

Функции $y=x^2$ и $y=x^3$ и их графики



Две функции с разным характером и поведением.

Почему $y=x^2$ и $y=x^3$ изучают раньше других

Эти функции помогают увидеть, как степень числа меняет знак, форму графика и симметрию. На простых примерах легко понять связь алгебры с геометрией и реальными величинами — площадью и объемом.



Функция $y=x^2$

1. Определение

В функции $y=x^2$ каждому значению x соответствует его квадрат. Поэтому при $x=0$ получаем 0, а при противоположных числах результат одинаковый: 1 и 1, 4 и 4.

2. Положительные значения

Квадрат любого числа не может быть отрицательным. Значит, значения функции всегда не меньше нуля, а график не опускается ниже оси Ox .

3. Что видно в точках

Если подставить $x=2$ или $x=-2$, получится $y=4$. Такие пары точек помогают быстро строить график и замечать, что он одинаково расположен слева и справа.

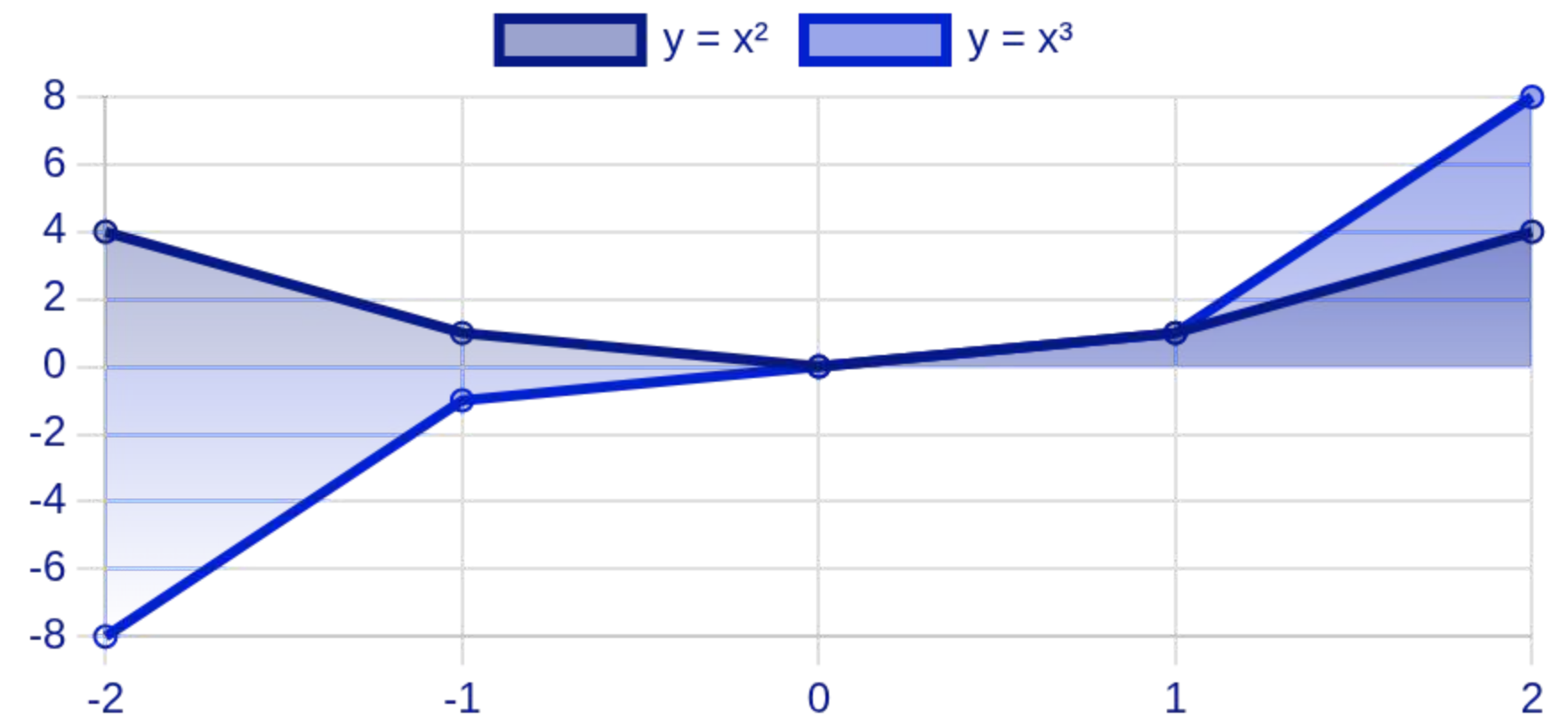
4. Почему это важно

Функция $y=x^2$ показывает, как одна и та же формула может создавать закономерный, симметричный график. Это удобная основа для изучения степенных функций в алгебре.

Таблица значений для $y=x^2$ и $y=x^3$

Для построения графиков берут несколько удобных значений x и вычисляют соответствующие y по формуле.

Квадрат даёт одинаковые значения для $\pm x$, а куб сохраняет знак числа.



Значения вычислены по формулам $y=x^2$ и $y=x^3$

