

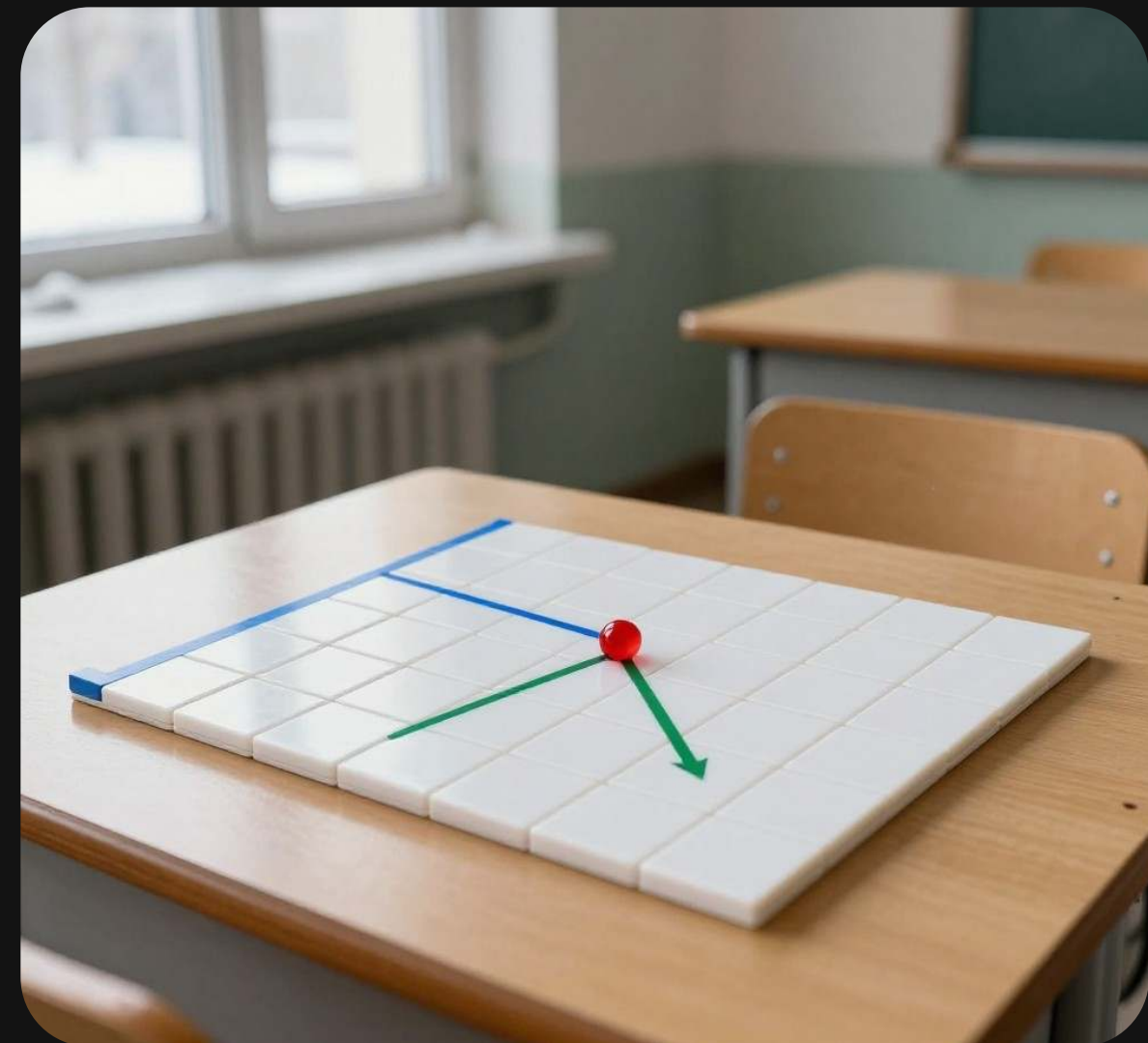
Координаты и векторы: язык положения и движения

Точность в геометрии начинается
с координат и векторов.



Почему координаты и векторы важны

Координаты помогают точно находить точки, а векторы — описывать движение, силу и смещение. Эти идеи работают в школьной геометрии, на картах, в играх и навигации, поэтому их удобно изучать вместе.



Декартова система координат

01

Две оси

Плоскость задают две взаимно перпендикулярные оси: горизонтальная Ox и вертикальная Oy . Вместе они образуют удобную сетку, по которой можно точно указывать положение любой точки.

02

Начало координат

Точка пересечения осей называется началом координат и обозначается O . От неё отсчитывают все перемещения по плоскости, поэтому она служит главным ориентиром при построении.

