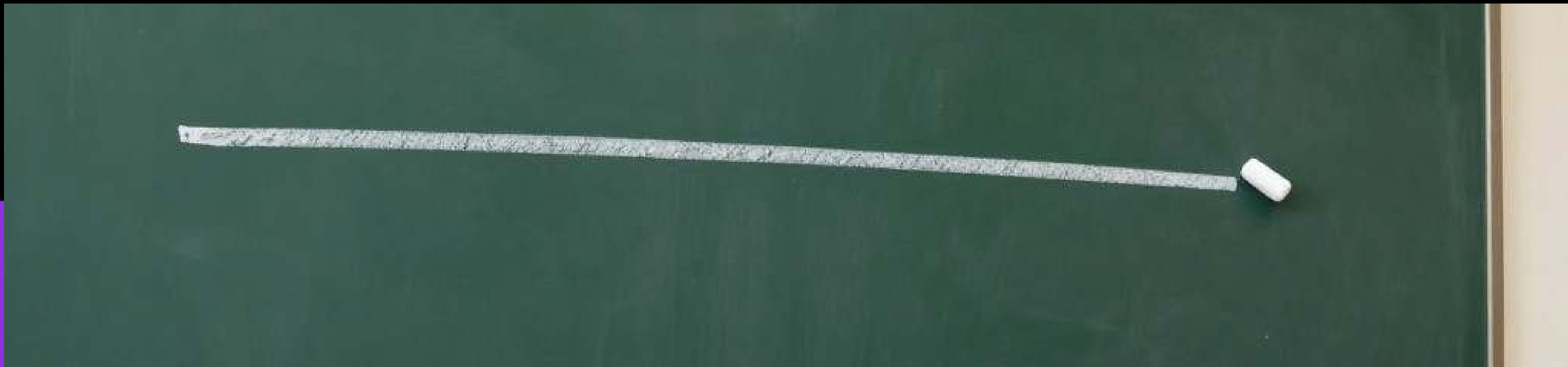
Если попытаться провести через ту же точку две разные параллельные прямые, получится противоречие аксиоме. Значит, параллельная прямая через точку существует, но не может быть двух таких прямых.

Что показывает чертёж

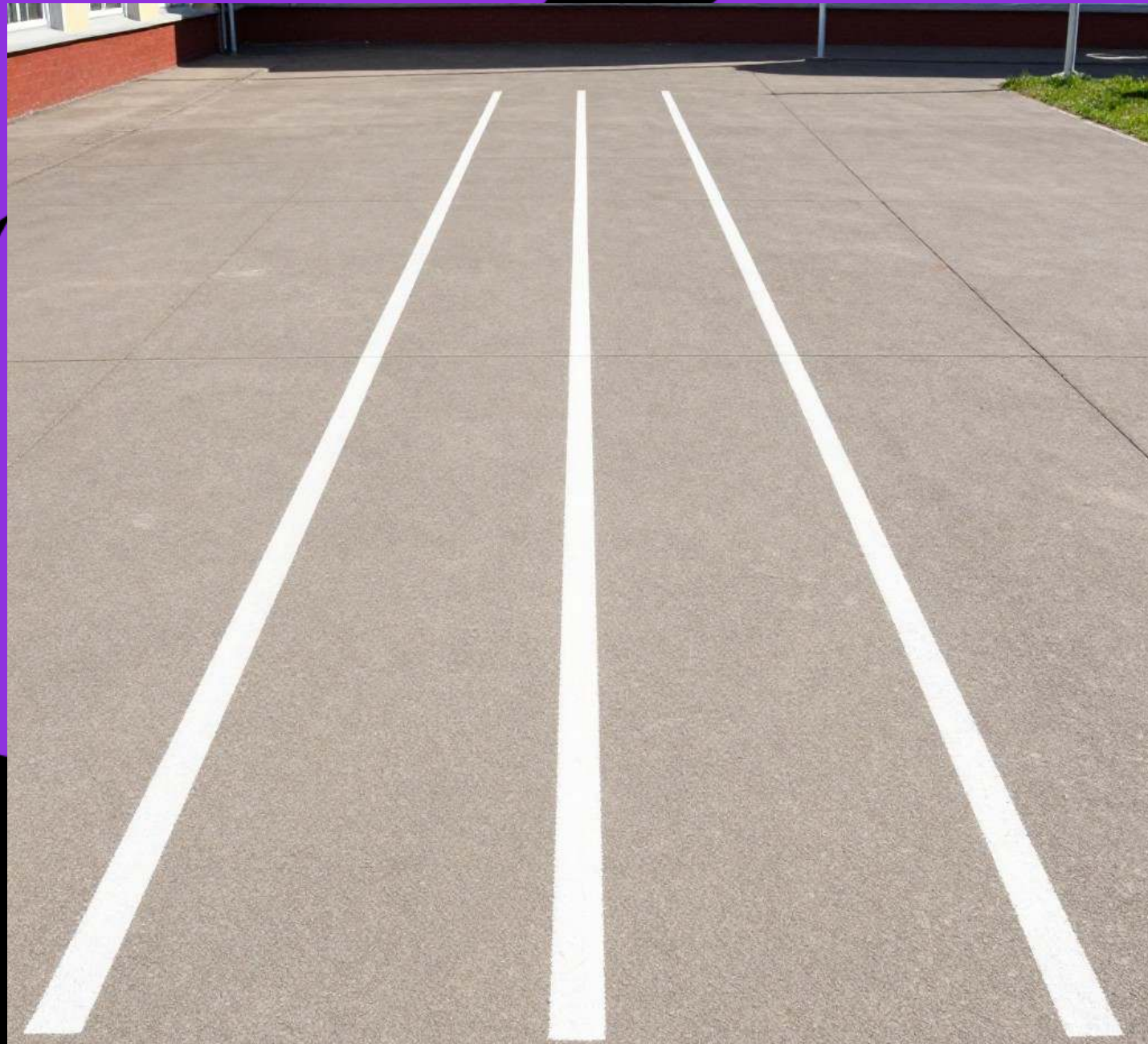
Рисунок помогает увидеть смысл слова «единственная» не только как правило, но и как наглядный факт: у точки вне прямой есть ровно один допустимый вариант.

