

Трапеция, средняя линия и теорема Фалеса

Разберём трапецию, среднюю линию и пропорции при параллельных прямых.



Где встречаются трапеция, средняя линия и пропорции

Трапецеидные формы узнаются в крышах домов, опорах мостов, дорожных знаках и чертежах деталей. Средняя линия помогает быстро находить длины и площадь. А теорема Фалеса объясняет, как делить отрезки и получать нужные пропорции.



Что такое трапеция

- Трапеция — это четырёхугольник, у которого только одна пара сторон параллельна. Эти параллельные стороны называют основаниями, а две другие — боковыми сторонами.
- Расстояние между основаниями называют высотой трапеции. Оно измеряется перпендикулярно к основаниям, поэтому в рисунке высота обычно изображается «откладыванием» по вертикали.
- В 7 классе часто изучают несколько частных видов: обычную (любую) трапецию, равнобедренную — когда боковые стороны равны, и прямоугольную — когда одна боковая сторона перпендикулярна основаниям.

Виды трапеций и их признаки

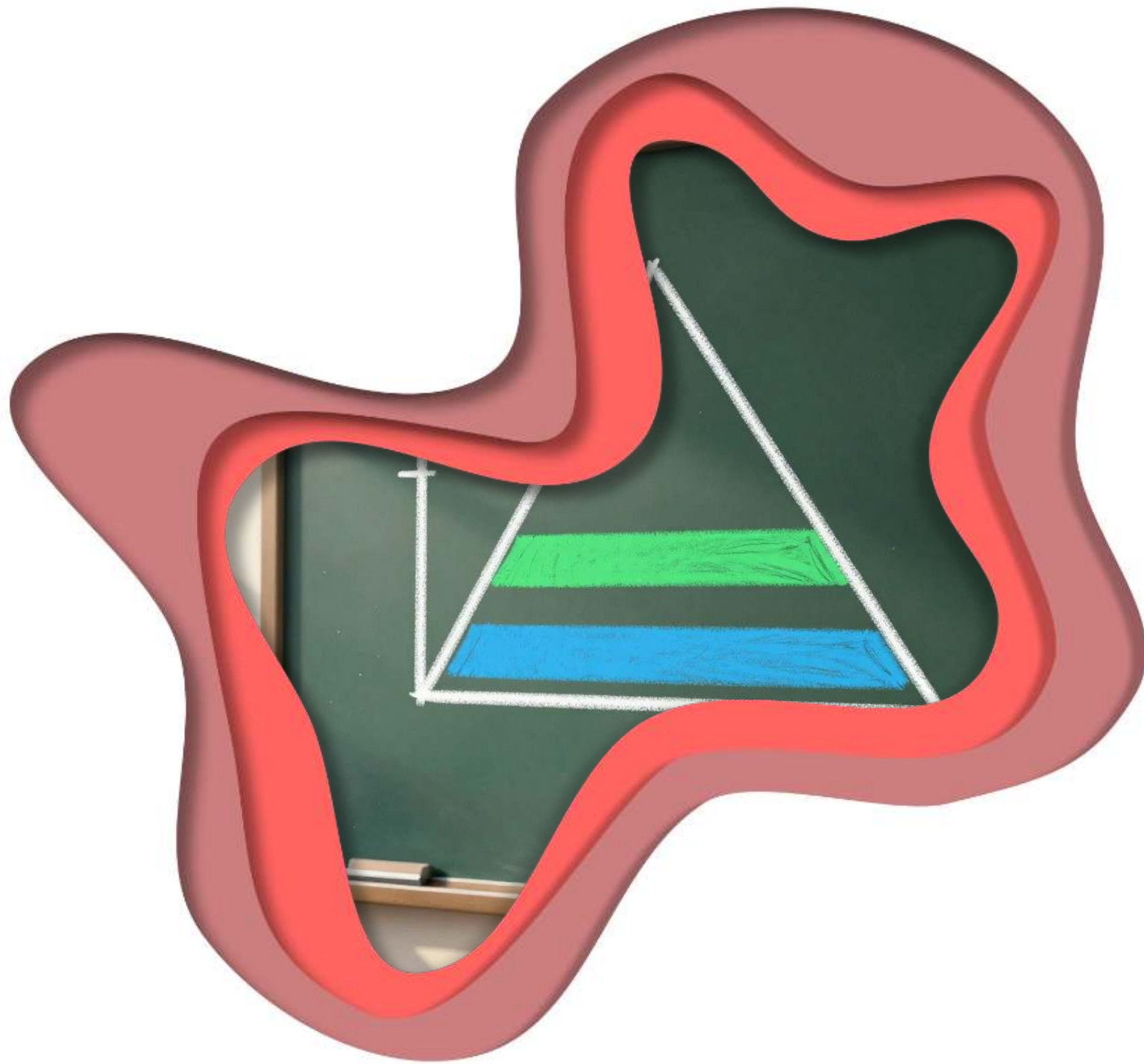
В таблице показано, как по чертежу распознать вид трапеции по параллельности, равенству сторон и углам.

