

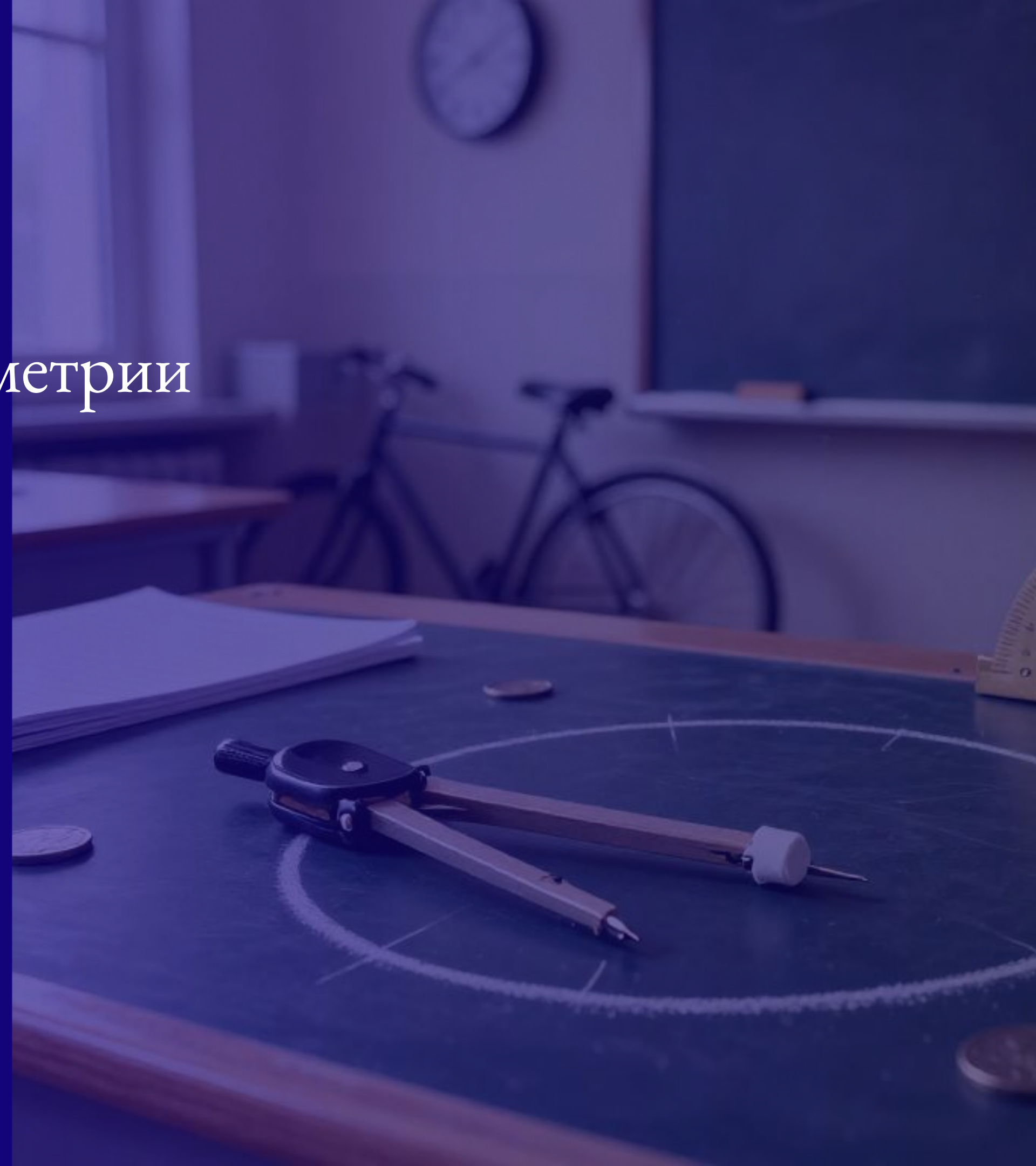
Окружность: основные понятия и свойства

Изучаем окружность: от определения до формул
и построений.



Почему окружность важна в геометрии

Окружность помогает понять базовые геометрические связи, научиться строить фигуры и применять формулы. Эти знания пригодятся в задачах, а также при изучении предметов круглой формы вокруг нас.



Определение окружности и круга

1.

Окружность

Окружность — это линия, все точки которой находятся на одинаковом расстоянии от одной точки. Эта точка называется центром, а расстояние до неё — радиусом.

2.