Связь с доказательствами

Именно это свойство часто используется в задачах: когда нужно доказать, что две линии совпадают по направлению, достаточно показать их параллельность одной и той же прямой.



Транзитивность параллельных прямых



Дано условие

01

Пусть $a \parallel b$ и $b \parallel c$. Это значит, что каждая из прямых a и c имеет одно и то же направление, заданное прямой b .

Что следует из этого

02

Если две прямые параллельны одной и той же прямой, они не могут пересекаться между собой. Их положение в плоскости будет одинаково ориентированным.

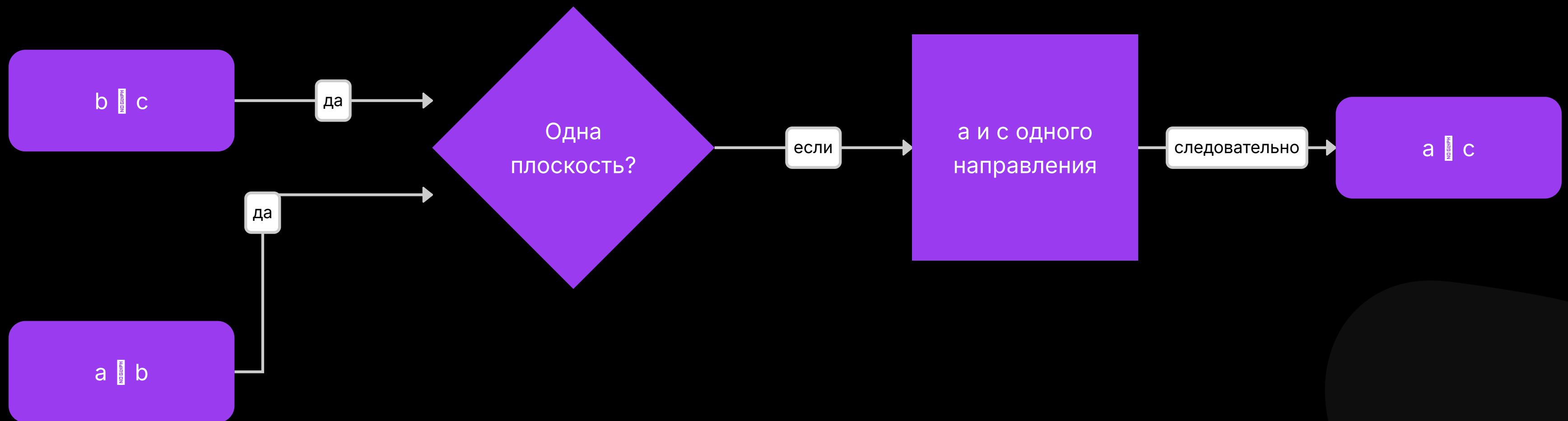
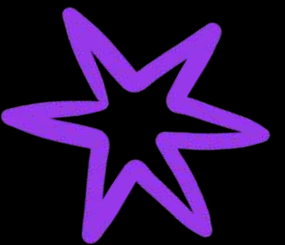
Итоговый вывод

