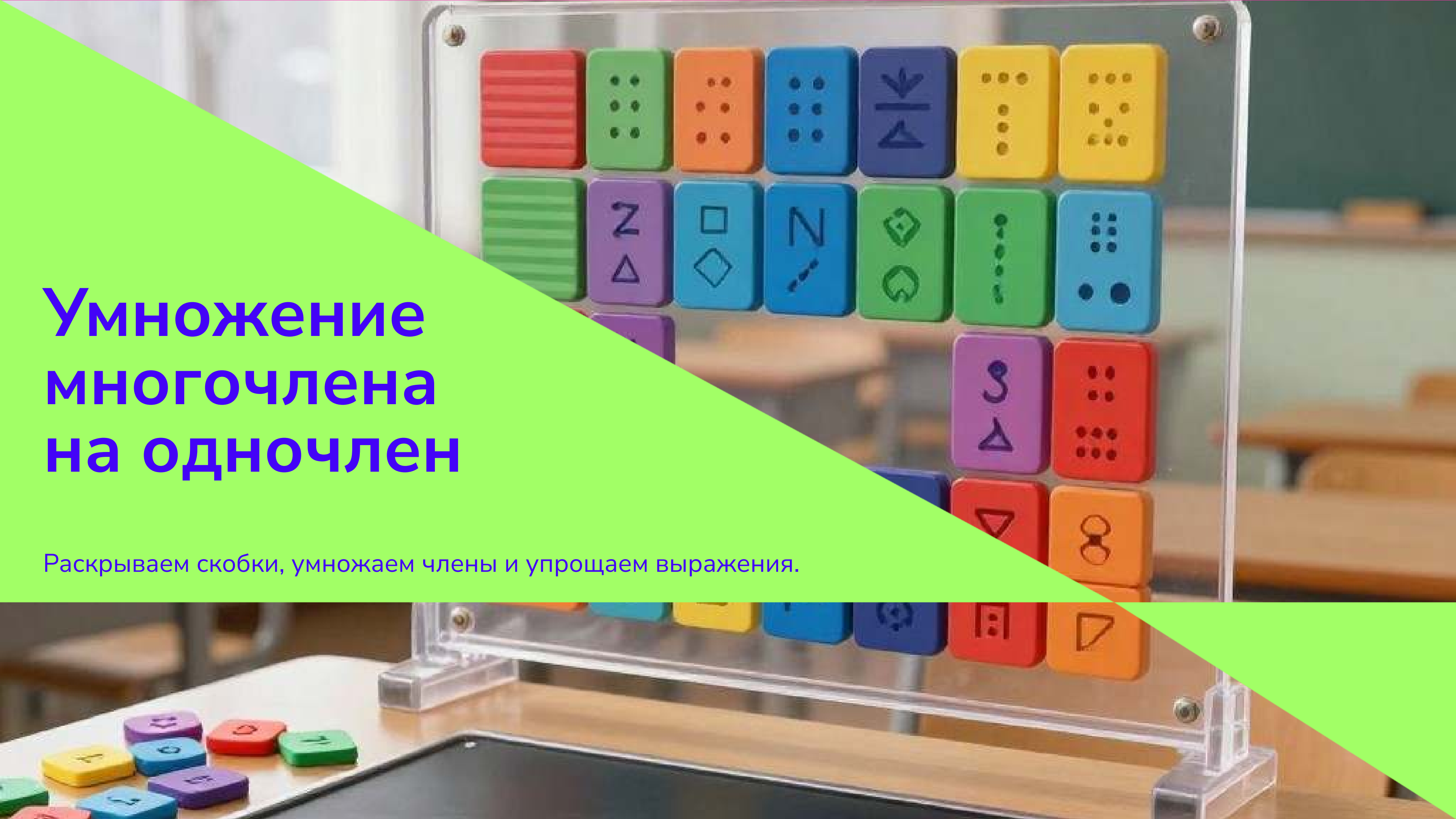


Умножение многочлена на одночлен

Раскрываем скобки, умножаем члены и упрощаем выражения.