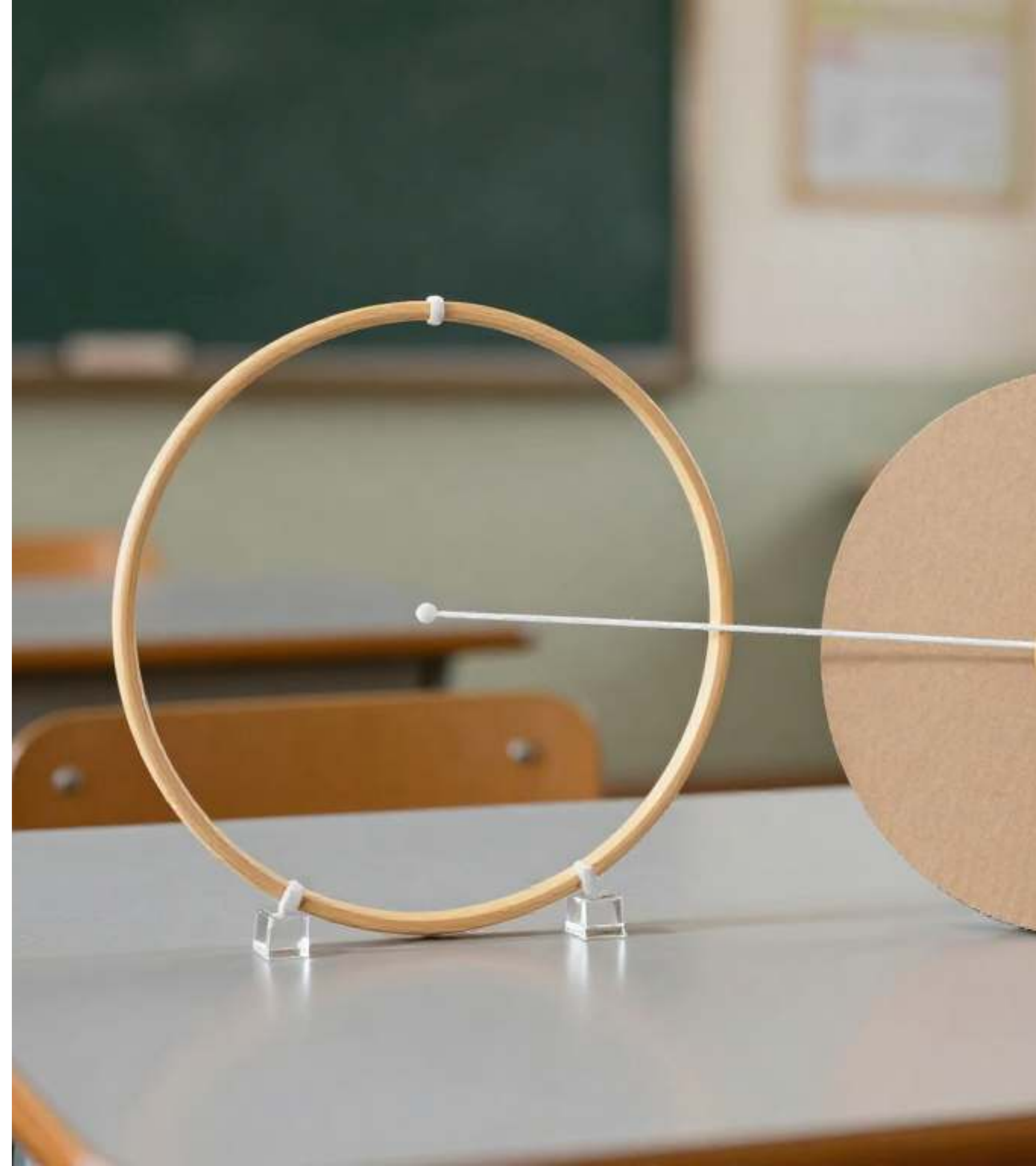
Круг

Круг — это часть плоскости, ограниченная окружностью, вместе с самой границей. Если точка лежит внутри, она относится к кругу, даже если не находится на линии окружности.

3.

Главное различие

Окружность показывает только контур фигуры, а круг включает и внутреннюю область. Поэтому при описании и построении важно точно понимать, о какой фигуре идёт речь.



Центр, радиус и диаметр

Центр О

Центр обозначают буквой О. От него отсчитывают все расстояния до точек окружности, поэтому именно центр определяет положение фигуры на плоскости.