03

Поэтому выполняется $a \parallel c$. Так параллельность передаётся по цепочке, и это свойство называют транзитивностью параллельных прямых.

Вывод параллельности по цепочке

Исходные данные: $a \parallel b$ и $b \parallel c$. Далее сравнивается направление прямых и делается вывод о прямых a и c .



Проверка трех прямых

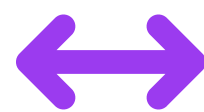


Пара	Условие	Вывод
а и b	а b	параллельны
b и c	b c	параллельны
а и c	по цепочке	а c

Сравним три пары прямых и посмотрим, какой вывод можно сделать о параллельности.

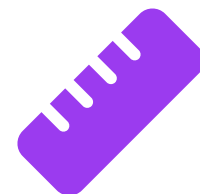
Если две пары параллельны одной и той же прямой, то третья пара тоже параллельна. Это и есть транзитивность.

Как распознать параллельные прямые на рисунке



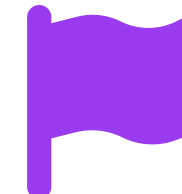
Одинаковый наклон

На чертеже параллельные прямые выглядят направленными одинаково. Если продолжать их мысленно, они сохраняют один и тот же угол наклона и не сходятся.



Постоянное расстояние

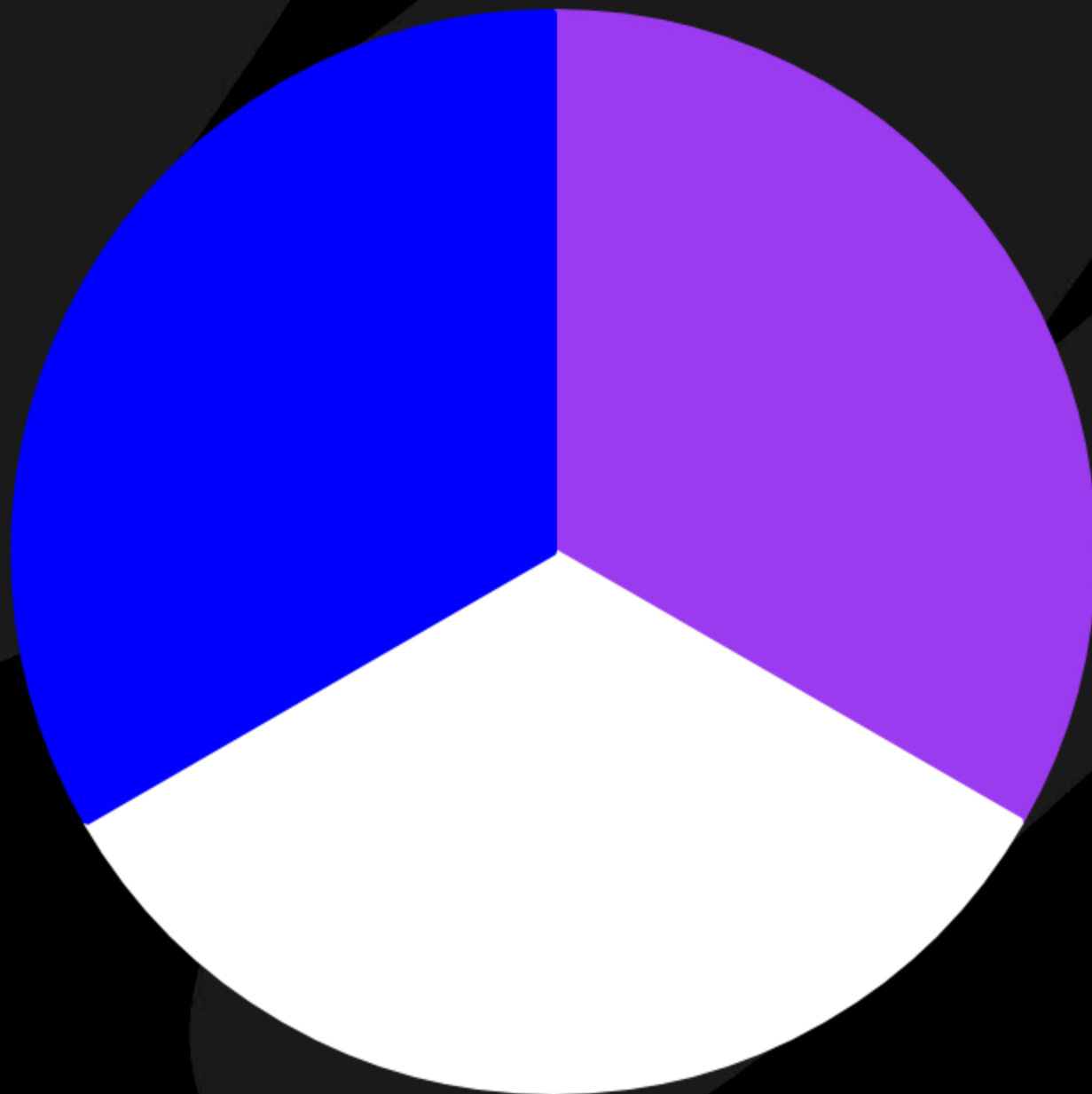
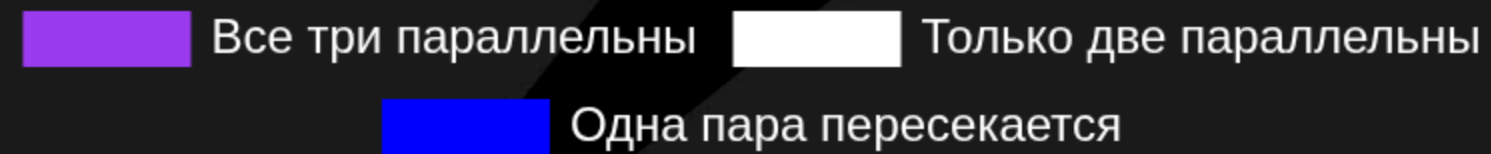
Между параллельными прямыми расстояние остаётся одинаковым по всей длине. На клетчатой бумаге это особенно заметно: линии идут ровно и не приближаются друг к другу.



Стрелки на чертежах

В геометрии параллельность часто отмечают одинаковыми стрелками на линиях. Такой знак быстро подсказывает, что прямые имеют одно направление и не пересекутся.

Три возможные связи между прямыми



Сравнение помогает увидеть, что цепочка параллельности работает только при нужных условиях.

Самый важный случай для темы урока — две пары параллельных прямых в одной плоскости; тогда вывод о третьей паре становится обязательным.

Содержательная схема по теме урока; дата не требуется

Где используется транзитивность

01 Построения через точку

При построении параллельной прямой через заданную точку транзитивность помогает быстро связать уже найденные параллели и получить новый вывод без лишних построений.

02 Четырёхугольники и полосы

В задачах с параллельными сторонами, полосами и рамками это свойство позволяет видеть общую направленность линий и подтверждать параллельность противоположных сторон фигуры.

03 Работа с углами

Если на рисунке есть секущая, то транзитивность помогает переносить равенство соответствующих и накрест лежащих углов с одной пары прямых на другую.

04 Короткие доказательства

Вместо длинных рассуждений можно опереться на цепочку параллельности. Это делает доказательство короче, аккуратнее и удобнее при решении школьных задач.

