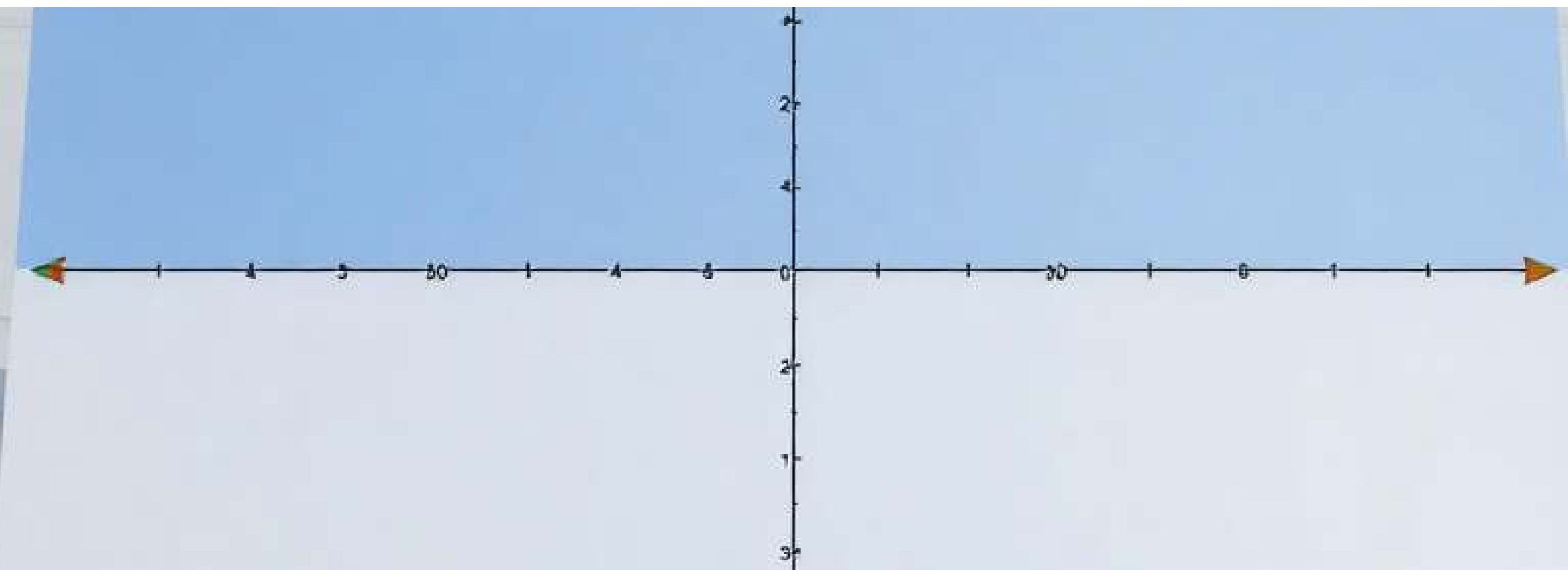


# Сдвиг графика функции $y = ax^2$ вдоль осей координат

Как парабола меняет положение без изменения формы



# Зачем уметь сдвигать графики функций

Сдвиг параболы помогает быстрее понимать формулы, находить вершину и строить графики без лишних вычислений. Это важный навык для сравнения функций и решения задач, где нужно определить максимум или минимум.



# Базовая парабола $y = ax^2$

## Направление ветвей

Если  $a$  больше нуля, парабола открывается вверх. Когда  $a$  меньше нуля, её ветви направлены вниз, и график отражается относительно оси  $Ox$ .

## Ширина графика

Чем больше модуль коэффициента  $a$ , тем уже парабола. При меньшем  $|a|$  график становится шире, но его общий вид остаётся таким же.

## Вершина графика

У функции  $y = ax^2$  вершина находится в начале координат, то есть в точке  $(0; 0)$ . Это исходное положение для всех последующих сдвигов.

## Ось симметрии

График симметричен относительно оси  $Oy$ . Любая точка слева от неё имеет на таком же расстоянии точку справа, поэтому парабола выглядит уравновешенно.