03

Пара чисел

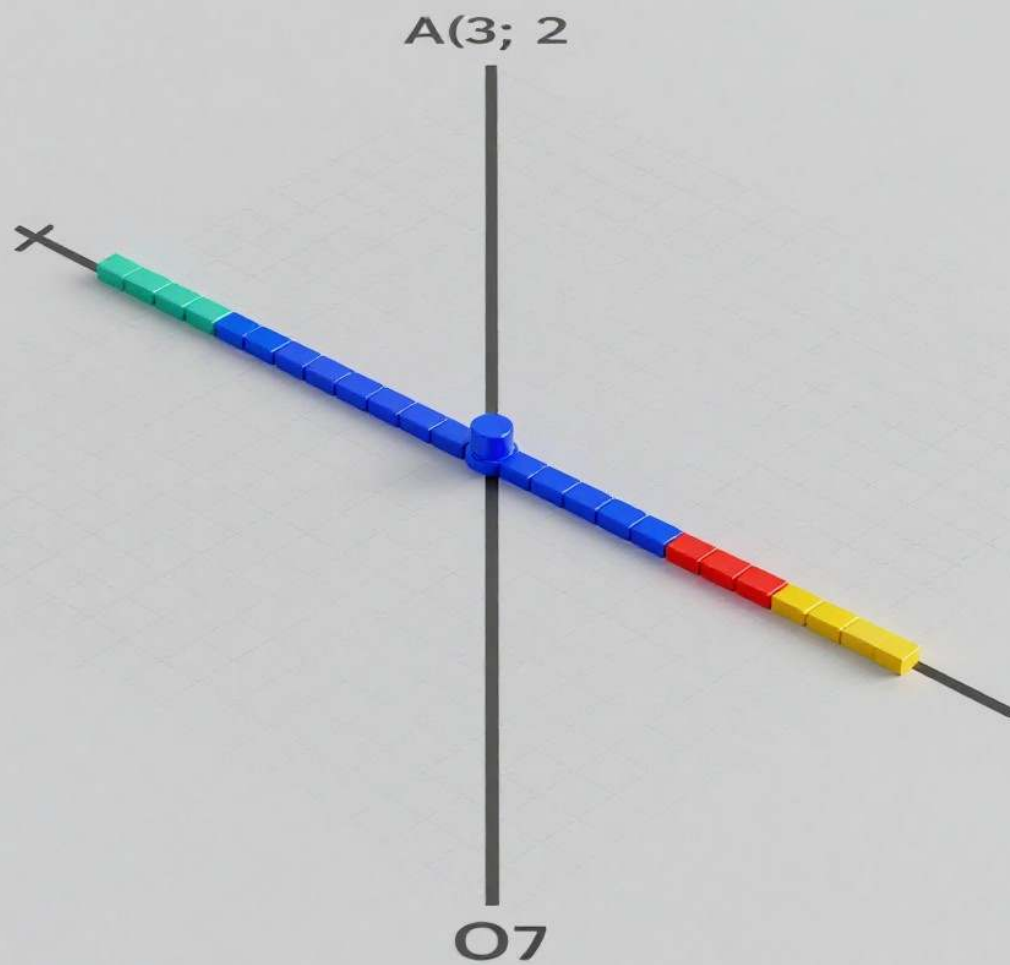
Каждая точка задаётся двумя числами: сначала абсциссой x , затем ординатой y . Такой порядок нельзя менять местами, иначе получится уже другая точка на плоскости.

04

Запись координат

Координаты обычно записывают в скобках через точку с запятой, например $A(3; 2)$. Эта форма записи позволяет быстро читать, строить и сравнивать положения точек.

Как выглядит точка на координатной плоскости



● Движение от начала

Чтобы найти точку $A(3; 2)$, нужно от начала координат пройти три клетки вправо и две клетки вверх. Такой способ делает расположение точки наглядным и точным.

● Положительная абсцисса

Если x положительное, точка находится справа от оси Oy . Чем больше значение x , тем дальше точка удаляется от вертикальной оси по горизонтали.

● Отрицательная абсцисса

Если x отрицательное, точка располагается слева от оси Oy . Знак сразу показывает сторону плоскости, поэтому положение можно определить ещё до построения.

● Знак ординаты

Положительное y означает положение выше оси Ox , а отрицательное — ниже неё. Вместе два знака полностью описывают, где именно находится точка относительно начала координат.



Координаты точек в четырёх четвертях

Четверть	Знаки x и y	Положение
I	$+, +$	справа и вверх
II	$-, +$	слева и вверх
III	$-, -$	слева и вниз
IV	$+, -$	справа и вниз

Знаки координат помогают быстро определить, в какой части плоскости находится точка.

По знакам координат можно без построения сразу определить четверть и проверить правильность ответа.

Расстояние между точками по координатам

01

Одна линия

Если точки лежат на одной горизонтали или вертикали, расстояние между ними равно разности одной координаты. В этом случае достаточно сравнить либо x , либо y .