Радиус

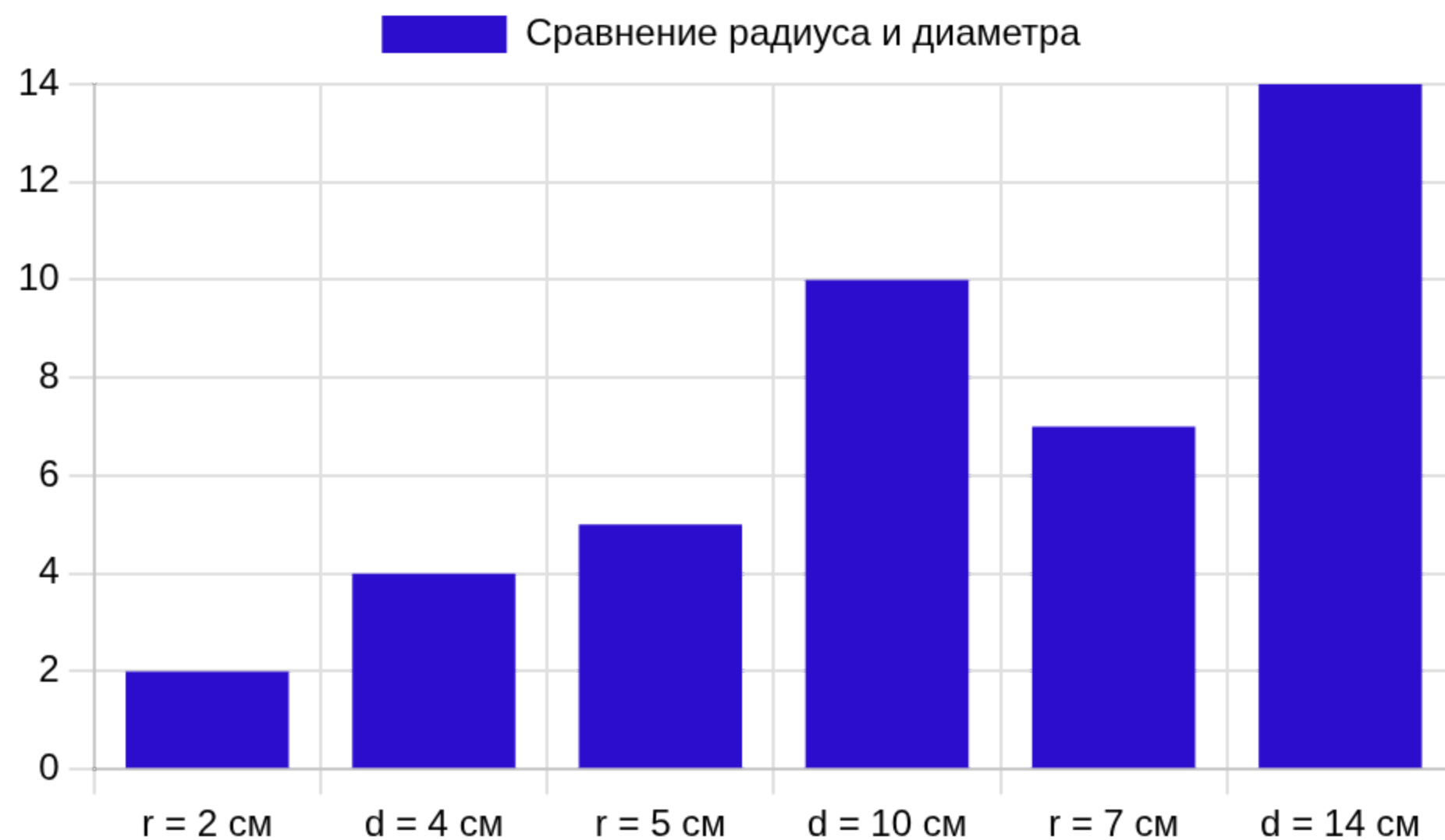
Радиус — это отрезок от центра до любой точки окружности. У одной окружности все радиусы одинаковы, потому что расстояние до центра везде одно и то же.

Диаметр

Диаметр — это хорда, проходящая через центр. Его длина всегда в два раза больше радиуса, поэтому он помогает быстро связывать основные измерения окружности.



Связь радиуса и диаметра



Сравнение показывает, что диаметр всегда связан с радиусом одной и той же зависимостью.

Во всех примерах диаметр в два раза больше радиуса, поэтому выполняется формула $d = 2r$.

Учебный материал по геометрии; вычисленные примеры для иллюстрации зависимости $d = 2r$.

Основные элементы окружности

Элемент	Определение	Связь с другими
Центр	Точка середины	Определяет окружность
Радиус	От центра до линии	Все радиусы равны
Диаметр	Через центр, $2r$	Самая длинная хорда

Таблица показывает, как называются главные элементы окружности и чем они связаны между собой.

Центр задаёт положение окружности, радиус — её размер, а диаметр напрямую выражается через радиус.