# Горизонтальный сдвиг графика

## Сдвиг по оси $Ox$

Запись  $y = a(x - m)^2$  показывает перенос параболы вдоль горизонтальной оси. При положительном  $m$  график смещается вправо, при отрицательном — влево.

## Новая вершина

После такого переноса вершина переходит в точку  $(m; 0)$ . Меняются только координаты положения, а форма параболы и значение коэффициента  $a$  сохраняются.

## Что остаётся без изменений

Ось симметрии по-прежнему остаётся вертикальной, а расстояния между точками графика не меняются. Поэтому парабола выглядит той же, только стоит в новом месте.



# Вертикальный сдвиг графика

## 1. Сначала смотрим на $n$

Формула  $y = ax^2 + n$  означает перенос графика вверх или вниз. Число  $n$  задаёт направление движения: положительное поднимает параболу, отрицательное опускает её.

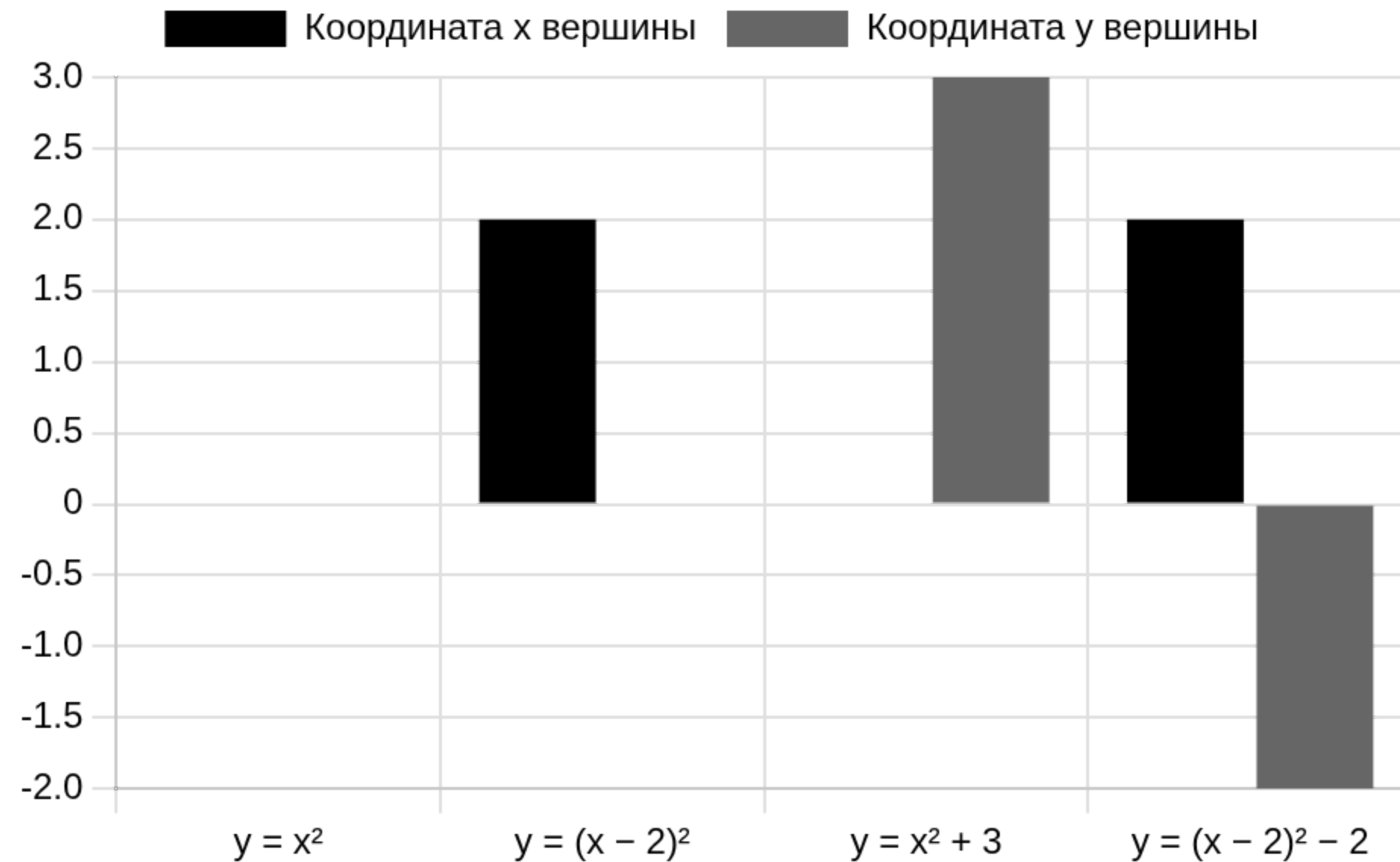
## 2. Новая вершина

После вертикального сдвига вершина оказывается в точке  $(0; n)$ . Ось симметрии не меняется, потому что перенос происходит только вдоль оси  $Oy$ .

## 3. Форма сохраняется

Коэффициент  $a$  остаётся прежним, поэтому ветви направлены так же, а ширина графика не меняется. Изменяется только его положение на координатной плоскости.

# Как меняются координаты вершины при разных сдвигах



На диаграмме видно, что горизонтальный перенос меняет только координату  $x$ , а вертикальный — только координату  $y$  вершины.