02

Разности координат

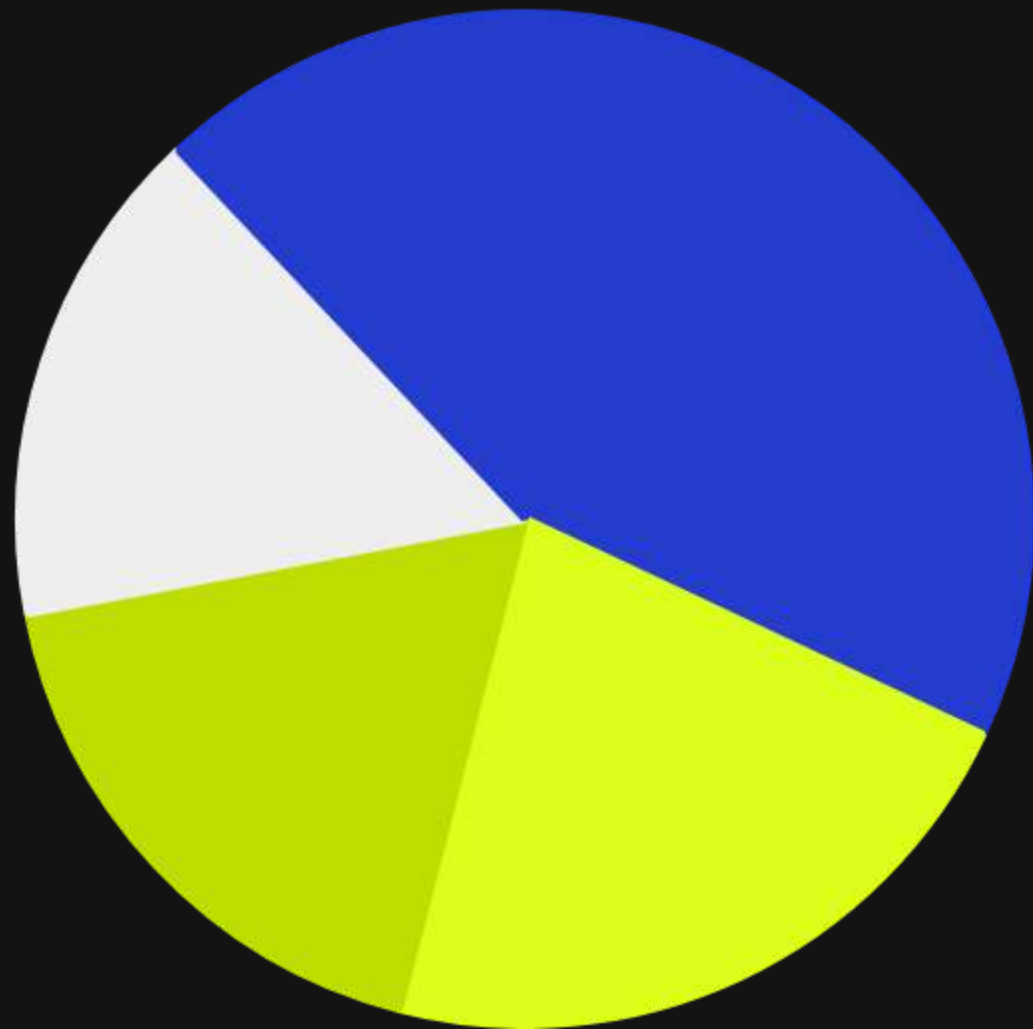
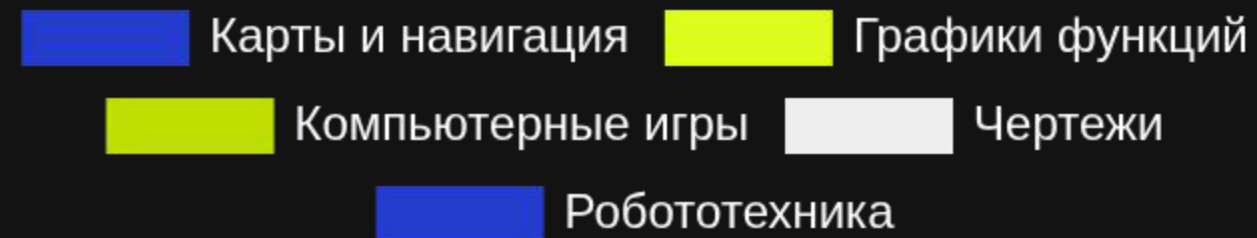
В общем случае находят, насколько точки отличаются по горизонтали и по вертикали. Эти две разности образуют стороны прямоугольного треугольника, построенного по точкам.

03

Теорема Пифагора

Затем используют теорему Пифагора и находят длину отрезка AB . Так получают точное расстояние между точками $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ на плоскости.

Координаты на практике: где они нужны чаще всего



Координаты особенно полезны там, где важно быстро определить положение объекта и его изменение на плоскости.

Лидируют карты и навигация: именно там точность координат особенно заметна, а остальные области используют их для построения и движения.

Схематическое распределение учебных примеров, 2024

Что такое вектор

8

Направленный отрезок

Вектор — это отрезок, у которого есть начало и конец, а также направление. Он показывает не только расстояние, но и то, куда направлено движение или действие.

Как обозначают

Вектор можно записать двумя буквами, например АВ, или обозначить стрелкой над буквой. В записи важно, какая точка стоит первой: она показывает начало.