Алгебра в действиях и формулах

Это правило помогает считать площади, стоимость одинаковых наборов и другие величины, заданные выражениями со скобками. Чтобы работать уверенно, важно знать одночлен, многочлен, коэффициент, степень и подобные слагаемые.



Что такое одночлен и многочлен

1 Один член

Одночлен — это одно алгебраическое выражение: число, буква или их произведение. Примеры: $7x$, $-3a$, $5m^2$. В нём нет знаков сложения и вычитания между частями.

≡ Несколько членов

Многочлен состоит из двух и более одночленов, соединённых знаками $+$ или $-$. Примеры: $x+4$, $2a-3$, $5m^2+2m-1$. Каждый член рассматривается отдельно.

Коэффициент

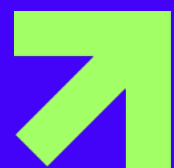
Коэффициент показывает числовую часть одночлена. В выражении $-3a$ коэффициент равен -3 , а в $7x$ — 7 . Именно он первым умножается при раскрытии скобок.

= Подобные слагаемые

Подобные слагаемые имеют одинаковую буквенную часть: например, $6x^2$ и $4x^2$ или $3a$ и $-7a$. Их можно складывать только по коэффициентам, не меняя буквы.

× Буквенная часть

Буквенная часть состоит из переменных и их степеней. Она помогает определить, какие слагаемые можно объединять после вычислений. У одинаковых букв показатели степеней складываются.



Распределительное свойство как основа правила

➤ Главная запись

Основу темы задаёт формула $a(b+c)=ab+ac$. Один множитель умножается на каждое слагаемое в скобках, поэтому ни один член не должен остаться без действия.

➤ Работа для всех членов

Если перед скобками стоит одночлен, он распределяется сразу на весь многочлен. Затем каждое произведение записывается отдельно, а полученные результаты соединяются знаками $+$ или $-$.

➤ Схема для запоминания

Удобно представлять стрелки от множителя к каждому слагаемому в скобках. Такая схема помогает не пропустить ни один член и аккуратно раскрыть выражение.

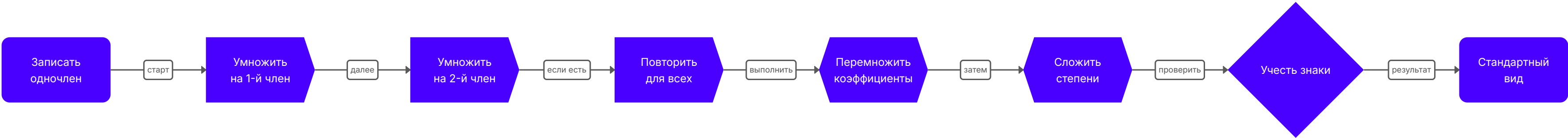
➤ Что важно помнить

После раскрытия скобок нужно сразу проверить знаки и коэффициенты. Если выражение содержит одинаковые буквы, их степени складываются только внутри одного произведения.



Алгоритм умножения многочлена на одночлен

Пошаговая схема раскрытия скобок и записи ответа



Правило знаков и степеней в примерах

Сравним несколько произведений и увидим, как работают знаки и показатели степеней.

Одинаковые знаки дают положительный результат, разные — отрицательный. У одинаковых букв показатели степеней складываются.

Примеры по теме «Умножение многочлена на одночлен»

Пример	Знак	Коэффициент	Степень
$3x \cdot 2x$	+	6	2
$-4a \cdot 3a^2$	-	-12	3
$-2m \cdot (-5m^2)$	+	10	3
$6y \cdot (-2y)$	-	-12	2

2

**члена получаются после раскрытия скобок
в одном выражении.**

Учебный пример по алгебре 7 класса

В записи $3x(2x+5)$ одночлен умножается на каждое слагаемое. Первый результат содержит квадрат переменной, а второй остаётся линейным.