Если сравнить все случаи, форма параболы не меняется: меняется лишь положение вершины на плоскости.

Составлено по формулам  $y = x^2$ ,  $y = (x - 2)^2$ ,  $y = x^2 + 3$ ,  $y = (x - 2)^2 - 2$

# Формулы и соответствующие им сдвиги

Таблица помогает быстро увидеть связь между записью формулы и положением параболы на координатной плоскости.

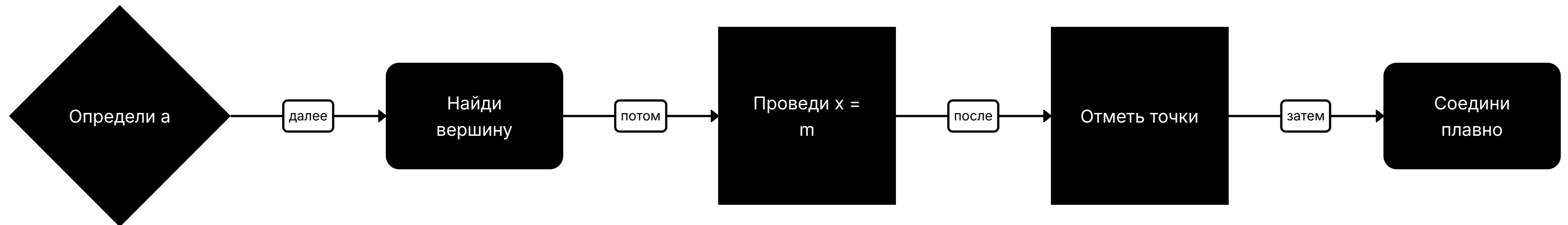
Число в скобках отвечает за горизонтальный перенос, а число вне скобок — за вертикальный. Вершина сразу показывает новое положение графика.

| Формула                         | Сдвиг        | Вершина           | Ось             |
|---------------------------------|--------------|-------------------|-----------------|
| $y = ax^2$                      | нет          | $(0; 0)$          | $x = 0$         |
| $y = a(x - m)^2 / y = ax^2 + n$ | по одной оси | $(m; 0) / (0; n)$ | $x = m / x = 0$ |
| $y = a(x - m)^2 + n$            | по двум осям | $(m; n)$          | $x = m$         |

Составлено по правилам переноса параболы  $y = ax^2$

# Как построить сдвинутую параболу

Последовательность действий по формуле  $y = a(x - m)^2 + n$



# Почему сдвиг не меняет форму графика



## Движение целиком

Парабола при сдвиге перемещается как одна фигура. Все её точки сохраняют взаимное расположение, поэтому график не растягивается и не сжимается.