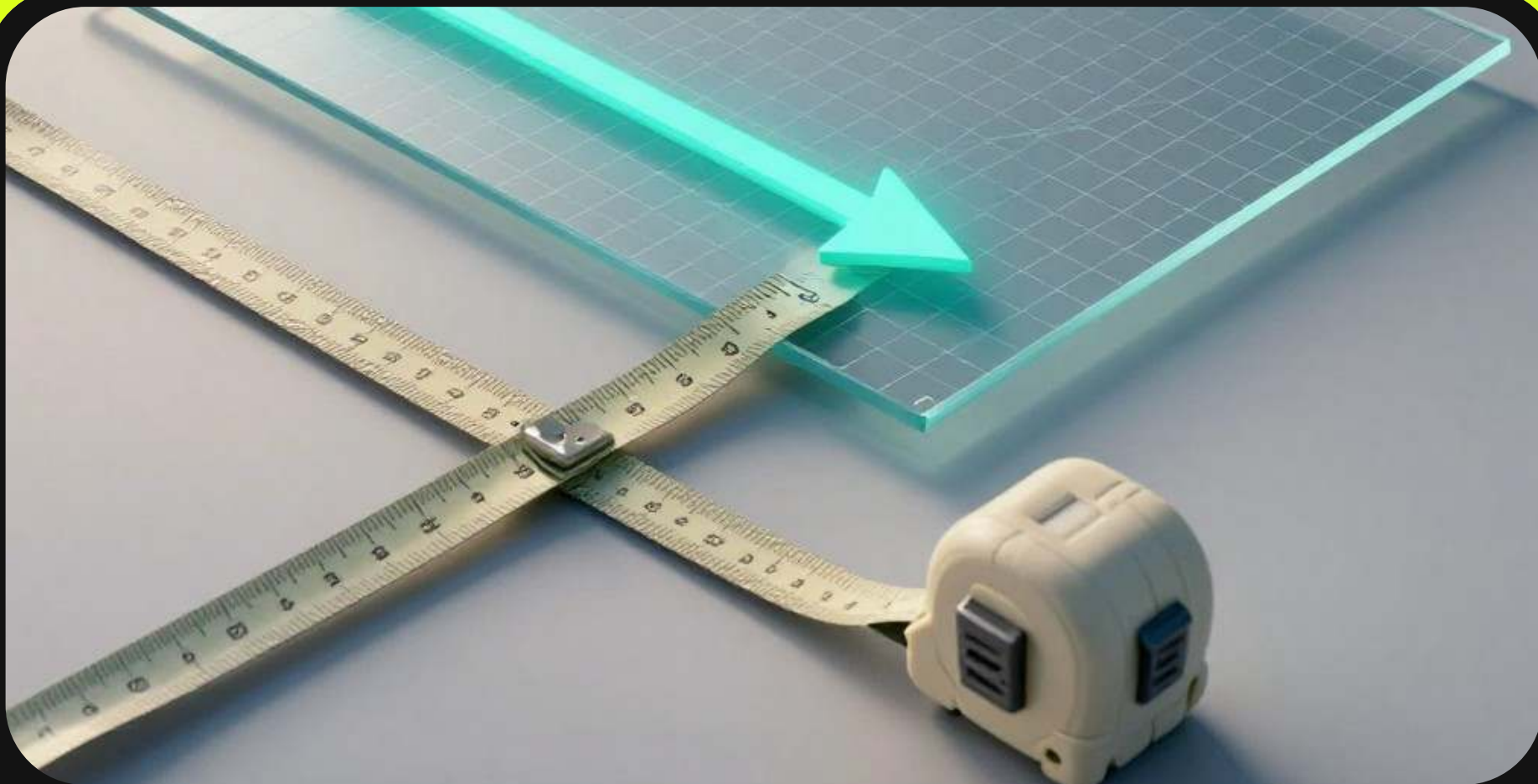
Длина вектора

Длина вектора называется его модулем. Она показывает, насколько велико перемещение, и всегда является неотрицательным числом, даже если сам вектор направлен влево или вниз.

Равные векторы

Векторы считаются равными, если у них одинаковые длина и направление. При этом они могут находиться в разных местах плоскости, потому что важны только эти два свойства.

Модуль и направление вектора



Как измеряют длину

Представьте стрелку на координатной сетке: чем она длиннее, тем больше её модуль. Длина вектора не зависит от того, где он расположен, поэтому один и тот же вектор можно мысленно переносить по плоскости, не меняя его сути.

