



Параллелограммы

Фигура с параллельными сторонами, свойствами углов, диагоналей и площадей.



Параллелограмм вокруг нас и в задачах

Эта фигура встречается в узорах, решётках, плитке и механизмах. В геометрии она помогает понять параллельные прямые, равные углы и свойства четырёхугольников.



Определение параллелограмма

.1

Параллелограмм — это четырёхугольник, у которого обе пары противоположных сторон параллельны.

.2

Если вершины обозначены A, B, C, D , то $AB \parallel CD$ и $BC \parallel AD$, что и задаёт фигуру.

.3

Именно это свойство лежит в основе всех дальнейших признаков и свойств параллелограмма.

Главные свойства параллелограмма

.1

Противоположные стороны у параллелограмма равны, поэтому можно находить неизвестную длину по уже известной стороне.

.2

Противоположные углы равны, а соседние в сумме дают 180° , что удобно при решении задач на углы.

.3

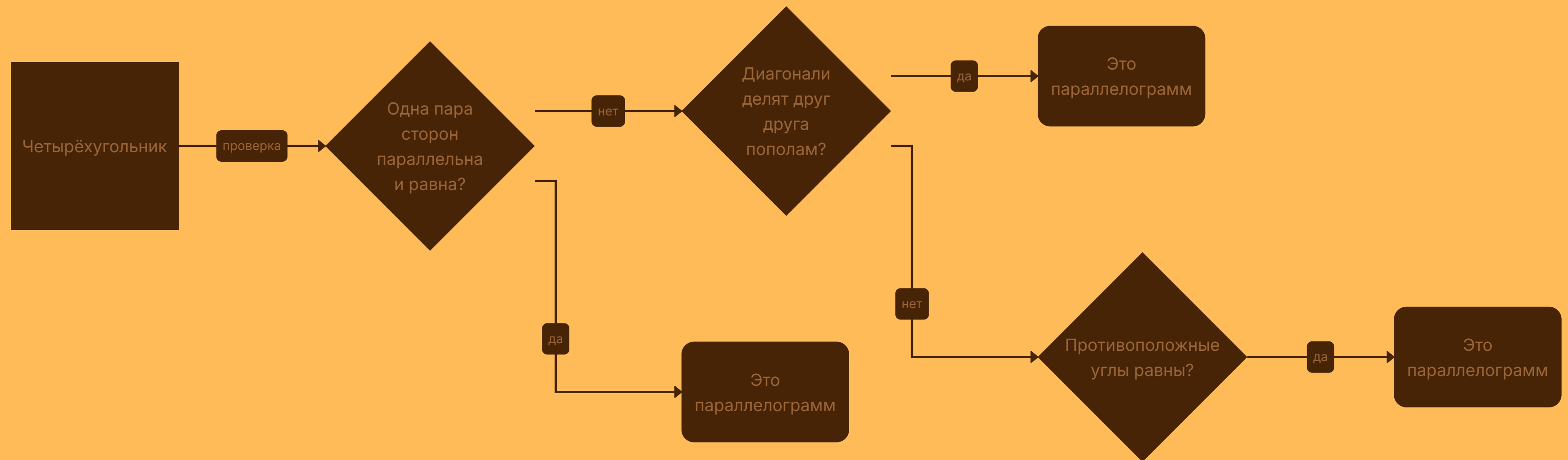
Диагонали пересекаются и делят друг друга пополам, поэтому их части всегда можно сравнивать попарно.

.4

Эти свойства позволяют проверять чертёж и вычислять стороны, углы и отрезки без лишних измерений.

Как определить, что четырёхугольник — параллелограмм

Схема показывает три признака, по которым можно распознать параллелограмм в задаче.