Построение окружности циркулем

Последовательность построения по школьному алгоритму.



Хорда и дуга

Хорда

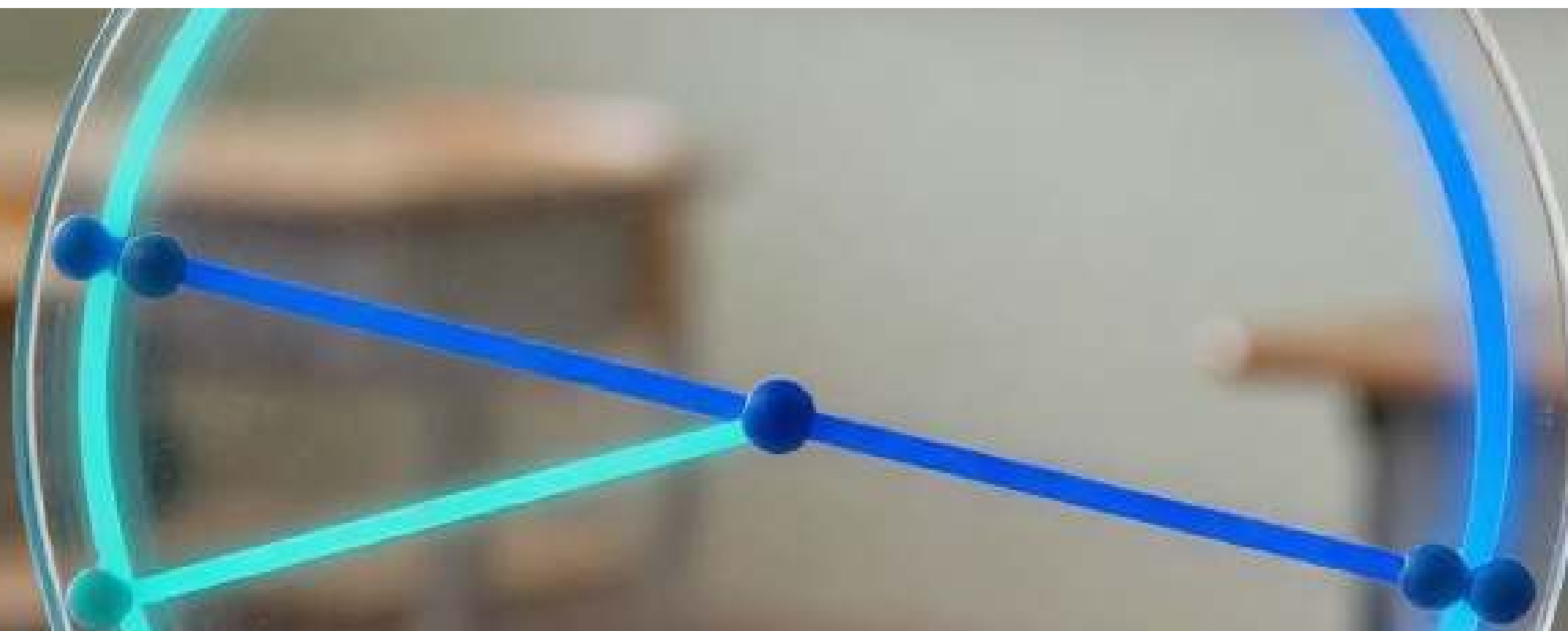
Хорда соединяет две точки окружности отрезком. Чем ближе она проходит к центру, тем длиннее становится; самая длинная хорда — это диаметр.

Дуга

Дуга — это часть окружности между двумя точками. Одна и та же пара точек образует две дуги: меньшую и большую, которые отличаются длиной.

Связь элементов

На одной окружности более длинной хорде соответствует более длинная дуга. Это помогает сравнивать части окружности и понимать, как меняется её форма на рисунке.



Касательная к окружности

1. Одна общая точка

Касательная — это прямая, которая касается окружности только в одной точке. Она не пересекает фигуру и не проходит через её внутреннюю область.