## Сохраняются расстояния

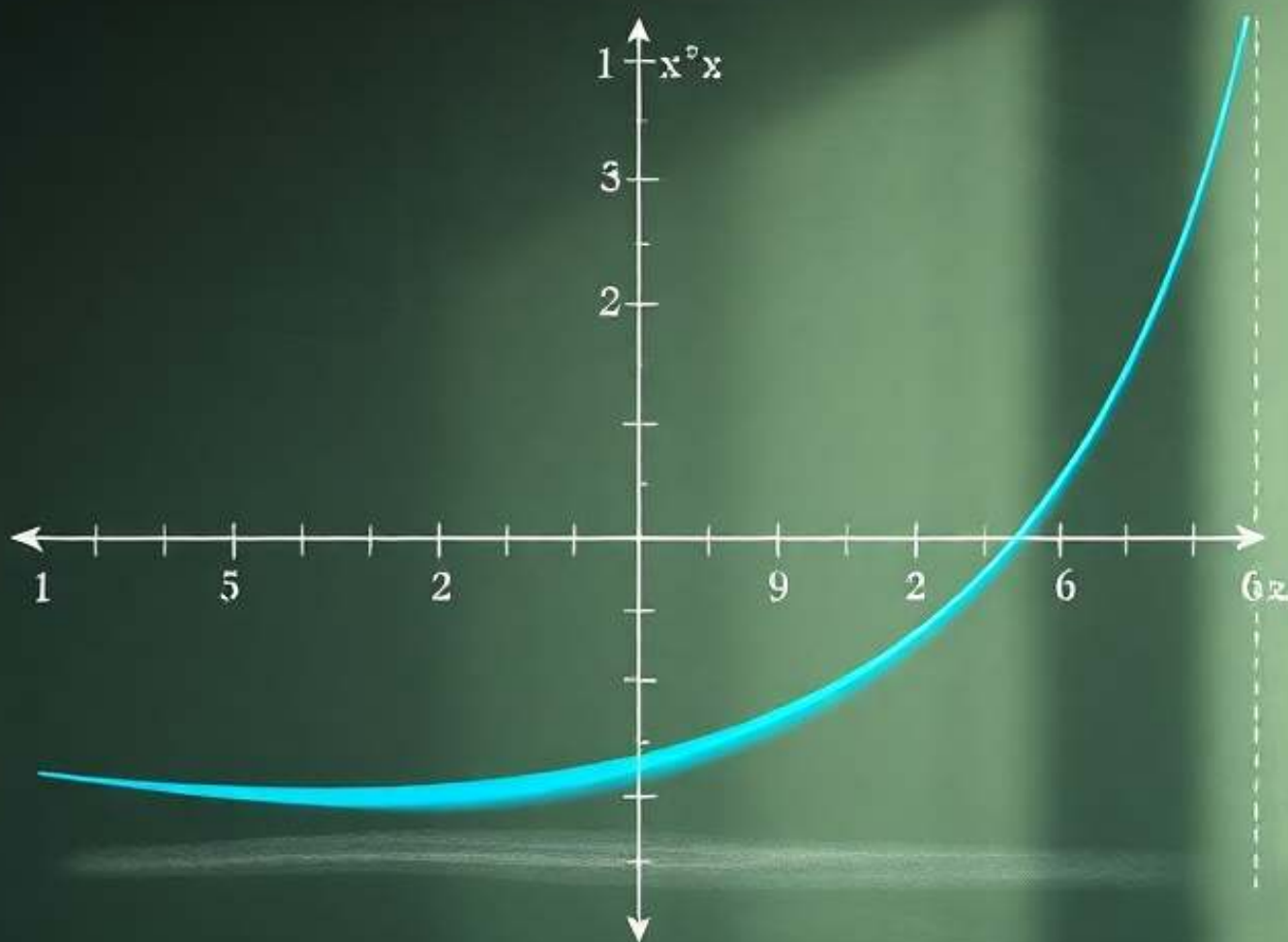
Расстояния между точками остаются теми же, значит, ширина и крутизна зависят только от коэффициента  $a$ , а не от положения графика.



## Меняются координаты

При переносе изменяются координаты всех точек, особенно вершины и оси симметрии. Именно поэтому график выглядит по-новому, хотя форма остаётся прежней.