Вид трапеции определяют по тому, какие стороны параллельны, какие равны и какие углы равны 90° или между собой.

Школьный курс геометрии 7 класса.

Вид трапеции	Основные признаки	Пример признака на чертеже
Обычная	Только одна пара параллельных сторон	Основания параллельны, остальные стороны — нет
Равнобедренная	Боковые стороны равны; углы при одном основании равны	Отметки равных боковых сторон и равных углов
Прямоугольная	Одна боковая сторона перпендикулярна основаниям; угол 90°	Прямой угол у основания (квадратик)

Элементы трапеции на чертеже



- На рисунке обычно подписаны основания, боковые стороны и высота трапеции. Нередко указывают и углы при основаниях — это помогает быстрее понять, какой именно вид трапеции изображён и какие соотношения можно применять.
- Средняя линия соединяет середины боковых сторон и идёт параллельно основаниям. Когда вы видите её на схеме, становится проще заметить параллельность и найти нужные длины по формуле средней линии.

Средняя линия выражается формулой
 $m = (a + b) / 2$, где a и b — основания.

Школьный курс геометрии 7 класса.

2

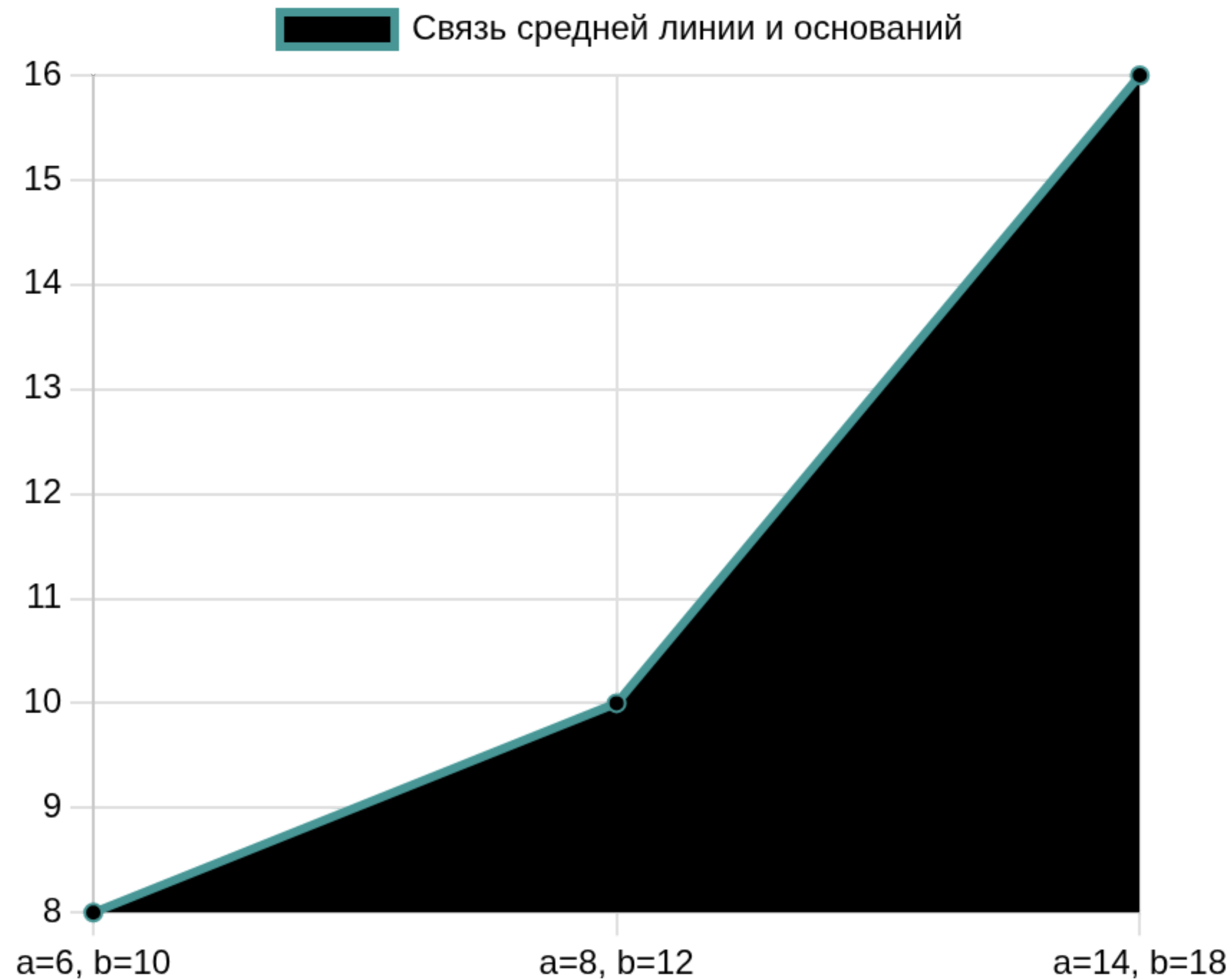
Она находится делением суммы
оснований на два.