График функции $y=x^2$

Форма графика

График функции $y=x^2$ называется параболой. Его нижняя точка находится в начале координат, а обе ветви поднимаются вверх, образуя симметричную фигуру.

Ось симметрии

Слева и справа график выглядит одинаково относительно оси Oy. Это значит, что точки с одинаковыми по модулю значениями x дают одинаковые значения y .

Точки для построения

Для построения удобно отметить точки $(1; 1)$, $(-1; 1)$, $(2; 4)$, $(-2; 4)$, $(3; 9)$ и $(-3; 9)$. Чем дальше от нуля, тем выше расположена точка.

Главный ориентир

Если на рисунке видна U-образная кривая с вершиной в нуле, это почти наверняка график $y=x^2$. Такая форма помогает быстро узнавать функцию без долгих вычислений.



Ключевые свойства $y=x^2$

	Чётность Функция чётная, потому что для противоположных значений x получаются одинаковые результаты. Это удобно проверять на числах -1 и 1, -2 и 2.
	Симметрия График симметричен относительно оси Oy. Если мысленно согнуть рисунок по этой оси, левая и правая части совпадут почти точно.
	Минимум в нуле Наименьшее значение функции равно 0 и достигается при $x=0$. При удалении от нуля значения y растут, поэтому точки графика поднимаются вверх.

График функции $y=x^3$

1. Начало построения

График удобно строить по точкам $(-2; -8)$, $(-1; -1)$, $(0; 0)$, $(1; 1)$ и $(2; 8)$. Они показывают, что функция проходит через начало координат.