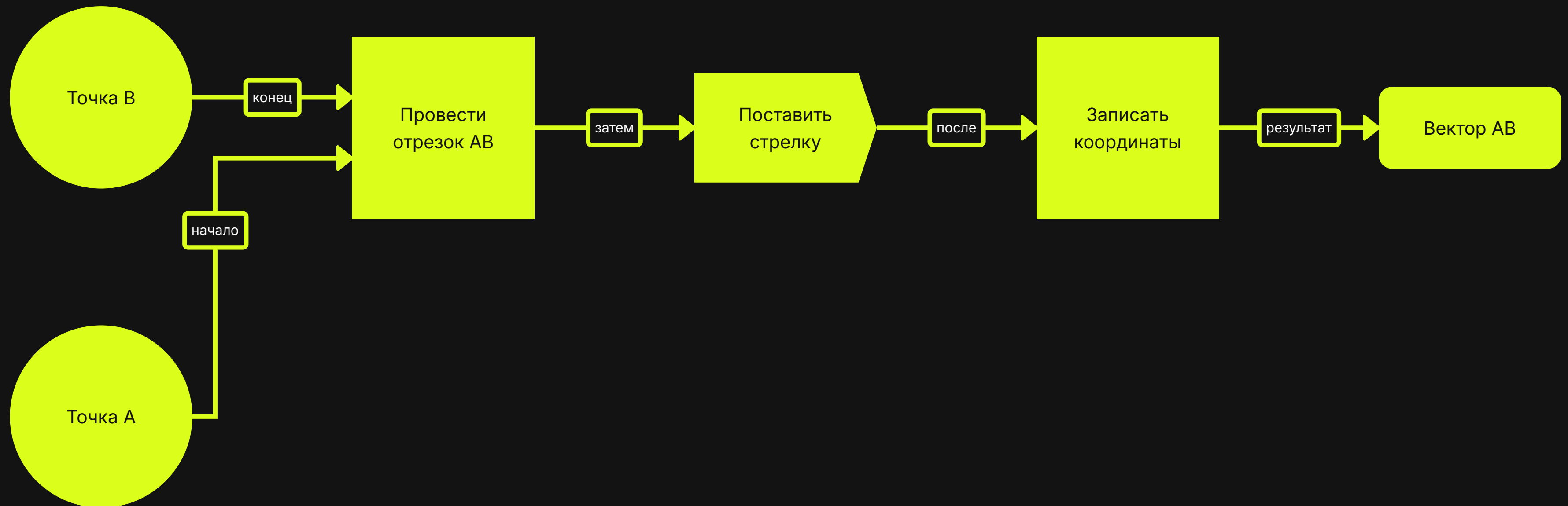


Куда показывает стрелка

Направление вектора задаёт сторона, в которую указывает стрелка. Если перевернуть стрелку, получится уже другой вектор, даже если длина останется той же. Именно поэтому направление так важно в задачах о движении и силе.

Как построить вектор по двум точкам

Последовательность действий при построении вектора AB по координатам точек A и B .



●

По двум числам сразу видно, куда и насколько сместился отрезок: по горизонтали и по вертикали.