Как меняется средняя линия при разных основаниях

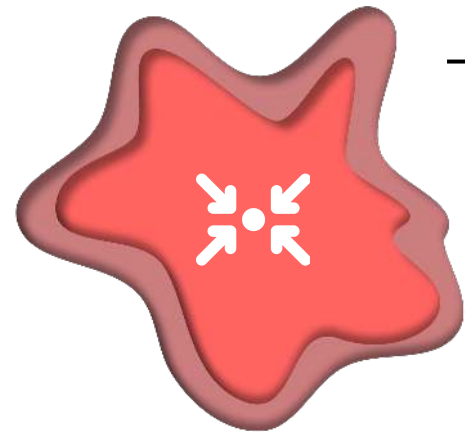
Если увеличивать оба основания, средняя линия тоже растёт. При этом она всегда «посередине» между длинами оснований.

Данные показывают: средняя линия равна полусумме оснований. Поэтому её можно вычислять и проверять ответ в задачах.

Собранные примеры по правилу $m = (a + b) / 2$ (школьная геометрия).

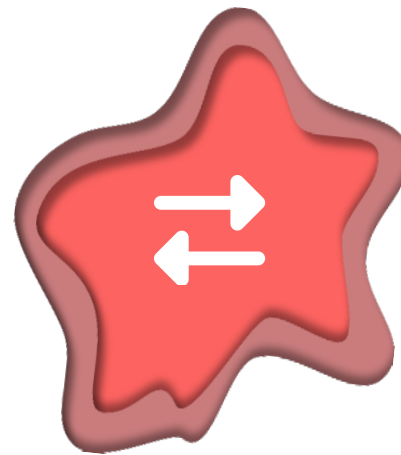


Свойства средней линии трапеции



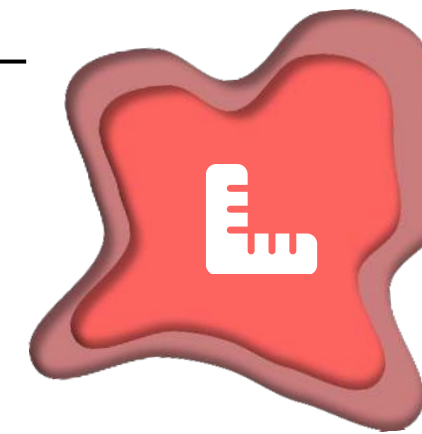
Параллельность оснований

Средняя линия параллельна обоим основаниям трапеции. Благодаря этому при построениях удобно переносить направление отрезков и сразу видеть, какие углы будут равными.



Середины боковых сторон

Средняя линия соединяет середины боковых сторон, поэтому она делит каждую боковую сторону пополам. Это позволяет решать задачи без лишних построений и измерений.