2. Особая форма

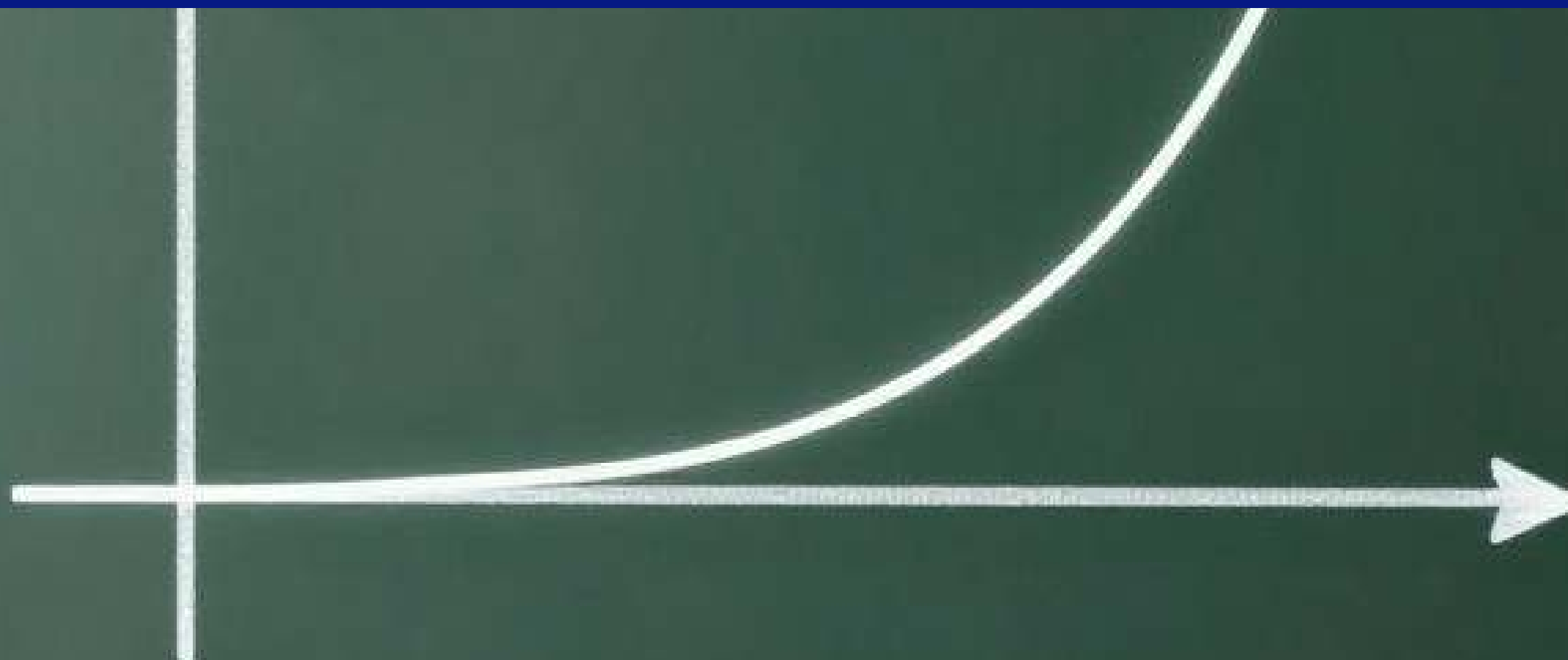
Соединяя точки плавной линией, получают S-образную кривую. Она не имеет вершины, как парабола, и постепенно меняет направление около нуля.

3. Поведение слева

При отрицательных x значения функции тоже отрицательные. Поэтому левая часть графика располагается ниже оси Ox и уходит в третью четверть.

4. Поведение справа

При положительных x значения становятся положительными, и график поднимается в первую четверть. Так видно, что знак x сохраняется в значении y .



Свойства функции $y=x^3$

Нечётная функция

Функция $y=x^3$ является нечётной: противоположным значениям x соответствуют противоположные значения y . Это основное отличие от функции $y=x^2$.

Симметрия относительно начала

График можно мысленно повернуть на 180° вокруг начала координат, и он совпадёт сам с собой. Такая симметрия помогает отличить кубическую функцию.

Знак значений

Если x положительное, то и y положительное; если x отрицательное, то и y отрицательное. Поэтому куб не убирает знак числа, а сохраняет его.