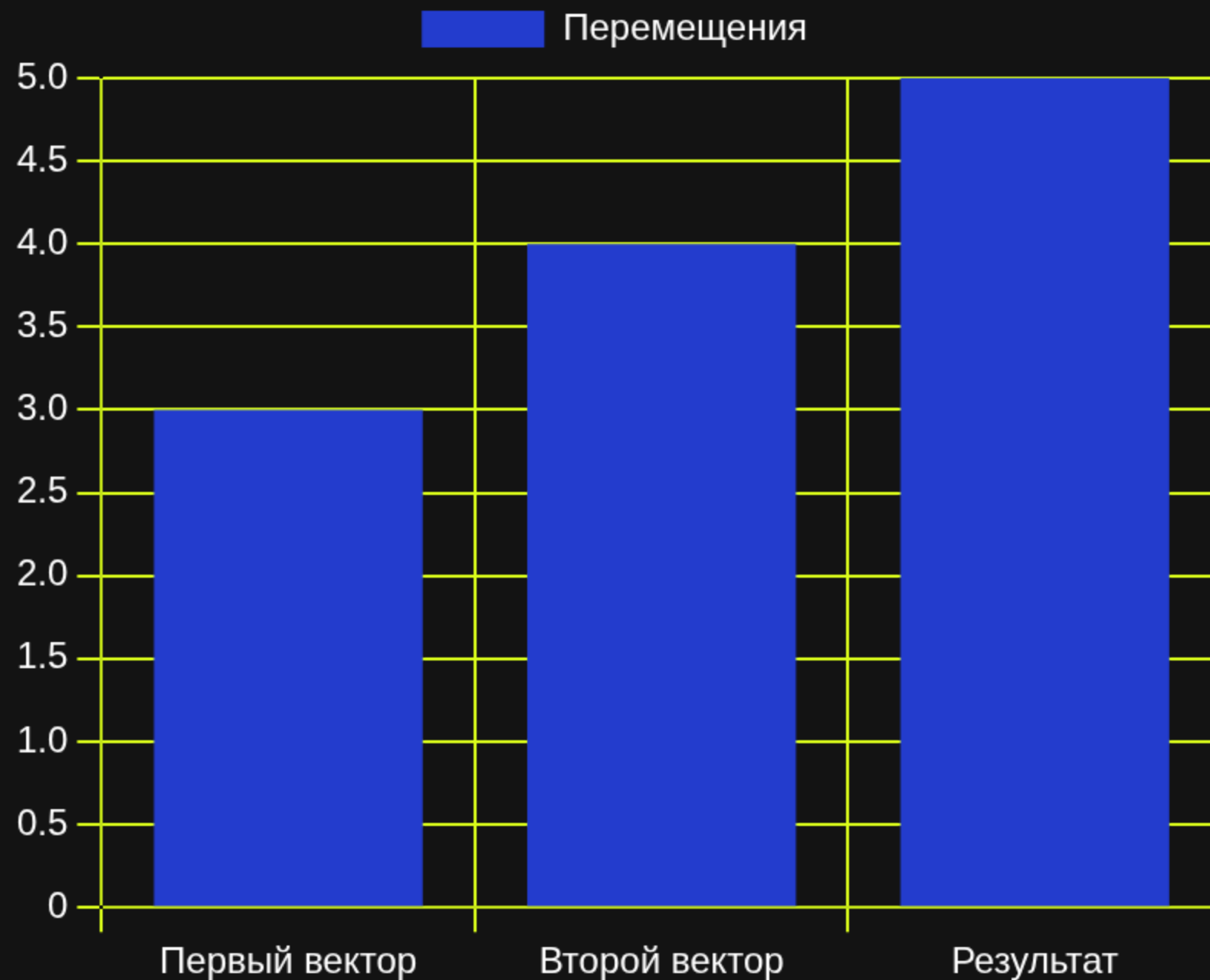
●

2

числа полностью задают вектор на плоскости

Школьная геометрия

Сложение векторов по правилу треугольника



Сложение удобно рассматривать как последовательный путь: сначала один шаг, затем второй без разрыва между ними.

Результирующий вектор показывает итоговое перемещение и зависит от направления обоих исходных векторов.

Учебный пример по правилу треугольника, основанный на теореме Пифагора

Выключение векторов и противоположный вектор

Противоположный вектор

У противоположных векторов одинаковая длина, но стрелки направлены в разные стороны. Такой вектор помогает «отменить» движение и сравнить два перемещения на плоскости.

Разность через сложение

Запись $a - b$ означает, что к вектору a прибавляют вектор, противоположный b . Это упрощает вычисления и позволяет работать с разностью как с обычным сложением.

Смысл разности

Разность показывает, насколько одно перемещение отличается от другого. Если два движения направлены по-разному, разность помогает увидеть не только величину, но и итоговое направление изменения.

Где полезно

Такой приём используют в задачах на координатной сетке, при сравнении маршрутов и при построении новых векторов по уже известным данным.



Точка и вектор: в чём разница

Объект	Запись	Что означает
Точка	$(x; y)$	Где находится
Вектор	$(a; b)$	Куда и на сколько

Сравнение помогает не путать положение объекта и его перемещение.

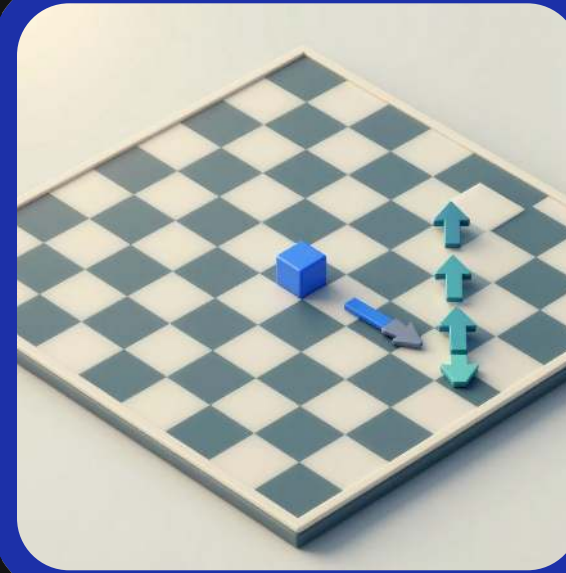
Точка отвечает за положение, а вектор — за изменение положения. Порядок координат важен в обоих случаях.

Примеры, где векторы помогают описывать движение



Маршрут самолёта над картой

На карте путь самолёта удобно показывать стрелкой: она указывает направление полёта и примерную длину участка маршрута. Если полёт разбить на несколько этапов, векторы покажут каждое перемещение отдельно и весь путь целиком.