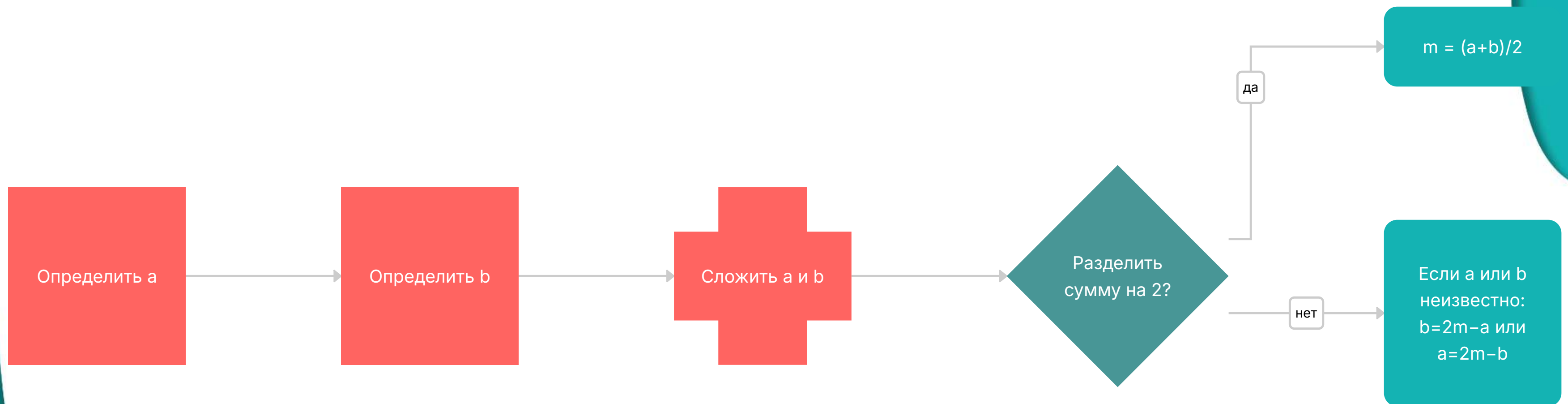


Связь с высотой и сравнение размеров

Длина средней линии меньше большего основания и больше меньшего, а высота не меняется. Поэтому при вычислении площади удобно использовать высоту фигуры целиком.

Как находят среднюю линию трапеции

Порядок действий опирается на формулу $m = (a + b) / 2$ и её обратный вид при неизвестном основании.



Если известны средняя линия m и одно основание a , то $b = 2m - a$.
Аналогично $a = 2m - b$.

Школьный курс геометрии 7 класса.