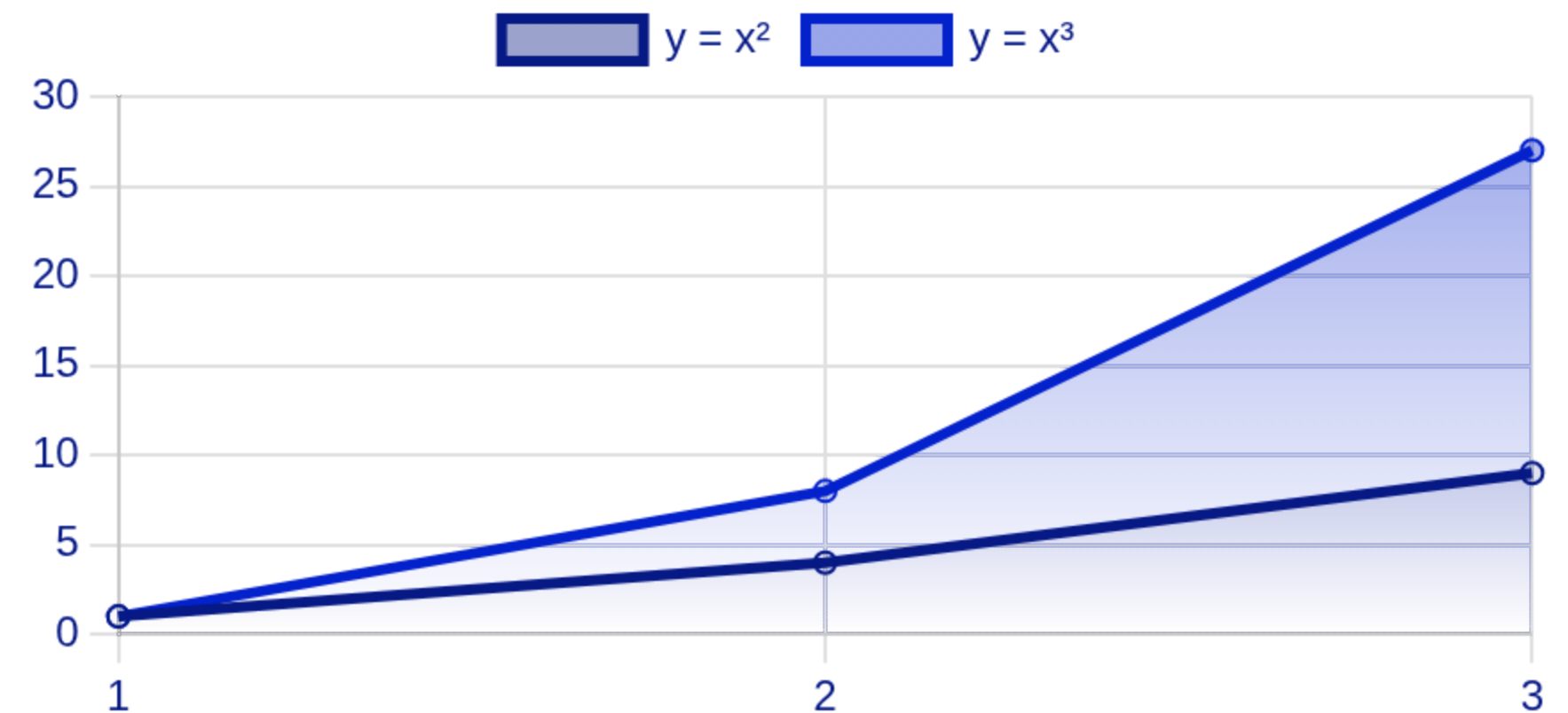
Нет границ

У функции нет наименьшего и наибольшего значения. Она может бесконечно уменьшаться слева и бесконечно возрастать справа, как и многие другие степенные функции.

Сравнение роста функций при одинаковых x

Обе функции начинаются одинаково при $x=1$, но затем кубическая быстро отрывается от квадратной.

При больших положительных x функция $y=x^3$ растёт быстрее; при отрицательных x она убывает быстрее и по модулю становится больше.



Значения вычислены по формулам $y=x^2$ и $y=x^3$

Главные характеристики двух функций

Признак	$y=x^2$	$y=x^3$
Симметрия	относит. Оу	относит. начала
Значения	неотрицательные	все числа
Форма	парабола	S-кривая

Свойства функций $y=x^2$ и $y=x^3$

Сравнение показывает, как степень числа влияет на симметрию, значения и внешний вид графика.

Квадратная функция всегда неотрицательна и симметрична относительно оси Оу, а кубическая принимает все значения и симметрична относительно начала координат.

Область определения и область значений

1. Общая область определения

Для обеих функций область определения одинакова: можно подставить любое действительное число. Это значит, что выражения $y=x^2$ и $y=x^3$ имеют смысл при любом значении x .