Признаки параллелограмма в сравнении

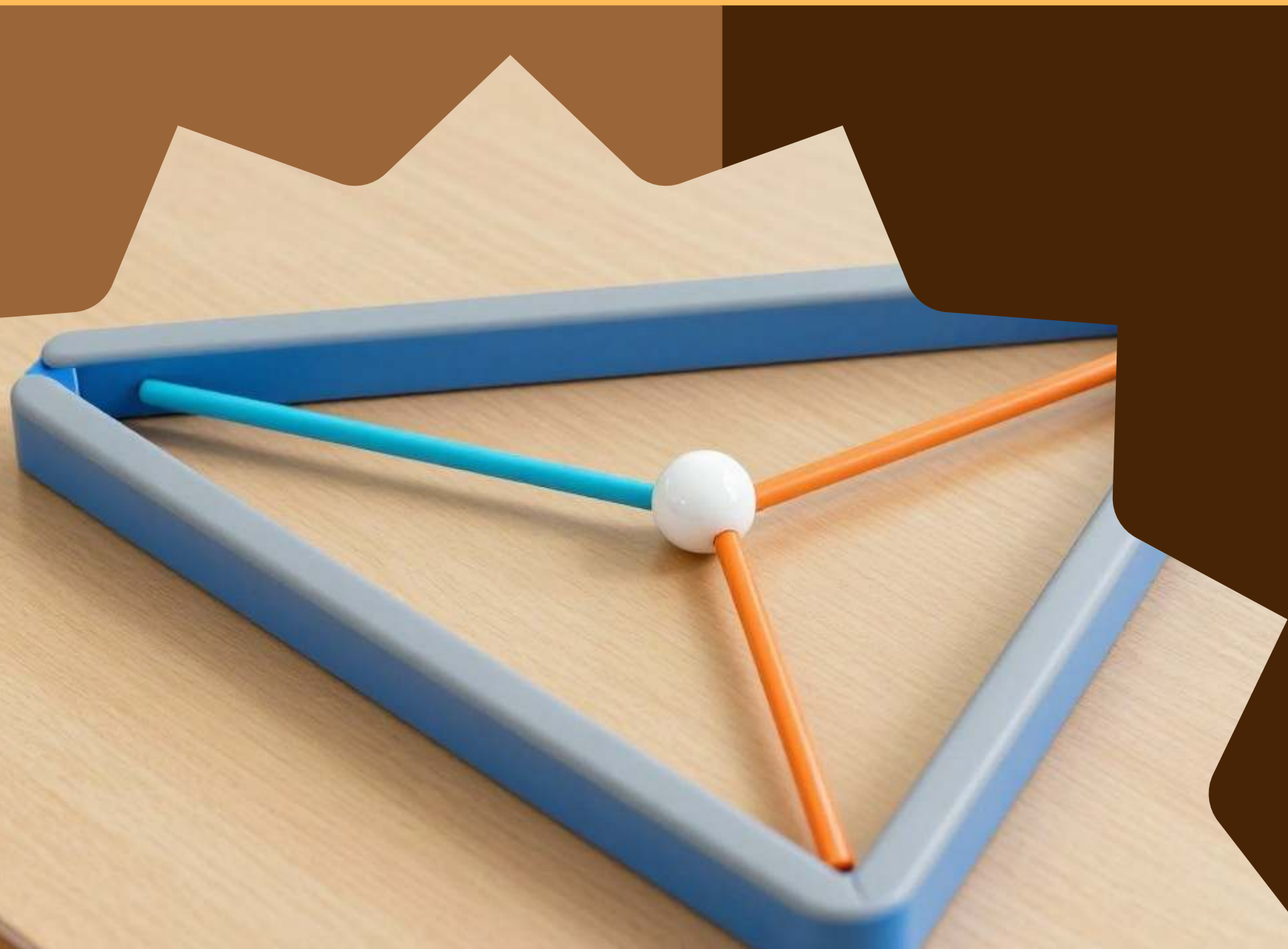
Любой из этих признаков достаточно, чтобы сделать вывод о параллелограмме.

Для распознавания фигуры достаточно проверить любой один признак, а не все сразу.