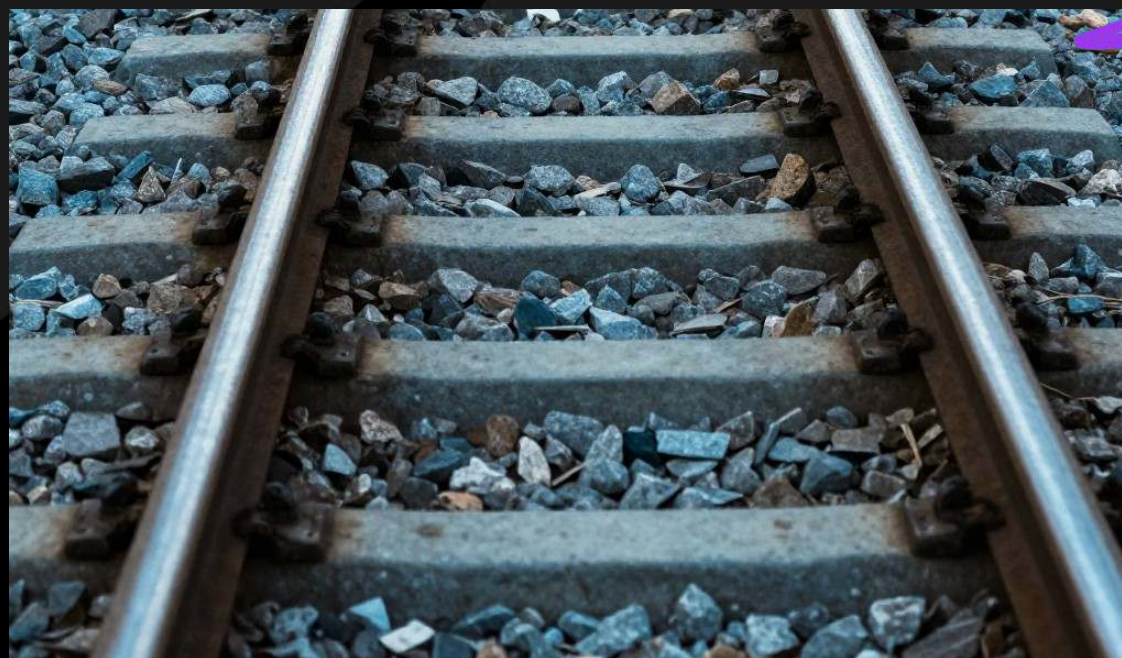


Параллельные линии в окружающем мире



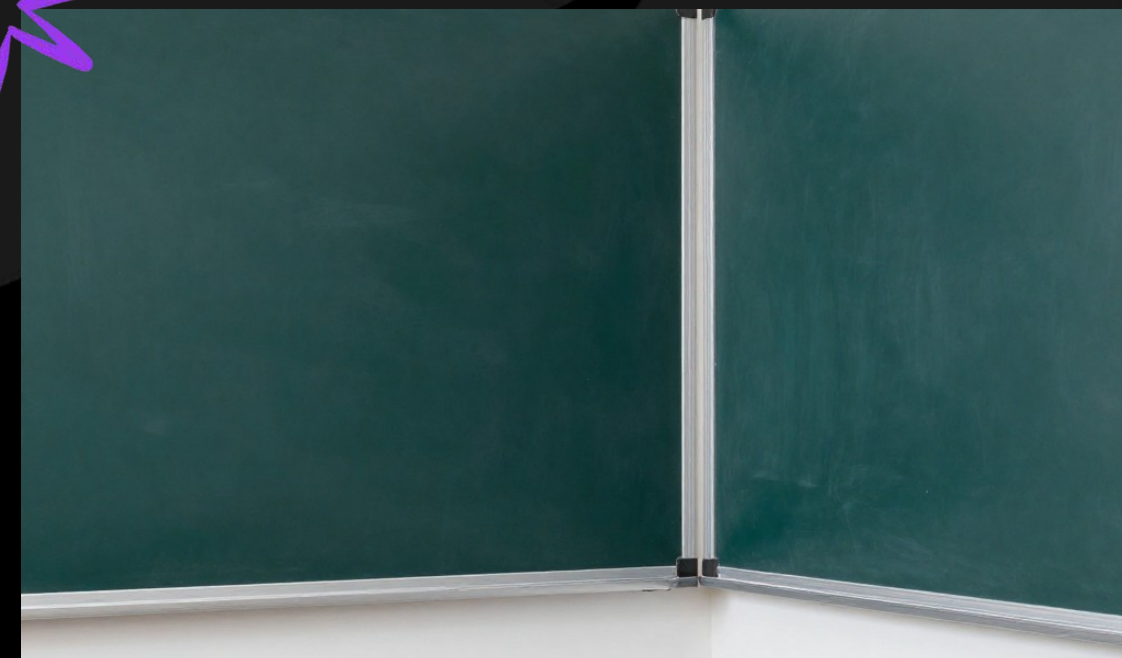
01 Тетрадные строки

Линии в тетради кажутся простыми, но именно по ним легко понять идею параллельности. Строки идут в одном направлении и не сближаются, поэтому расстояние между ними остаётся одинаковым на всём листе.