# Пример функции $y = 2(x - 1)^2 - 3$



## Вершина графика

По формуле видно, что вершина находится в точке (1; -3). Это означает, что парабола сначала сдвинута вправо, а затем опущена вниз.

## Ось симметрии

Ось симметрии задаётся уравнением  $x = 1$ . Она проходит через вершину и делит график на две одинаковые части.

## Направление ветвей

Так как  $a = 2$ , коэффициент положительный. Значит, ветви параболы направлены вверх, как у обычной параболы  $y = x^2$ .

## Сравнение с исходным графиком

По сравнению с  $y = 2x^2$  эта парабола сдвинута на 1 единицу вправо и на 3 единицы вниз. Форма графика при этом не меняется.

# Как читать формулу $y = a(x - m)^2 + n$

1.

## Сначала смотрим на $a$

Коэффициент  $a$  показывает, куда направлены ветви параболы и насколько она узкая или широкая. Если  $|a|$  больше, график становится уже; если меньше — растягивается.

2.

## Читаем сдвиг по $x$

Число  $m$  внутри скобок отвечает за перенос вдоль оси  $Ox$ . Запись  $x - m$  означает сдвиг вправо, а  $x + m$  — влево на одинаковое число единиц.

3.

## Определяем сдвиг по $y$

Число  $n$  стоит вне скобок и задаёт вертикальное перемещение графика. Плюс перед  $n$  поднимает параболу, а минус опускает её вниз, не меняя форму.

4.

## Проверяем знак внимательно

Главная трудность — не перепутать знак перед  $m$ . Если читать формулу невнимательно, легко ошибиться в направлении переноса и неверно указать координаты вершины параболы.

# Как знак коэффициента а влияет на параболу



На графике удобно сравнить две базовые параболы с одинаковым модулем коэффициента. Меняется только направление ветвей, а ширина остаётся одинаковой.

Знак  $a$  определяет, открыта ли парабола вверх или вниз; модуль  $a$  влияет только на её ширину.

Школьная алгебра, 9 класс; иллюстративное сравнение функций  $y = x^2$  и  $y = -x^2$

# Типичные ошибки при сдвиге графика

## 1. Путают знак в скобках

Выражение  $x - m$  часто читают неправильно и рисуют сдвиг не в ту сторону. Нужно помнить: минус внутри формулы означает перенос вправо, а плюс — влево.

## 2. Неверно находят вершину

Иногда вершину ставят по памяти, не сверяясь с формулой. Для  $y = a(x - m)^2 + n$  вершина всегда имеет координаты  $(m; n)$ , поэтому важно проверять обе координаты.

## 3. Изменяют форму вместо переноса

Сдвиг не делает параболу уже или шире. Форма меняется только при другом коэффициенте  $a$ , а при переносе вся кривая просто смещается целиком.

## 4. Смешивают оси сдвига

Формула  $y = ax^2 + n$  изменяет только положение по оси  $Oy$ . Если нужно смещение по горизонтали, в записи обязательно должна быть часть  $x - m$ .

# Точки, которые удобно использовать для построения

| Функция             | Вершина | Точки             |
|---------------------|---------|-------------------|
| $y = x^2$           | (0; 0)  | (-1; 1), (1; 1)   |
| $y = (x - 1)^2$     | (1; 0)  | (0; 1), (2; 1)    |
| $y = x^2 - 2$       | (0; -2) | (-1; -1), (1; -1) |
| $y = (x - 2)^2 + 1$ | (2; 1)  | (1; 2), (3; 2)    |