Свойства и признаки параллелограмма из школьной геометрии

Признак	Что известно	Вывод
1 пара сторон	параллельна и равна	параллелограмм
2 пары сторон	равны	параллелограмм
Диагонали	делятся пополам	параллелограмм
Углы	противоположные равны	параллелограмм

Диагонали параллелограмма



- Диагонали пересекаются в одной точке и делят друг друга на две равные части. Это делает параллелограмм удобным для построения и проверки по чертежу.

- Если на рисунке отмечены середины диагоналей, можно быстро сравнить отрезки и убедиться, что фигура построена верно. Свойство также помогает находить неизвестные длины.

2

**достаточно умножить сумму
соседних сторон.**

Формула периметра параллелограмма из курса
школьной геометрии

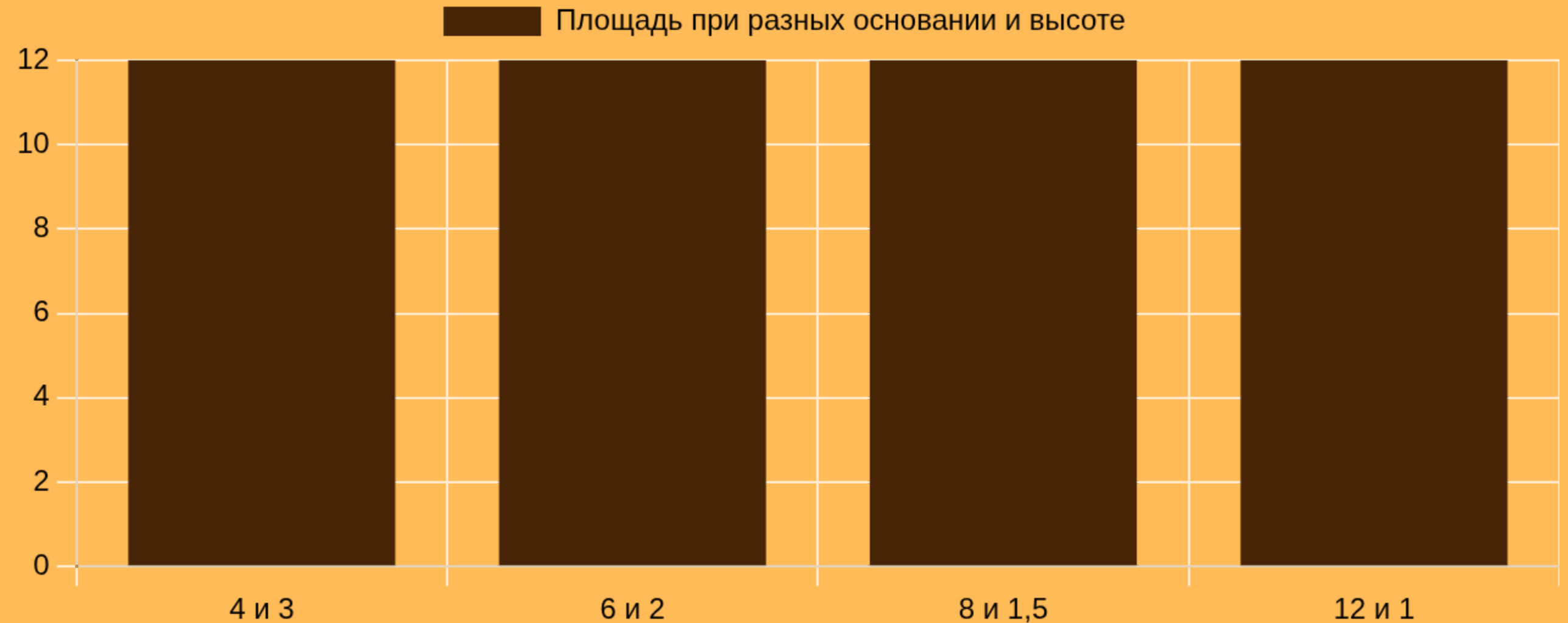
Периметр находят по формуле $P = 2(a + b)$. Поэтому нужно знать только две соседние стороны: противоположные стороны у параллелограмма равны.