2. Разные области значений

У функции $y=x^2$ значения не могут быть отрицательными, поэтому её область значений — все числа от нуля и выше. У функции $y=x^3$ ограничений по знаку нет: подходят все действительные числа.

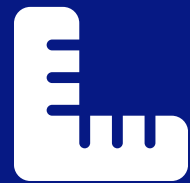
3. Почему так происходит

Разница связана со степенью. Чётная степень убирает знак у отрицательных чисел, а нечётная сохраняет его. Поэтому квадрат даёт только неотрицательные результаты, а куб может быть любым.

Построение графика по точкам

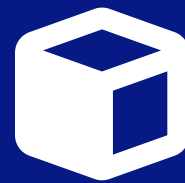
Последовательность действий при построении графика функции по вычисленным значениям

Где встречаются квадраты и кубы



Площадь и измерения

Квадрат числа часто появляется в формулах площади. Если сторона фигуры увеличивается вдвое, площадь растёт уже не вдвое, а в четыре раза, что удобно показывать на примерах.



Объём тела

Куб числа связан с объёмом куба и других трёхмерных фигур. При увеличении длины ребра меняется сразу три измерения, поэтому результат растёт быстрее, чем при квадрате.



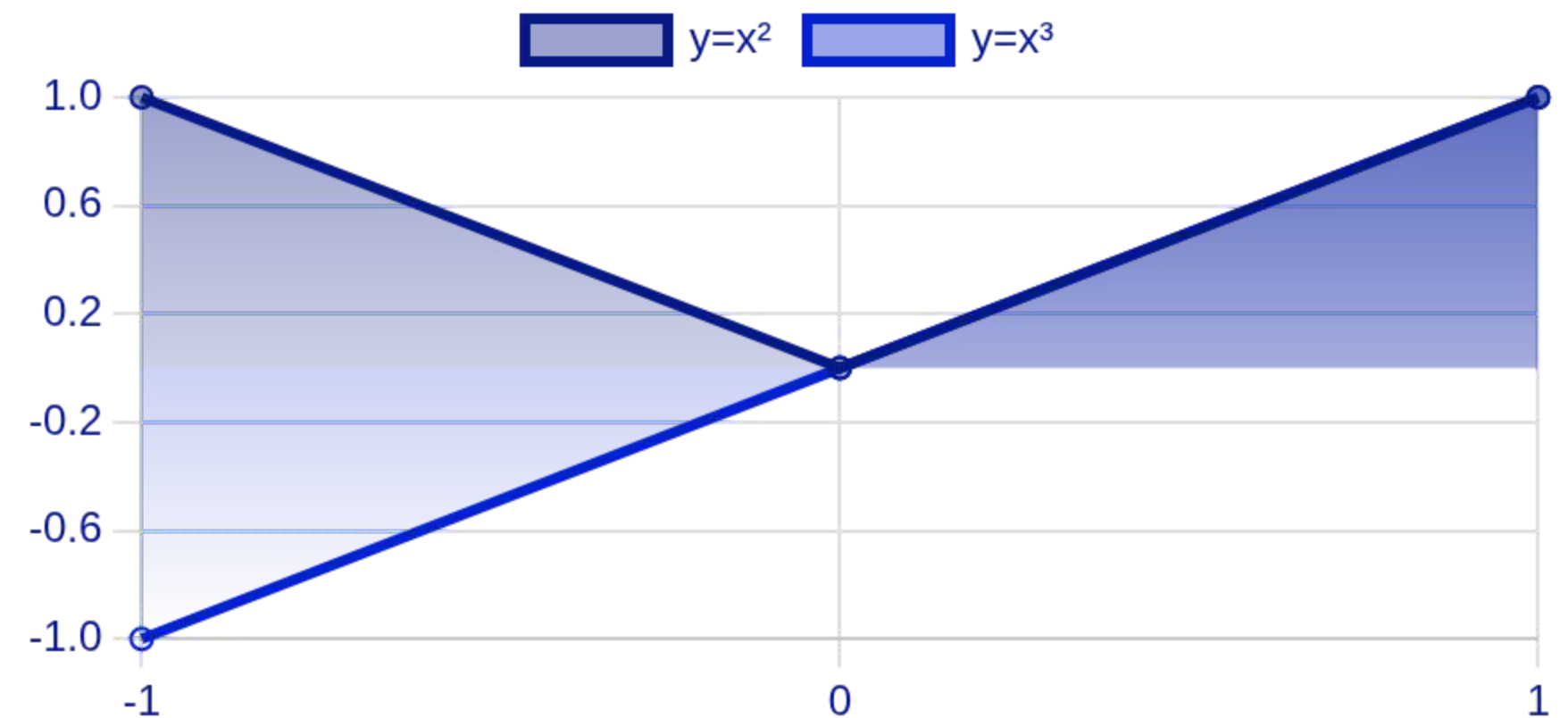
Научные зависимости

Квадраты и кубы встречаются в математике, физике и информатике. Они помогают описывать изменение величин, сравнивать скорость роста и строить модели, где важна форма зависимости.

Поведение функций около нуля

Обе функции проходят через начало координат, но ведут себя по-разному при переходе через ноль. Это видно уже на самых близких точках.

Квадратная функция не опускается ниже оси Ox , а кубическая меняет знак. Различие особенно заметно вблизи нуля.