Пример с отрицательным числом

01

Первое произведение

В выражении $-2y(4y-3)$ отрицательный множитель умножается на $4y$. Поскольку знаки разные, получается отрицательный результат: $-8y^2$. Здесь степень переменной увеличивается.

02

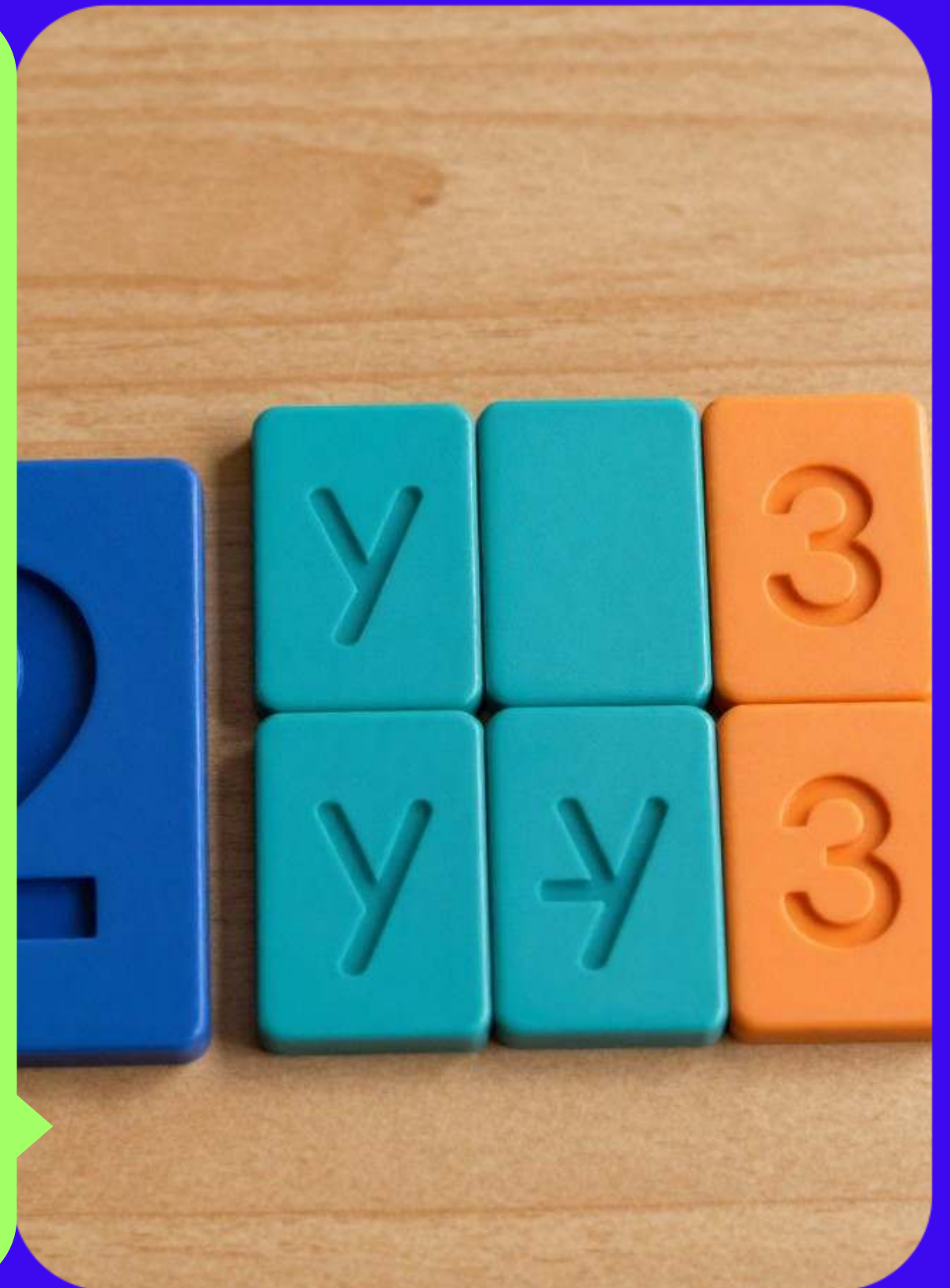
Второе произведение

Затем $-2y$ умножается на -3 . Два отрицательных числа дают положительный результат, поэтому появляется $+6y$. Буква y сохраняется в первой степени.