Как меняется площадь при разных основании и высоте

На графике показаны разные пары основания и высоты. Значения подобраны так, чтобы было видно сохранение одной и той же площади.

Если произведение основания на высоту не меняется, площадь остаётся одинаковой.

Учебный пример по формуле $S = a \cdot h$



Площадь параллелограмма

.1

Площадь вычисляют по формуле $S = a \cdot h$, где a — основание, а h — высота, опущенная именно на это основание.

.2

Высота всегда образует прямой угол с основанием, поэтому для площади подходит только перпендикулярный отрезок, а не любая боковая сторона.

.3

Если выбрать другое основание, высота изменится, но расчёт останется тем же: важно правильно взять соответствующую пару a и h .

Высота как перпендикуляр к основанию

.1

1. Высота параллелограмма — это отрезок, опущенный к выбранному основанию под прямым углом. На рисунке его удобно выделять пунктиром, чтобы сразу видеть связь с площадью.

.2

2. Если взять другое основание, высота изменится, потому что меняется расстояние между параллельными сторонами. При этом площадь остаётся той же, если произведение основания на высоту одинаково.

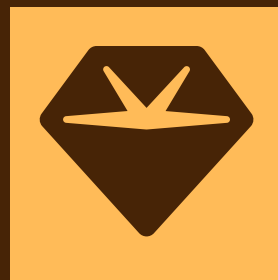


Главные частные случаи



Прямоугольник

Это параллелограмм, у которого все углы прямые. Противоположные стороны остаются параллельными и равными, поэтому фигура сохраняет все основные свойства параллелограмма.



Ромб

Это параллелограмм с равными сторонами. Его углы могут быть разными, но противоположные углы равны, а диагонали пересекаются и делят друг друга пополам.



Квадрат

Это особый случай, который объединяет признаки прямоугольника и ромба. У квадрата все стороны равны и все углы прямые, поэтому он подходит сразу под два определения.

Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат

Сравним четыре фигуры по главным признакам и увидим, какие свойства унаследованы от параллелограмма, а какие являются дополнительными.

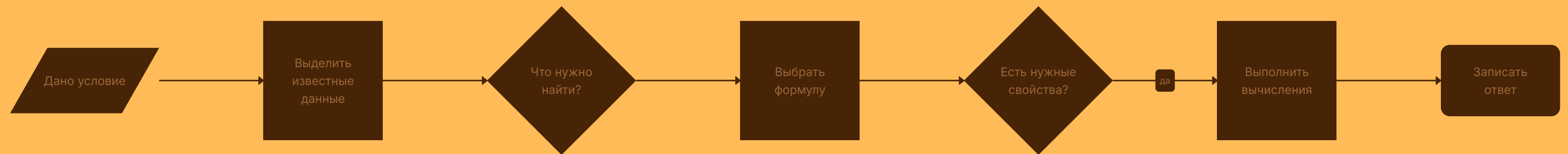
Квадрат совмещает признаки прямоугольника и ромба. Все четыре фигуры сохраняют ключевое свойство параллелограмма: диагонали делятся пополам.

Школьные определения и свойства четырёхугольников

Фигура	Стороны	Углы	Диагонали
Параллелограмм	Параллельны и равны	Попарно равны	Делятся пополам
Прямоугольник	Противоп. равны	Все прямые	Делятся пополам
Ромб	Все равны	Противоп. равны	Делятся пополам
Квадрат	Все равны	Все прямые	Делятся пополам

Пошаговое решение задач на параллелограмм

Алгоритм помогает выбрать нужное свойство, формулу и способ проверки ответа.