Персонаж на клетчатом поле

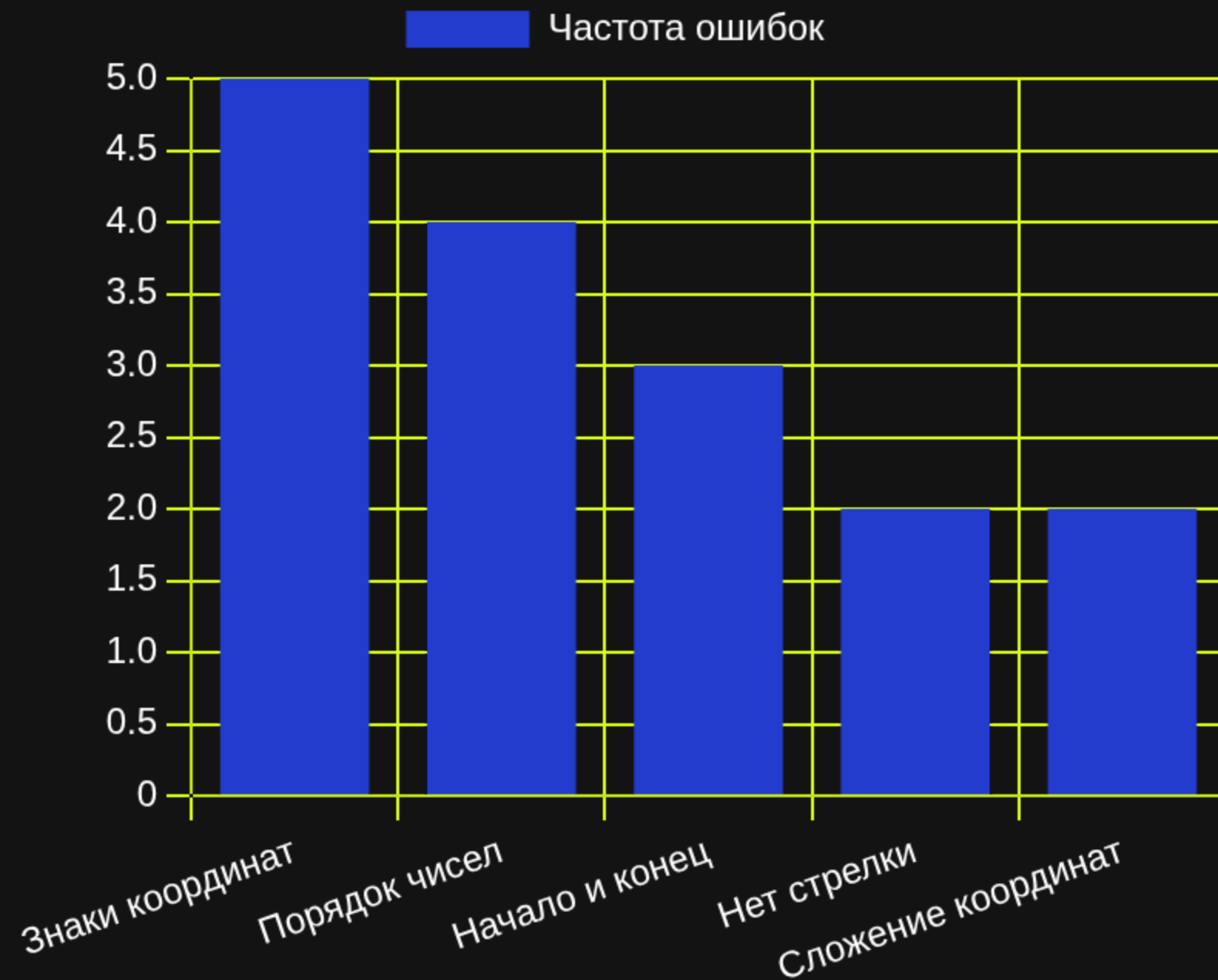
В игре герой может сделать два шага вправо и три вверх, а затем ещё одно движение. На координатной сетке такие шаги легко записать в виде векторов, чтобы не потерять порядок перемещений.



Сила и течение

Вектором можно показать не только движение, но и действие силы или течение реки. Стрелка помогает увидеть, в какую сторону направлено воздействие, а длина — насколько оно сильное или заметное.

Типичные ошибки при работе с координатами и векторами



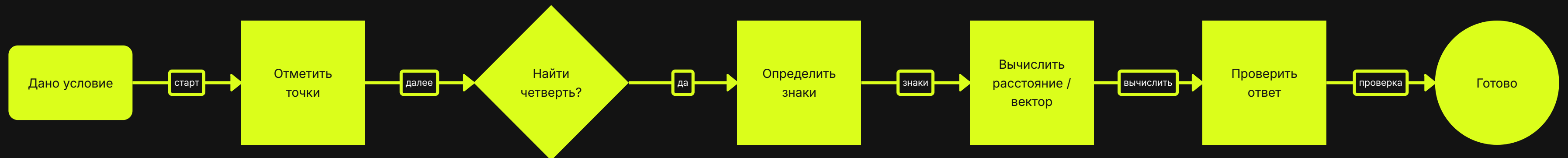
Чаще всего ошибки возникают там, где нужно внимательно следить за знаками и порядком записи координат.

Если проверять четверть, направление стрелки и формулу, большинство ошибок можно заметить до ответа.

Учебная иллюстрация на основе типичных ошибок школьников

Как решать задачи на координаты и векторы

Последовательность шагов для проверки точки, расстояния и вектора на координатной плоскости



Как координаты и векторы связаны с графиками

График из точек



Каждая точка графика имеет свои координаты, поэтому зависимость между x и y можно строить постепенно, отмечая точки одну за другой на сетке.