Расчёт значений по формулам $y=x^2$ и $y=x^3$

Виды симметрии графиков

Левая и правая половины

У графика $y=x^2$ левая и правая части выглядят одинаково, если провести воображаемую линию через ось Oy . Поэтому точки с одинаковыми по модулю значениями x дают равные значения y , и кривая сохраняет строгий баланс.

Поворот вокруг начала координат

График $y=x^3$ устроен иначе: его точки переходят друг в друга при повороте на 180° вокруг начала координат. Если точка лежит в правой верхней части, ей соответствует точка в левой нижней части, и наоборот.



Сравнение по основным признакам

Признак	$y=x^2$	$y=x^3$
Чётность	чётная	нечётная
Знак значений	неотрицательные	плюс и минус
Форма	парабола	S-кривая
Симметрия	относительно Oy	относительно O

Свойства функций $y=x^2$ и $y=x^3$

Сравнение помогает быстро увидеть, чем отличаются квадратная и кубическая функции по основным свойствам.

Чётность определяет симметрию, а степень — характер значений и форму графика. Именно поэтому эти функции легко различить даже по внешнему виду.

Типичные ошибки при работе с графиками

Путают по нескольким точкам

Иногда графики пытаются определить по одной-двум точкам и принимают параболу за кубическую кривую. Надёжнее смотреть на общую форму, симметрию и поведение возле нуля.

Неверное сравнение значений

Ошибка — считать, что $y=x^3$ всегда больше $y=x^2$. Для отрицательных x это неверно: кубическое значение становится отрицательным, а квадратное остаётся положительным.