03

Итоговая запись

После раскрытия скобок получаем $-8y^2+6y$. Такой пример показывает, что один и тот же одночлен может дать разные по знаку произведения внутри одного ответа.



Сравнение результатов на нескольких примерах

- На диаграмме сравниваются коэффициенты при квадрате переменной после раскрытия скобок. Видно, что знак и величина зависят от исходного одночлена.
- Самый большой коэффициент получается там, где оба множителя дают положительный вклад. Отрицательный одночлен меняет знак результата.



Учебные примеры по теме «Умножение многочлена на одночлен»

Как находить подобные члены после раскрытия скобок

01

Сравнить буквенную часть

Подобные члены имеют одинаковые буквы и одинаковые показатели степеней. Например, $6x^2$ и $4x^2$ можно объединить, а $6x^2$ и $6x$ — нельзя.

02

Сложить коэффициенты

Если буквенная часть совпадает, складывают или вычитают только коэффициенты. В результате получается новый одночлен с той же буквенной частью.

03

Записать ответ аккуратно

После объединения подобных членов выражение приводят к стандартному виду. Это делает ответ понятным и помогает быстрее проверять вычисления.

Типичные ошибки и правильные записи

Ошибка	Почему неверно	Правильно
$2x(x+4) = 2 \times 2 + 4$	Не умножен второй член	$2 \times 2 + 8x$
$-3a(a-1) = -3a^2 - 3a$	Неверный знак	$-3a^2 + 3a$
$5m(2m+1) = 10m + 5m$	Неправильно умножен член	$10m^2 + 5m$
$4y(3y-2) = 12y^2 - 8y$	Верная запись	$12y^2 - 8y$



Сравнение частых ошибок помогает увидеть, где именно теряется знак, член выражения или правильная степень.



Чаще всего ошибки возникают из-за пропуска члена, неверного знака и неправильного перемножения коэффициентов; проверка каждого шага помогает их избежать.

Примеры по теме умножения многочлена на одночлен, составленные по правилам распределительного свойства и действий со знаками.

Умножение на многочлен с тремя членами



1. Первый член

Сначала одночлен умножают на первый член скобок: $2a \cdot a^2 = 2a^3$. Здесь показатели степеней одинаковой буквы складываются, поэтому получается третья степень.



2. Второй член

Затем умножают на второй член: $2a \cdot (-3a) = -6a^2$. Минус сохраняется, а степени букв снова складываются, поэтому получается квадрат переменной.

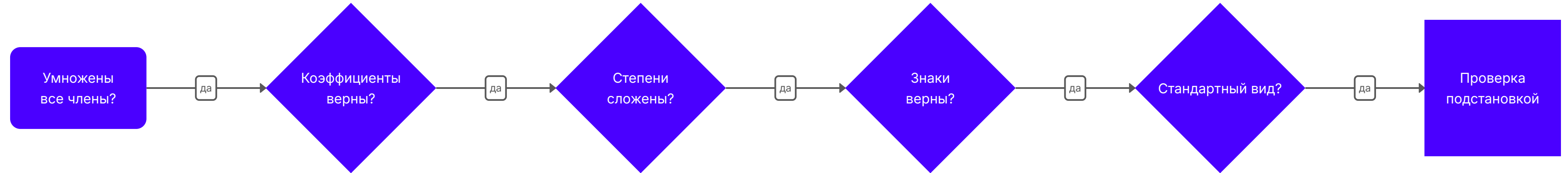


3. Третий член

После этого умножают на последний член: $2a \cdot 4 = 8a$. В ответе объединяются все результаты: $2a^3 - 6a^2 + 8a$, и ни одно слагаемое не пропускается.

Проверка решения после вычислений

Последовательность проверки ответа после раскрытия скобок и приведения выражения к стандартному виду.