2

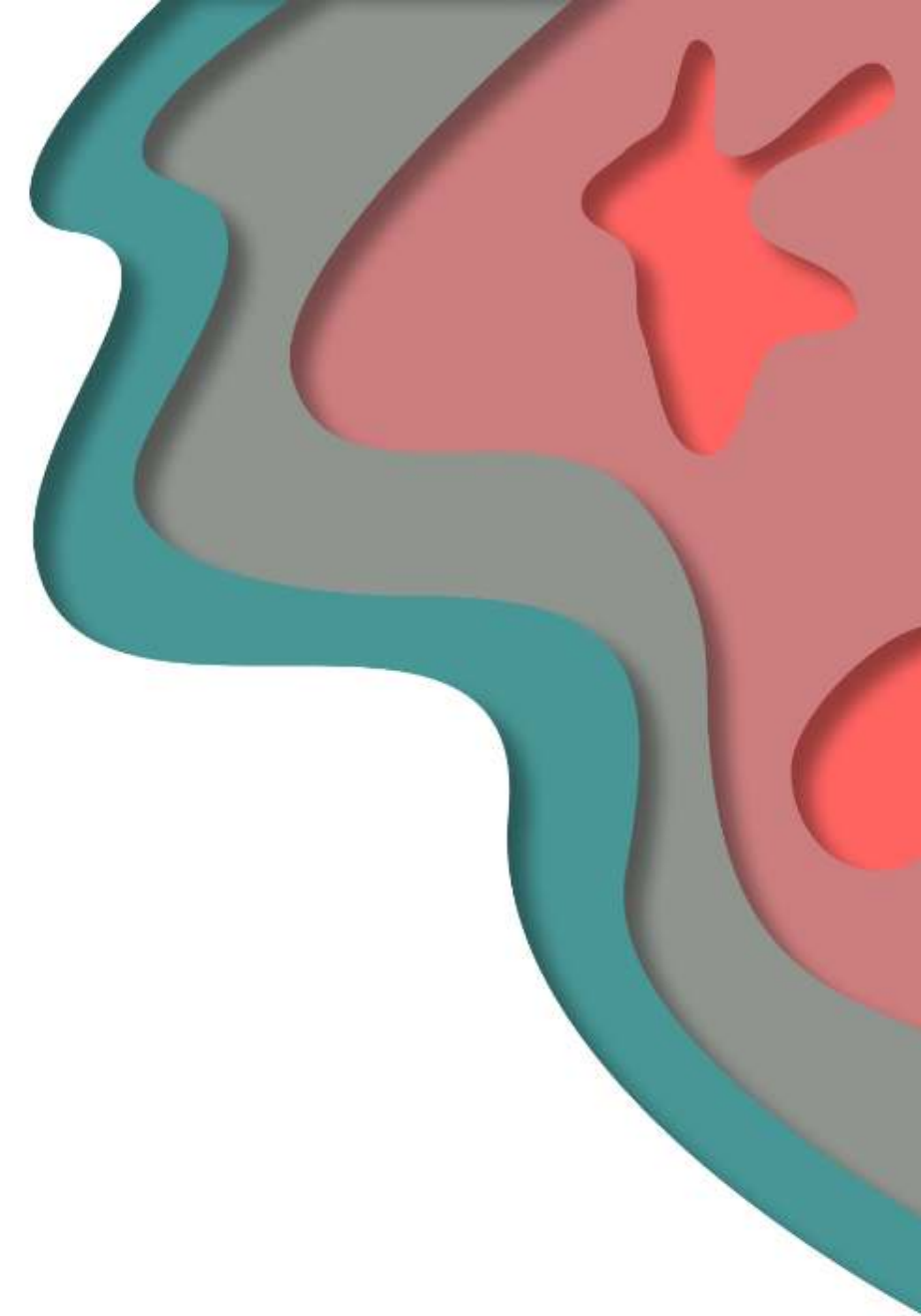
Умножение на два позволяет
«восстановить» второе основание из
средней линии.

Теорема Фалеса: основная идея

Если несколько параллельных прямых пересекают две секущие, то на каждой секущей появляются отрезки, связанные общей пропорцией.

Соответствующие отрезки на разных секущих сохраняют одно и то же отношение: какие бы параллельные ни проводились, пропорция не меняется.

Так теорема Фалеса связывает три вещи — параллельность прямых, пропорциональные отрезки и способ делить прямые на части.



Пропорции по теореме Фалеса

Отрезки на первой секущей	Отрезки на второй секущей	Отношение
2 см и 4 см	3 см и 6 см	1:2
5 см и 10 см	7 см и 14 см	1:2
4 см и 9 см	8 см и 18 см	4:9

Отрезки на двух секущих, которые отсечены одной и той же системой параллельных прямых, находятся в одинаковых отношениях.

При пересечении параллельными прямыми соответствующие отрезки на секущих сохраняют одинаковые отношения, поэтому пропорцию можно переносить между секущими.

Школьная геометрия (7 класс)