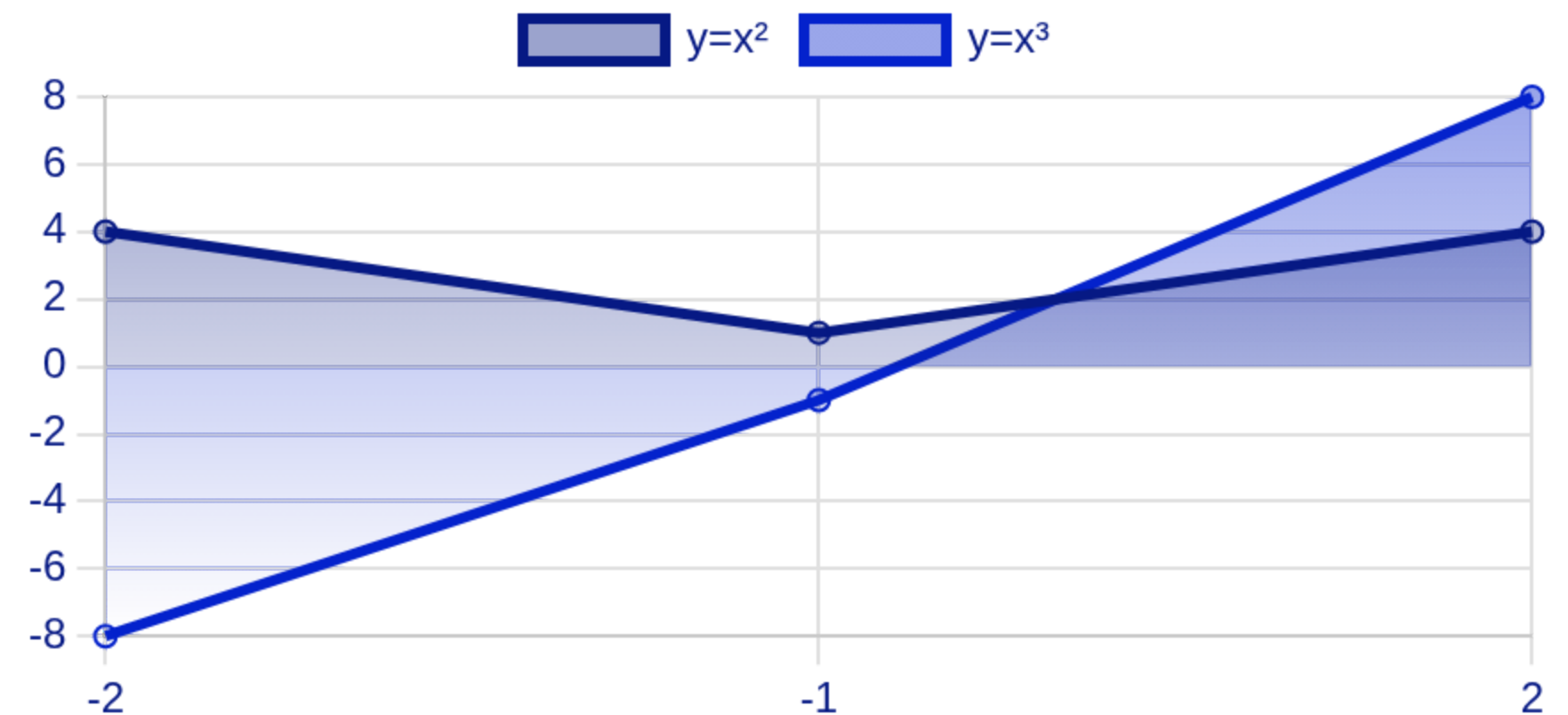
Забывают про знак

Ещё одна частая неточность — приписывать функции $y=x^2$ отрицательные значения. Квадрат любого числа не может быть меньше нуля, поэтому такие ответы сразу нужно проверять.

Сравнение значений в разных точках

На отрицательных x различие особенно заметно: квадрат сохраняет положительный результат, а куб оставляет знак числа. При $x=2$ обе функции становятся положительными.

Квадрат убирает знак, куб его сохраняет. Чем больше $|x|$, тем сильнее расходятся значения двух функций.