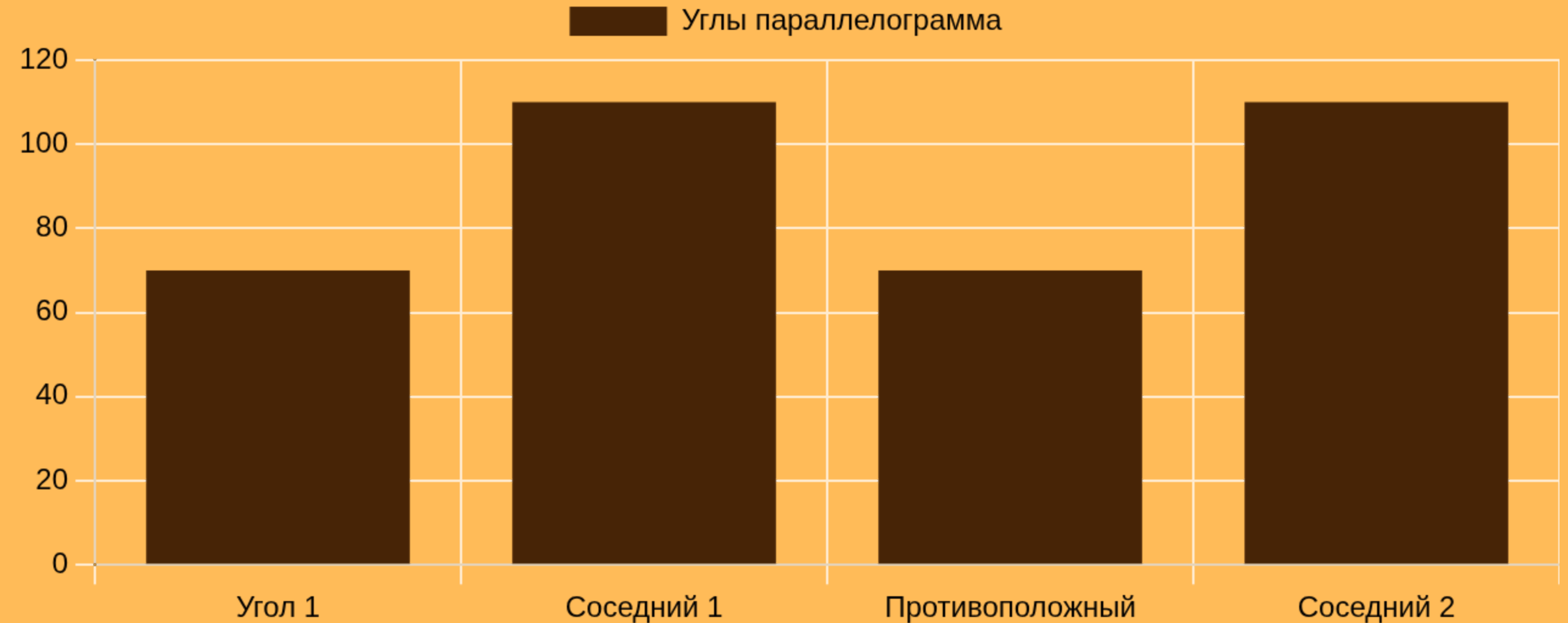


Связь между соседними и противоположными углами

По одной известной мере угла можно сразу восстановить остальные углы фигуры и быстро проверить, не допущена ли ошибка в чертеже.

Соседние углы дополняют друг друга до 180° , а противоположные равны. Это позволяет находить неизвестные углы без дополнительных построений.

Схема по свойствам параллелограмма, учебная геометрия



.1

1. Если вершины заданы координатами, длины сторон находят по расстоянию между точками. Это помогает сравнивать соседние стороны и проверять, равны ли они при нужном условии.

.2

2. Параллельность сторон удобнее всего проверять по направлению линий. Если у двух отрезков одинаковый наклон, значит, они параллельны и могут быть противоположными сторонами параллелограмма.