Связь с площадью прямоугольника



Одна формула — две части площади

Если одна сторона прямоугольника равна $x+3$, а другая — 2, площадь записывают как $2(x+3)$. После раскрытия скобок получается $2x+6$: каждая часть соответствует отдельной полосе фигуры.



Когда сторона неизвестна

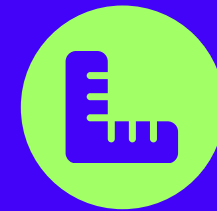
Алгебра помогает описывать прямоугольник, если одна из его сторон выражена буквой. Тогда умножение на одночлен показывает, как меняется площадь при одинаковой ширине и составной длине.

Примеры из текстовых задач



Стоимость наборов

Выражение $4(2x+5)$ удобно читать как цену четырёх одинаковых наборов. Сначала находят стоимость одного набора, затем умножают её на число наборов.



Площадь фигуры

Запись $3a(a+2)$ может описывать площадь фигуры с переменной стороной. После раскрытия скобок видно, из каких частей складывается весь результат.



Перевод с языка задачи

Такие выражения помогают быстро перейти от слов к алгебраической записи. Это удобно, когда нужно сравнить величины, вычислить общую стоимость или составить формулу.

Что чаще всего вызывает ошибки

➤ Диаграмма показывает, какие шаги требуют наибольшего внимания при раскрытии скобок и упрощении ответа.

➤ Основные трудности связаны со знаками и степенями; если внимательно проверять их, число остальных ошибок заметно уменьшается.

Знаки Степени Коэффициенты
Подобные члены



Учебные наблюдения по теме умножения многочлена на одночлен; оценочное распределение типичных ошибок.

Сравнение случаев умножения и результатов

Таблица показывает, как меняются знаки и вид ответа при одинаковой структуре выражения, но разных знаках одночлена и скобок.

Знак каждого произведения зависит сразу от двух множителей: знака одночлена и знака члена в скобках; это удобно проверять по каждому слагаемому отдельно.

Сопоставление четырёх примеров на правила умножения положительных и отрицательных чисел.

Случай	1-е произведение	2-е произведение
$3x(2x+1)$	+	+
$-3x(2x+1)$	-	-
$3x(2x-1)$	+	-
$-3x(2x-1)$	-	+

Проверка ответа подстановкой числа

01

Выберите простое число

Подставьте вместо буквы число 1, 2 или 3. Такие значения удобно считать устно и они быстро показывают, совпадают ли оба выражения по значению.

02

Посчитайте исходное выражение

Вычислите значение выражения до раскрытия скобок. Например, при $x=1$ выражение $3x(x+2)$ даёт $3 \cdot 1 \cdot 3 = 9$, если действия выполнены верно.

03

Сравните с полученным ответом

Затем подставьте то же число в преобразованное выражение. Если значения совпали, раскрытие скобок и упрощение выполнены правильно; если нет, нужно искать ошибку.



Ключевые правила, которые нужно запомнить

01

Умножаем каждый член

Одночлен должен быть умножен на каждое слагаемое в скобках отдельно. Если пропустить хотя бы один член, ответ получится неполным.

02

Перемножаем коэффициенты

Числовые множители перемножаются первыми. Это помогает сразу увидеть, каким будет коэффициент в каждом полученном одночлене после раскрытия скобок.

03

Складываем показатели

Если буквы одинаковые, их степени складываются. Так, $x \cdot x = x^2$, а $a \cdot a^2 = a^3$; это правило делает запись короче и точнее.