Как визуально представить деление отрезка на равные части



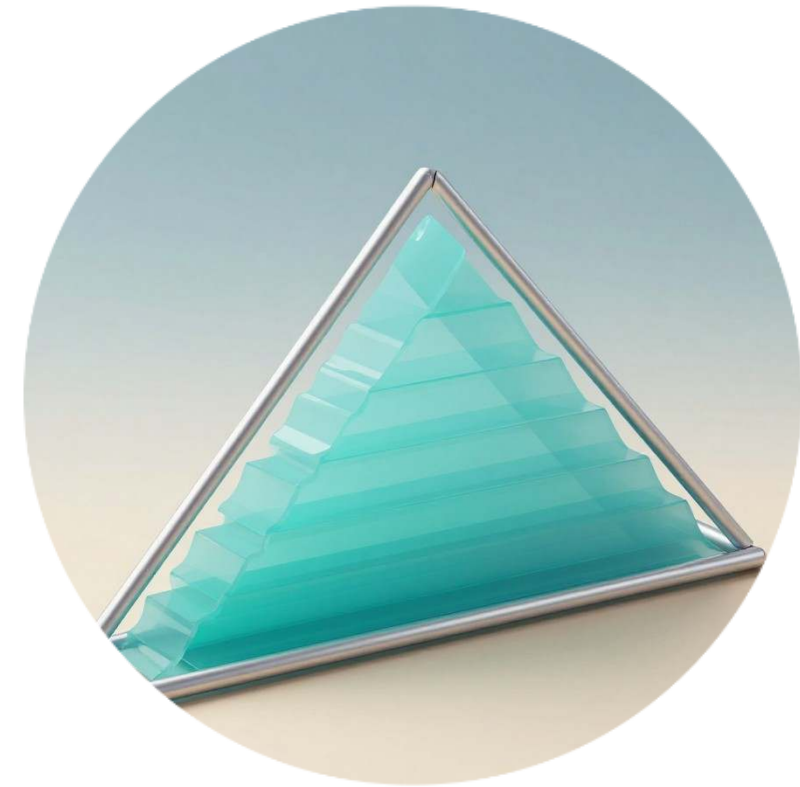
Луч и метки равных промежутков

Берём отрезок и проводим вспомогательный луч из его одного конца. На луче откладываем одинаковые промежутки, получая серию точек. Каждая метка на луче станет «шаблоном» для будущих точек деления на самом отрезке.



Точка схода и параллели

Соединяем последнюю точку луча с другим концом исходного отрезка. Затем через промежуточные точки луча проводим параллельные прямые. Эти параллели пересекут исходный отрезок в точках деления.

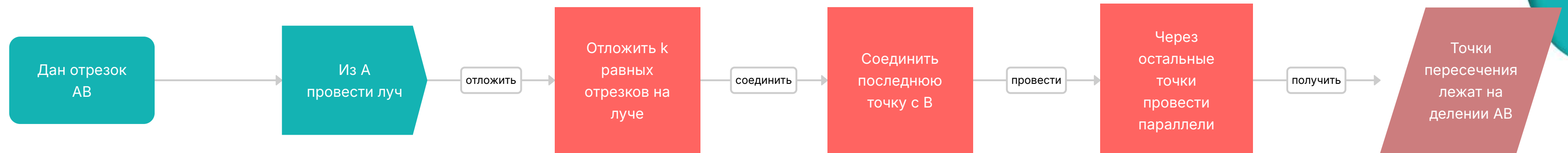


Равные части появляются сами

По теореме Фалеса параллельные прямые задают пропорции, а при одинаковых шагах на луче отрезок делится на равные части. Получившиеся сегменты между соседними точками будут одинаковыми или пропорциональными заданному разбиению.

Построение равных частей по теореме Фалеса

Алгоритм деления отрезка на равные части с помощью вспомогательного луча и параллельных прямых.





Как связаны теорема Фалеса и трапеция

В трапеции основания — это две параллельные прямые. Боковые стороны удобно рассматривать как секущие, которые пересекают эту пару параллелей.

Средняя линия трапеции появляется благодаря тому, что боковые стороны «делятся» пополам. Из этого автоматически следует её параллельность основаниям и нужные пропорции.