02 Рельсы и линейка

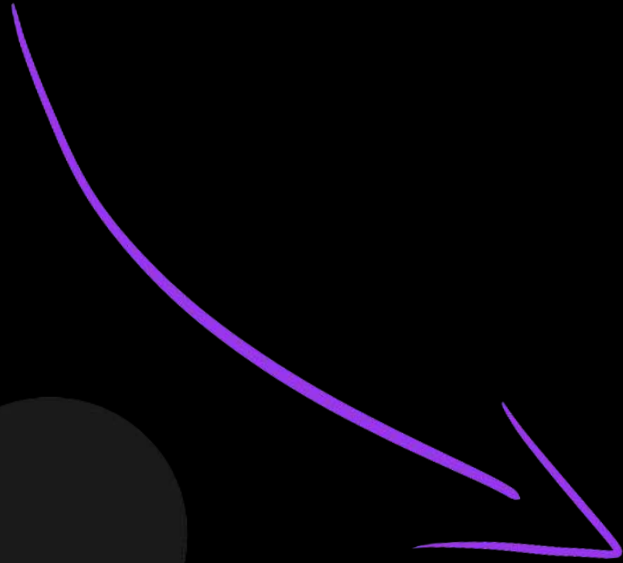
Железнодорожные рельсы и края линейки — очень наглядные примеры. Они выглядят как две линии, которые сохраняют одно и то же направление и не пересекаются, даже если мысленно продолжать их дальше.



03 Школьная доска и парты

Края школьной доски, полосы на парте или разметка на чертеже часто образуют параллельные линии. Такие предметы помогают быстро заметить, что одинаковое направление и постоянный промежуток — важные признаки параллельности.

**Именно это свойство позволяет сделать вывод:
если обе прямые параллельны одной и той же
прямой, то они не пересекаются и параллельны
друг другу.**



1

единственная параллельная прямая может быть
проведена через точку вне данной прямой

Аксиома параллельности Евклида, школьный курс
геометрии

Верные и неверные ситуации

Ситуация

$a \parallel b, b \parallel c$

$a \parallel b, b \perp c$

Совпадающие прямые

Разные плоскости

Вывод

$a \parallel c$

нельзя

не параллельны

не рассматривают

Сравним несколько типичных случаев и посмотрим, когда вывод о параллельности действительно можно сделать.

Школьная геометрия, тема о параллельных прямых

Транзитивность работает только для прямых одной плоскости и при наличии двух известных параллельностей в цепочке.

Типичные ошибки семиклассников

Судить по рисунку

Иногда прямые кажутся параллельными только из-за аккуратного чертежа. В геометрии нужно опираться не на внешний вид, а на условие и строгие признаки параллельности.

Путать с совпадением

Если две прямые полностью совпадают, это не тот же случай, что параллельность. Такие линии не считают параллельными, поэтому выводы нужно формулировать осторожно.