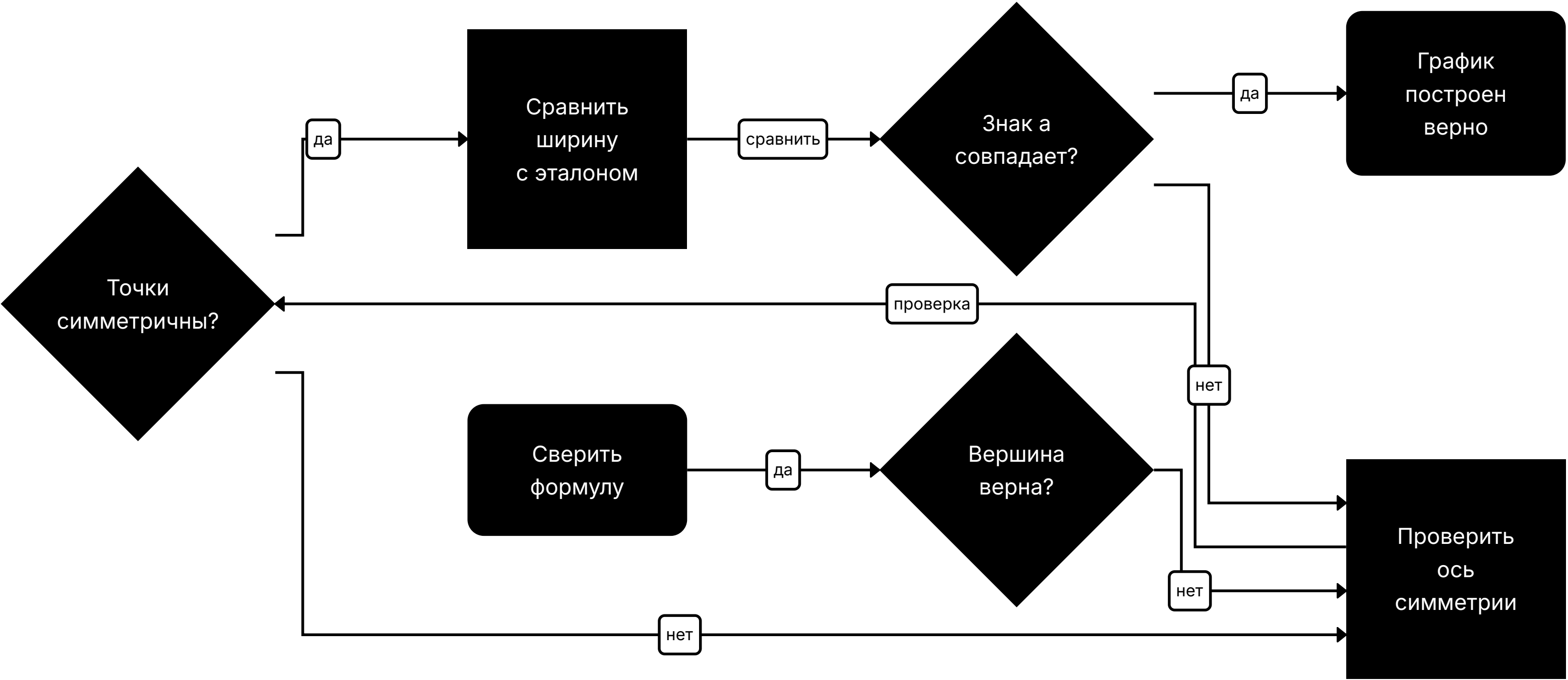
Учебный материал по теме сдвига параболы

В таблице показаны примеры функций и три опорные точки для каждой параболы. Это помогает быстро строить график без длинной таблицы значений.

Для построения достаточно вершины и двух симметричных точек: они сразу показывают ось симметрии и сохраняют правильную форму графика.

# Проверка правильности построенного графика

Алгоритм проверки по формуле и по рисунку



# Парабола на координатной сетке при разных переносах

1.

## Исходное положение

Сначала удобно отметить базовую параболу  $y = ax^2$ . Её вершина находится в начале координат, а ось симметрии совпадает с осью  $Oy$ , поэтому остальные переносы легче сравнивать.

2.

## Сдвиг по горизонтали

При переносе вправо или влево меняется только положение вершины по оси  $Ox$ . Все точки остаются на тех же расстояниях друг от друга, а форма графика не меняется.

3.