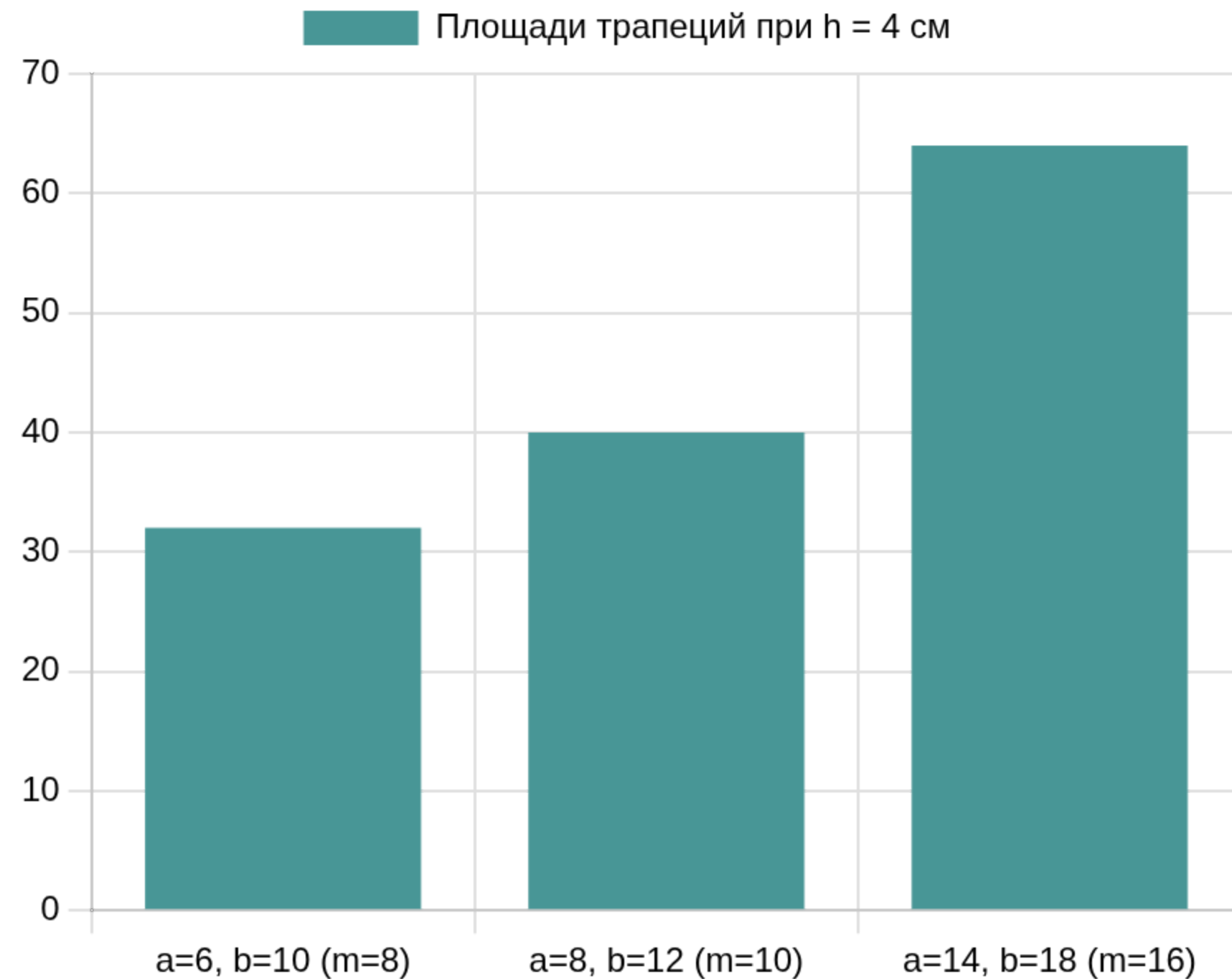
Поэтому свойство средней линии можно понимать как частный случай идеи Фалеса: при параллельных прямых возникают устойчивые пропорции отрезков на секущих.

Площадь трапеции и средняя линия

При одинаковой высоте 4 см площадь определяется только средней линией: достаточно найти m и умножить на h .

Точки показывают прямую зависимость $S = m \cdot h$. Чем больше средняя линия, тем быстрее растёт площадь.

Расчёт по значениям a и b из условия ($h = 4$ см).



Типичные ошибки в задачах

Путают среднюю линию с высотой: высота перпендикулярна основаниям, а средняя линия соединяет середины боковых сторон.

Иногда складывают боковые стороны вместо оснований. Для формулы средней линии нужны именно основания a и b .

В задачах по теореме Фалеса неправильно сопоставляют отрезки на секущих: важно брать «соответствующие» части, отсеченные одной и той же параллелью.

Если в пропорции перепутать порядок или соответствие, получится неверное отношение, а значит — ошибочный ответ, даже при правильных вычислениях.