Расчёт значений по формулам $y=x^2$ и $y=x^3$

Как отличить графики без подписи

1. Смотри на форму

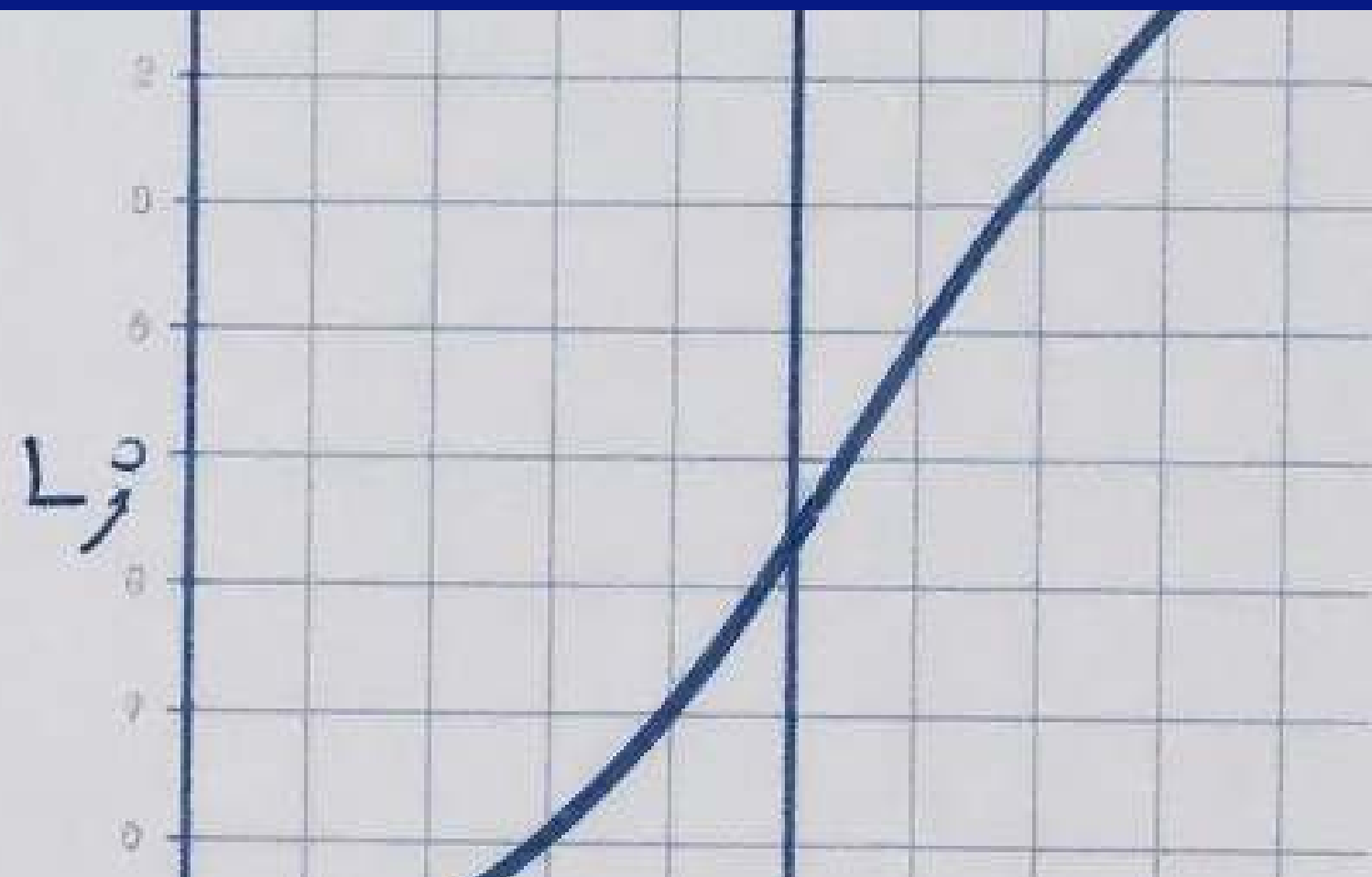
График $y=x^2$ легко узнать по U-образной форме. Его нижняя точка находится в начале координат, а обе ветви поднимаются вверх и выглядят зеркально.

2. Проверь поведение слева

У графика $y=x^3$ левая часть уходит вниз, а правая — вверх. Кривая плавно проходит через начало координат и не имеет оси симметрии, как у параболы.

3. Используй точки

Если на рисунке видны точки вроде $(1; 1)$ и $(-1; 1)$, это признак $y=x^2$. Если же точкам $(1; 1)$ соответствует $(-1; -1)$, перед тобой график $y=x^3$.



Квадрат и куб: два похожих, но разных графика

Функции $y=x^2$ и $y=x^3$ удобно сравнивать на одних и тех же точках:
так сразу видно различие в знаке, симметрии и скорости роста.
Именно в этом и состоит их главное отличие.