.3

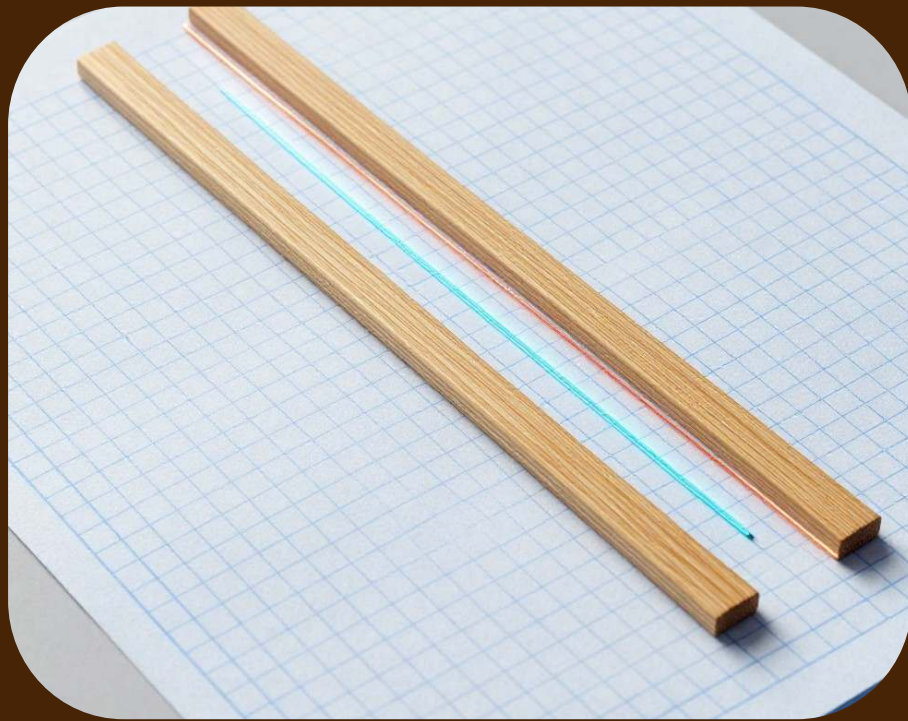
3. Диагонали параллелограмма пересекаются и делятся пополам, поэтому середину каждой диагонали можно найти по координатам. Совпадение середин служит хорошей проверкой правильности построения.

.4

4. На координатной плоскости особенно удобно замечать ошибки в чертеже. Если середины диагоналей не совпадают, фигура не обладает свойствами параллелограмма.

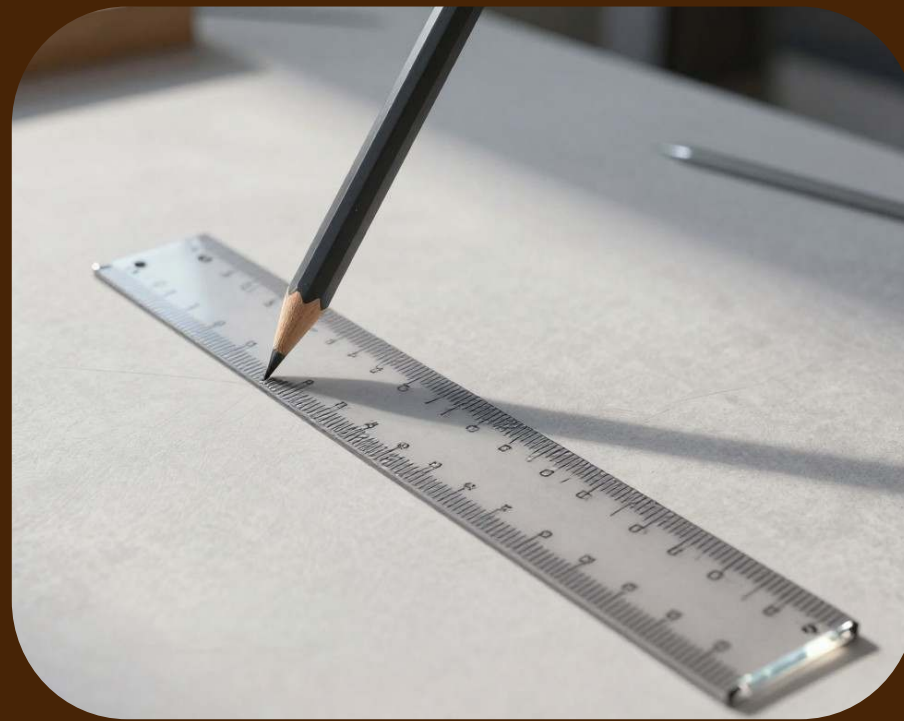
Параллелограмм на координатной плоскости