Перемещение по графику



Вектор помогает показать, как одна точка переходит в другую. Это удобно, когда нужно сравнить изменения между соседними значениями функции.

Клетки и масштаб



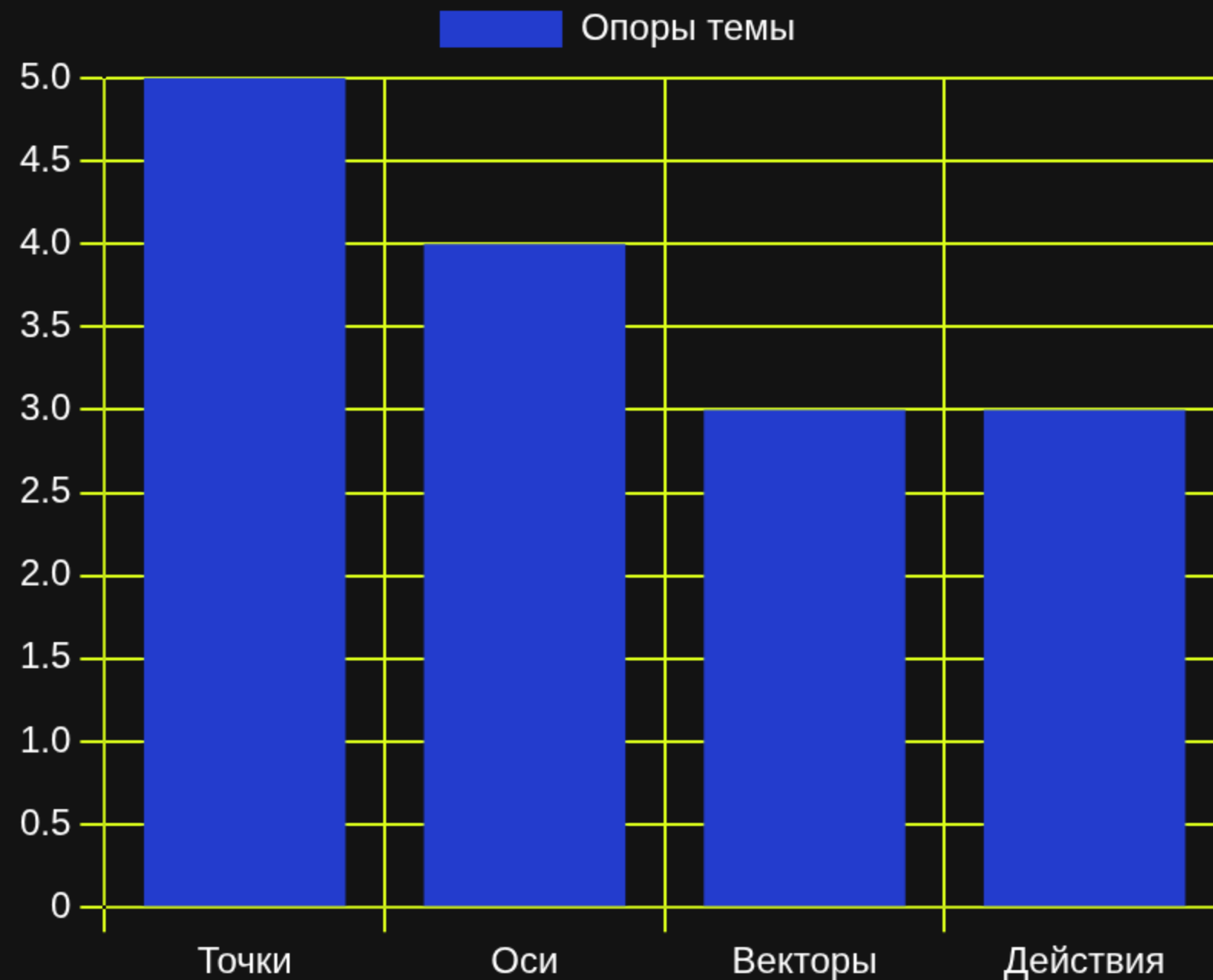
Координатная сетка задаёт порядок и масштаб, поэтому даже сложный график становится понятным: видно, где значения растут, а где уменьшаются.

Наглядность зависимостей



По графику легче увидеть общую картину, чем по отдельным числам. Координаты и векторы делают движение и изменение величин наглядными и точными.

Что важно запомнить о теме



Эти четыре опоры помогают уверенно читать чертежи, решать задачи и не путать положение точки с направлением движения.

Сильнее всего нужно освоить координаты точки и знаки четвертей, а затем — координаты вектора и операции над ним.

Учебное обобщение по теме «Координаты и векторы»

Координаты точно показывают, где находится точка, а векторы объясняют, как происходит движение. Если уверенно читать плоскость, задачи становятся понятнее и решаются быстрее.

Координаты и векторы работают вместе