Пропускать цепочку

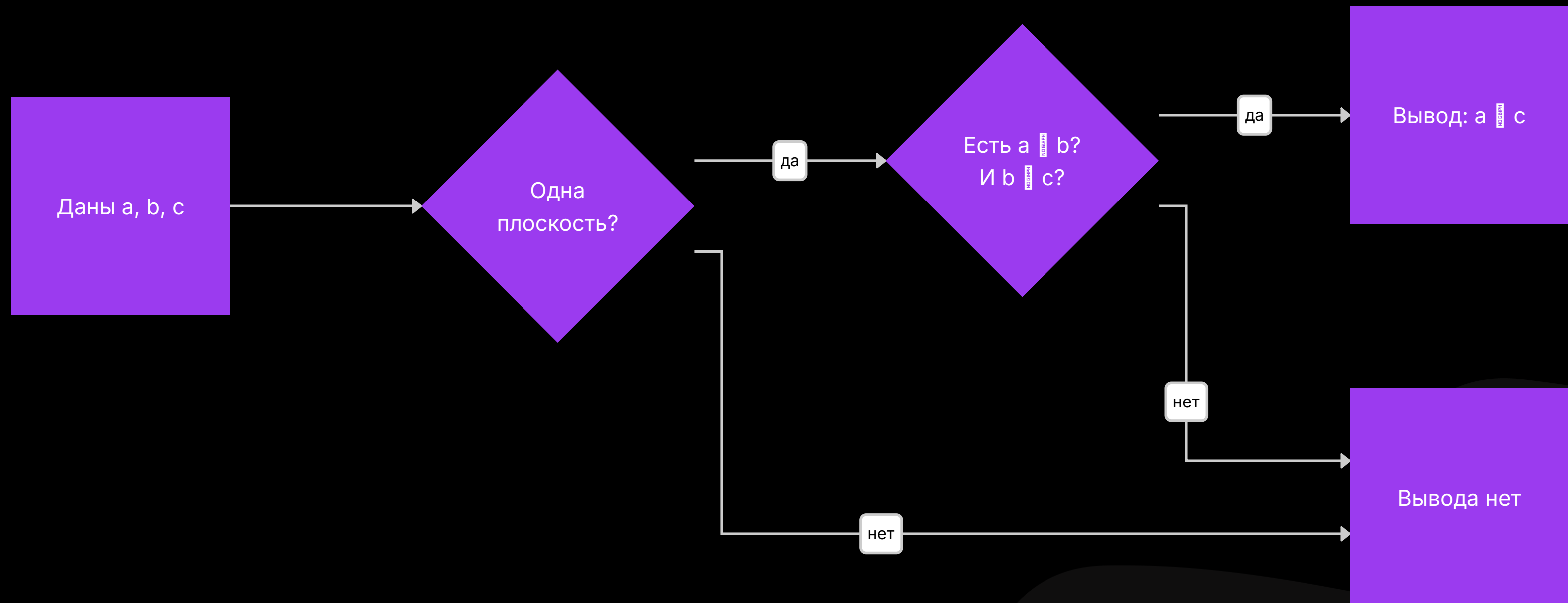
Нельзя сразу писать $a \parallel c$, если известно лишь одно отношение между прямыми. Для транзитивности обязательно должны быть даны две параллельности: $a \parallel b$ и $b \parallel c$.