Как показать параллелограмм на бумаге



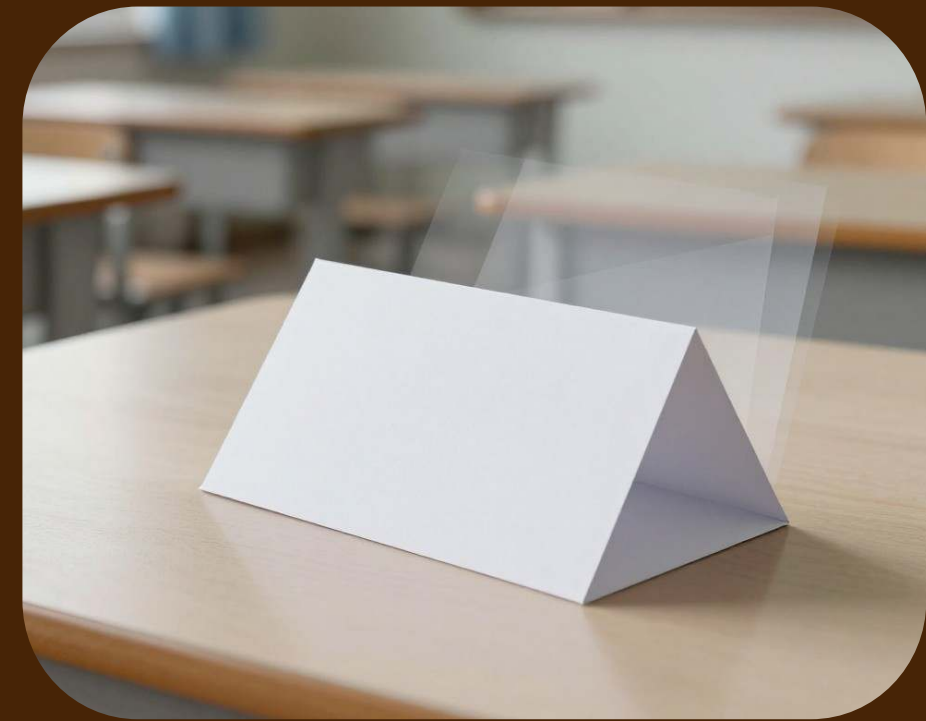
Клетки помогают увидеть параллельность

На клетчатой бумаге удобно строить наклонные стороны и сразу замечать, остаются ли они параллельными. По клеткам легче сравнивать отрезки, считать смещения и проверять, не нарушена ли форма фигуры при построении.



Линейка и карандаш делают чертёж точным

С помощью линейки можно провести ровные стороны, а карандашом — отметить вершины и диагонали. Такой чертёж помогает увидеть, где проходит основание, и показать, как из одной точки можно сдвигать вершину вдоль прямой.