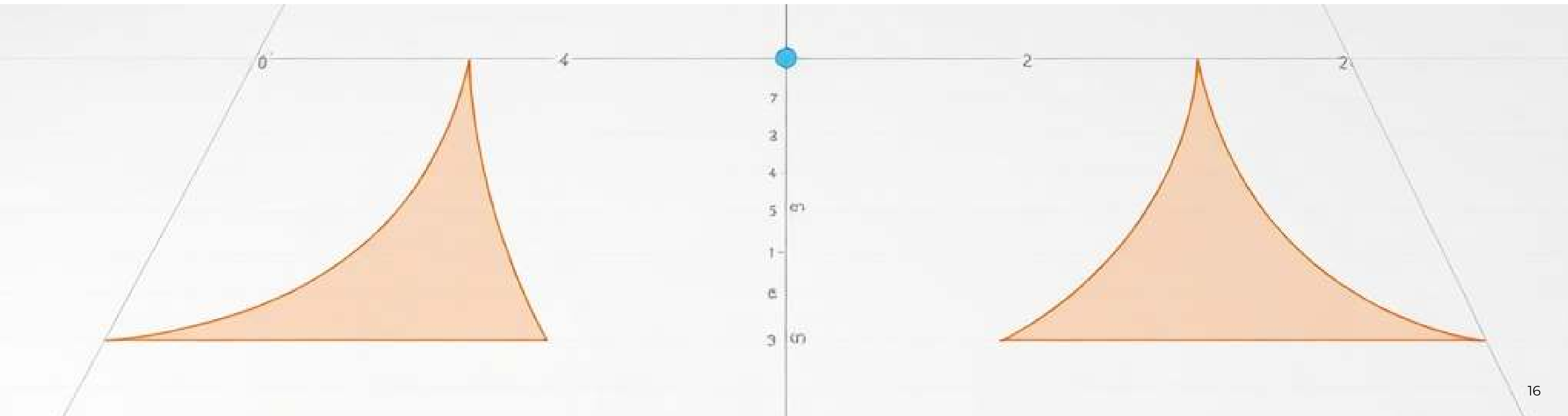
## Сдвиг по вертикали

Если параболу поднять или опустить, её вершина перемещается выше или ниже. При этом ось симметрии остаётся вертикальной, а направление ветвей сохраняется прежним.

4.

## Сравнение нескольких положений

На одной сетке легко увидеть, что все варианты одной параболы похожи друг на друга. Различаются только координаты вершины и место пересечения с осями.



# Сравнение трёх графиков одной функции



Такое сравнение показывает, как сначала работает перенос по горизонтали, а затем к нему добавляется подъём вверх. Это помогает читать формулу по частям.

Число  $m$  задаёт положение вершины по оси  $Ox$ , а  $n$  сдвигает весь график по  $Oy$ , не изменяя его форму.

Учебный пример для сравнения функций  $y = x^2$ ,  $y = (x - 2)^2$  и  $y = (x - 2)^2 + 3$

# Задания, в которых используется сдвиг графика



## Построение по формуле

По виду уравнения нужно быстро отметить вершину, ось симметрии и несколько точек. Такой способ экономит время и помогает строить график аккуратно.



## Восстановление формулы

По готовому рисунку можно определить, куда сдвинута парабола, и записать формулу. Для этого важно увидеть вершину и направление ветвей.



## Нахождение вершины

В задачах часто требуется сразу назвать координаты вершины по записи функции. Здесь особенно важно правильно читать числа  $m$  и  $n$  в формуле.



## Сравнение функций

Сдвиг помогает замечать различия между похожими параболой. Даже небольшое изменение формулы сразу видно на координатной сетке и удобно объясняется через перенос.

# $(m; n)$

**— это координаты  
вершины параболы  
в записи  $y = a(x - m)^2 + n$ .**

Эта пара сразу показывает, где расположен график:  
сначала по горизонтали, потом по вертикали. По ней  
легко находить вершину и ось симметрии.

*Школьная алгебра, правило для функции  $y = a(x - m)^2 + n$*

# Что важно запомнить о сдвиге параболы

Сдвиг параболы помогает читать формулу быстрее, чем строить график с нуля. Если помнить про знак, вершину и ось симметрии, задачи по этой теме становятся понятными и аккуратными.