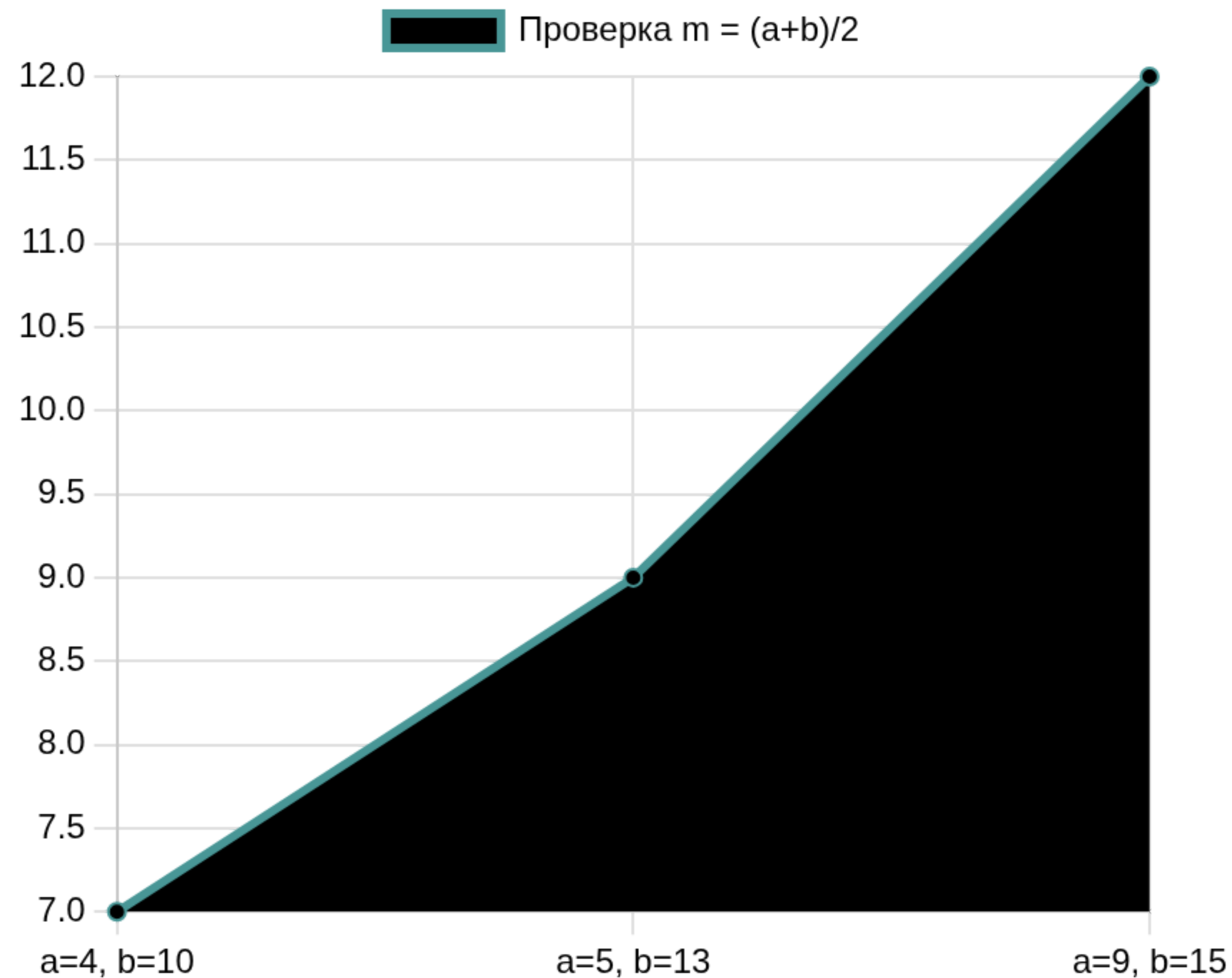


Проверка формулы средней линии на примерах

Можно мысленно проверить каждую пару: средняя линия равна половине суммы оснований, поэтому результат не должен «гулять» от выбора вычислений.

Все точки лежат на линии ожидаемых значений, значит формула $m = (a + b)/2$ выполняется для рассмотренных трапеций.

Расчёт по указанным значениям a и b (модельный набор для проверки).



Главные формулы темы

- Средняя линия трапеции: $m = (a + b) / 2$. Она показывает, что m — это полусумма оснований, и помогает быстро находить длины.
- Площадь трапеции: $S = m \cdot h$. Здесь h — высота, а m служит удобной «посредницей» между основаниями и площадью.
- Если применяются параллельные прямые, то по теореме Фалеса отрезки на секущих сохраняют пропорции; это используется для вычислений и проверки построений.

Итог темы: параллельность → пропорции → вычисления

Трапеция объединяет параллельность и удобные вычисления: средняя линия даёт простую формулу для длины и площади, а теорема Фалеса объясняет появление пропорциональных отрезков.