Бумажная модель показывает движение фигуры

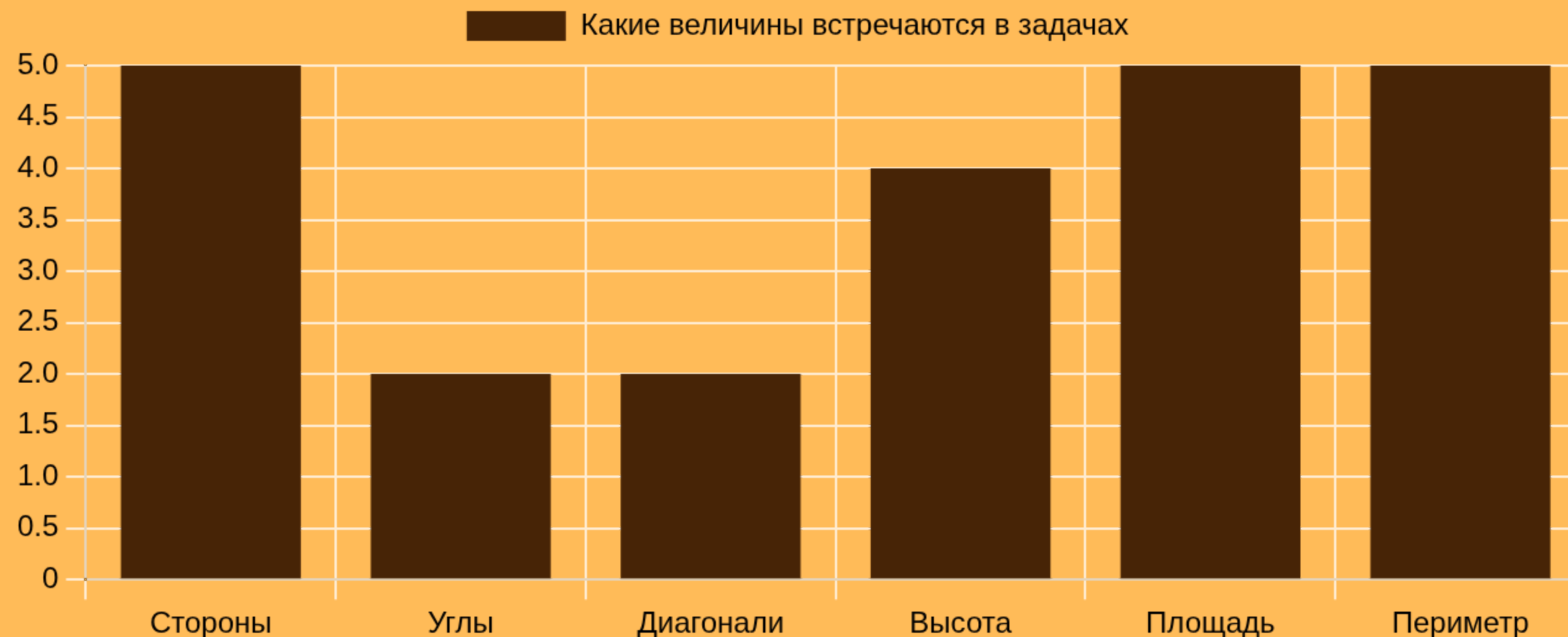
Если сделать простую модель из бумаги, становится ясно, что при сдвиге вершины вдоль прямой противоположные стороны остаются параллельными. Это наглядно объясняет, почему фигура сохраняет форму даже при изменении наклона.

Какие величины чаще встречаются в задачах

Чаще всего задачи требуют не только формул, но и внимательного выбора нужной величины, чтобы не подставить лишний отрезок или угол.

Наиболее типичны стороны, периметр и площадь. Углы и диагонали встречаются реже, но именно они часто помогают проверить построение.

Обобщение типовых школьных задач по теме «Параллелограмм»



Типичные ошибки и способы проверки

.1

1. Часто высоту принимают за боковую сторону. Нужно помнить: высота всегда перпендикулярна основанию, а не просто соединяет две вершины фигуры.

.2

2. Ещё одна ошибка — считать соседние углы равными. На самом деле их сумма должна быть 180° , поэтому один угол можно найти через вычитание из 180° .

.3

3. Иногда забывают, что противоположные стороны параллельны и равны. Это свойство полезно при проверке рисунка и при поиске неизвестных длин.

.4

4. Перед ответом стоит перепроверить формулу и единицы измерения. Для площади нужна высота, а для периметра — две соседние стороны и правильная запись результата.

Параллелограмм: главное в одном выводе

Параллелограмм легко узнать по двум парам параллельных сторон, а его свойства помогают находить углы, стороны, диагонали, периметр и площадь без лишних шагов.