Забывать про плоскость

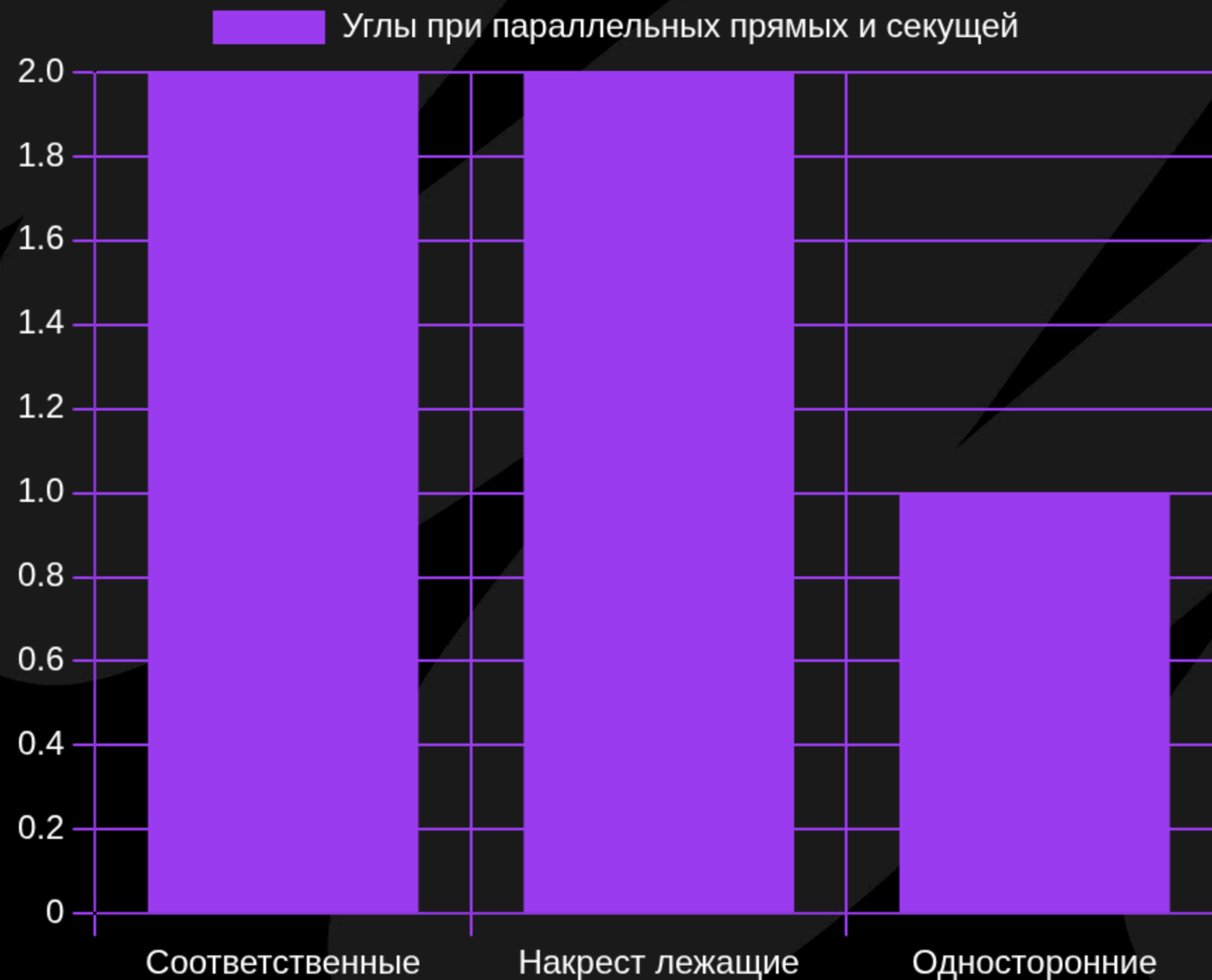
Параллельность в школьном курсе рассматривают только для прямых одной плоскости. Если это условие не выполнено, свойство транзитивности применять нельзя.

Алгоритм проверки транзитивности

Схема показывает, как последовательно проверить условия и получить вывод о параллельности.



Параллельные прямые и равные углы



При работе с секущей важно замечать не только линии, но и пары углов. Это помогает узнавать параллельность по рисунку и строить доказательства в задачах.

Равенство соответствующих и накрест лежащих углов — удобный признак, который часто используется вместе с транзитивностью параллельных прямых.

Школьная геометрия: параллельные прямые и углы при секущей

Задания для закрепления

Найди параллели

01

Рассмотрите чертёж и отметьте все пары параллельных прямых. Полезно проверять не только внешний вид, но и указанные на рисунке признаки.

Продолжи цепочку

02

Запишите несколько цепочек вида $a \parallel b$, $b \parallel c$ и попробуйте сразу сделать вывод о третьей паре. Так легче запомнить смысл транзитивности.

Проверь вывод

03

Для каждой ситуации определите, можно ли утверждать $a \parallel c$. Если в условии не хватает одной параллельности или прямые не в одной плоскости, ответ будет отрицательным.

Построй по правилу

04

Проведите через данную точку прямую, параллельную заданной. Это задание помогает понять, почему параллельная через точку существует только одна.

Главные обозначения и правила

01 Запись параллельности

Обозначение $a \parallel b$ означает, что прямые a и b параллельны. Это короткая и точная запись, которую используют в чертежах, решениях и доказательствах.

02 Основное правило

Через точку вне прямой можно провести только одну прямую, параллельную данной. Именно это утверждение лежит в основе школьного изучения параллельных прямых.

03 Следствие правила

Если известно, что $a \parallel b$ и $b \parallel c$, то можно сделать вывод $a \parallel c$. Это следствие называют транзитивностью параллельных прямых.



Параллельность, которая помогает доказывать

Аксиома параллельности задаёт строгий ориентир для построений, а транзитивность показывает, как параллельность передаётся по цепочке. Эти идеи делают геометрию понятной, точной и удобной для решения задач.