04

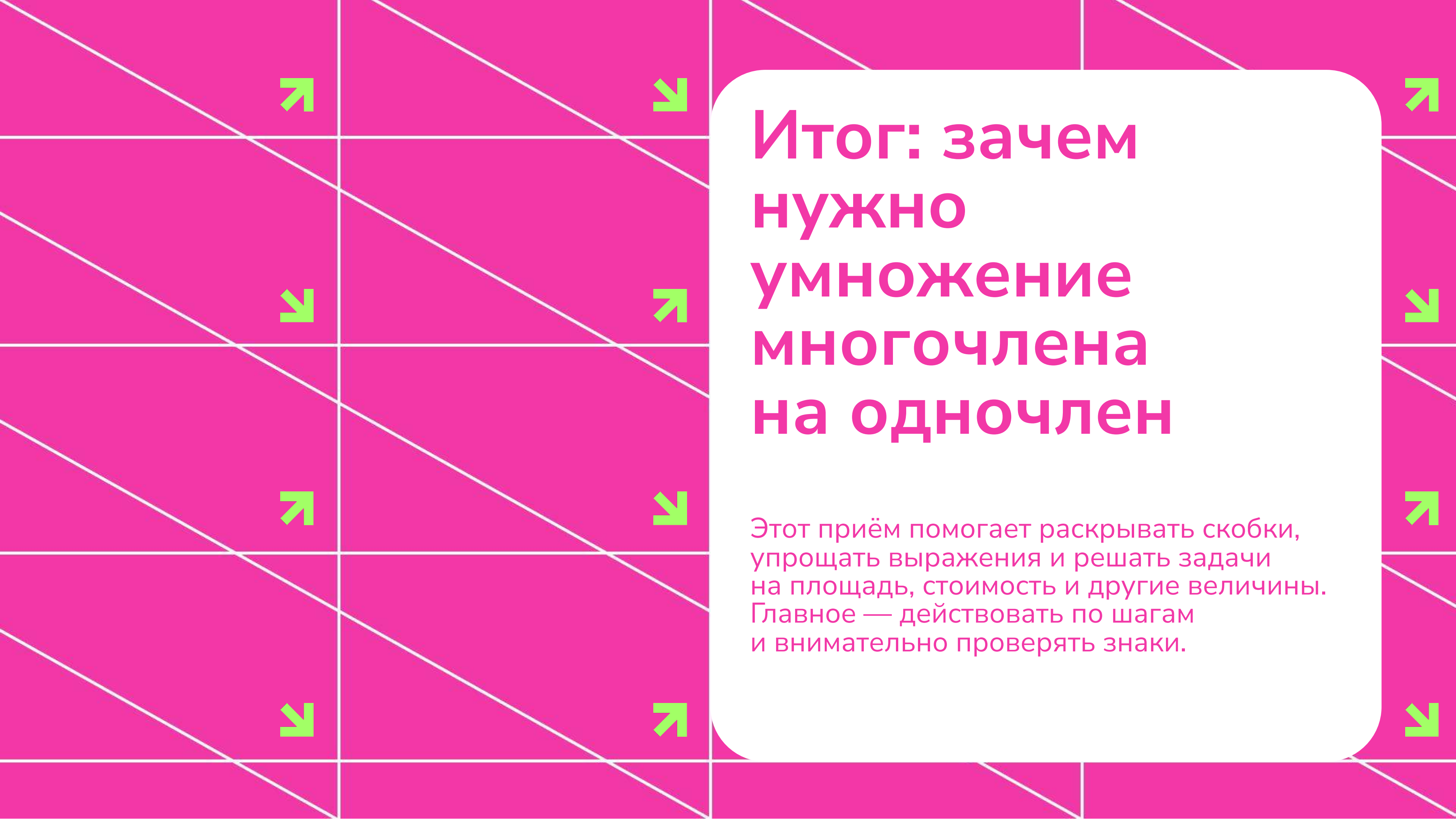
Следим за знаками

При умножении чисел с разными знаками результат отрицательный, а с одинаковыми — положительный. Этот шаг особенно важен в выражениях с минусом перед скобками.

05

Приводим ответ к виду

После вычислений объединяют подобные члены и записывают выражение аккуратно. Так ответ становится стандартным и его легче проверить.



Итог: зачем нужно умножение многочлена на одночлен

Этот приём помогает раскрывать скобки, упрощать выражения и решать задачи на площадь, стоимость и другие величины. Главное — действовать по шагам и внимательно проверять знаки.