2. Перпендикулярность

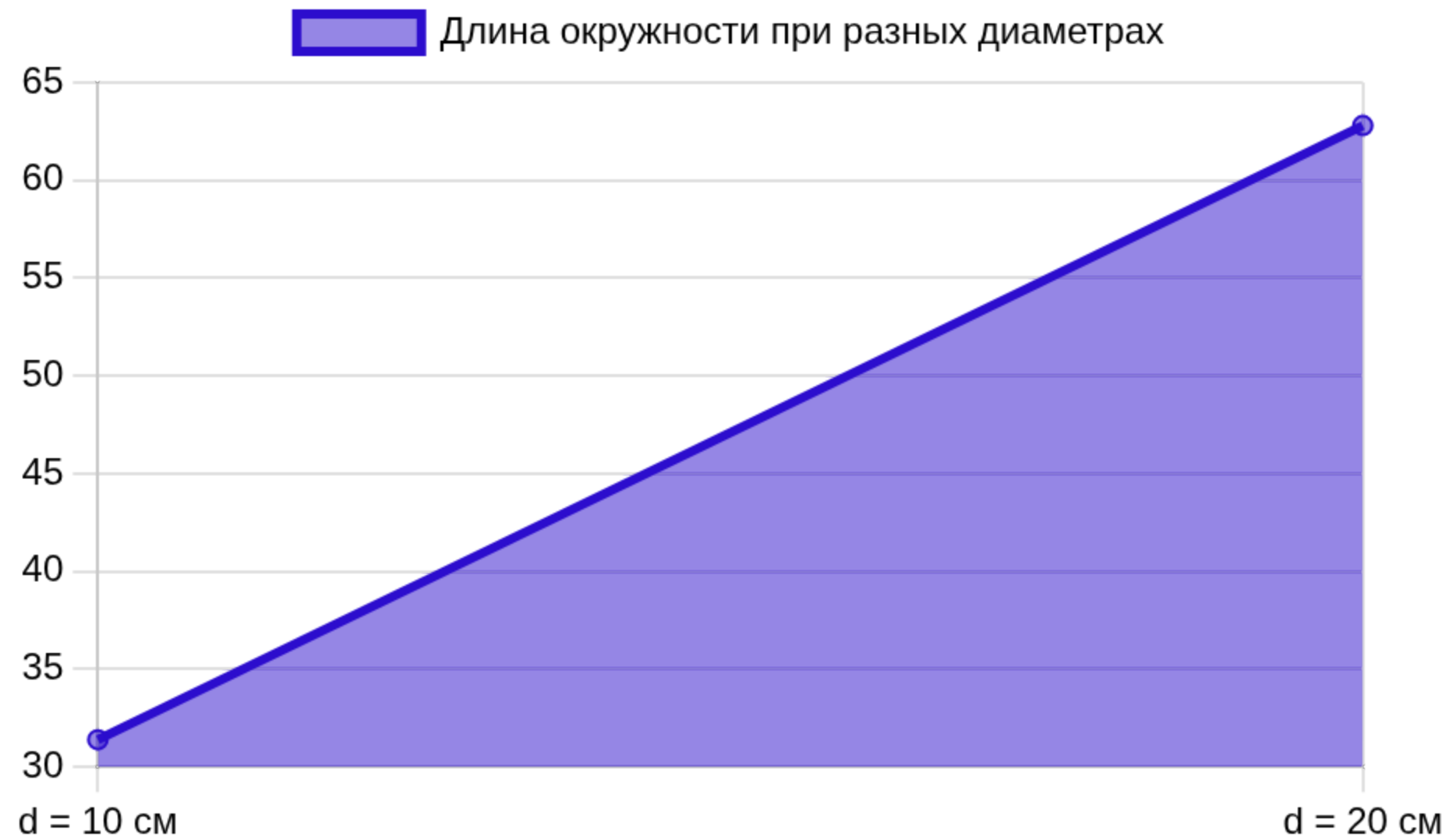
В точке касания касательная образует прямой угол с радиусом, проведённым в эту точку. Это свойство часто используют при построениях и проверке правильности чертежа.

3. Практический смысл

В реальных объектах касательная помогает описывать линии, которые лишь соприкасаются с круглой формой. Такой случай можно увидеть у линии, касающейся колеса или монеты.



Длина окружности и число π



Для расчётов в школе обычно берут $\pi \approx 3,14$ и записывают ответ с нужными единицами измерения.

Чем больше диаметр, тем больше длина окружности; зависимость прямо пропорциональна и описывается формулой $C = \pi d$.

Школьная формула $C = \pi d$, при $\pi \approx 3,14$; примеры рассчитаны для иллюстрации зависимости.

Почему на рисунке иногда видно только контур, а иногда — целую фигуру

Только линия

Если на чертеже показан лишь тонкий замкнутый контур, это окружность. Она задаёт границу фигуры и не включает внутреннюю область. Такой рисунок часто используют, когда важно выделить именно форму края, например при построении схем или измерении радиуса.

Контур и внутренняя область

Когда внутри контура есть закрашенная часть, перед нами круг. Его можно представить как «площадку» внутри окружности вместе с самой границей. У обеих фигур один центр и один радиус, поэтому они легко сравниваются на одном изображении.



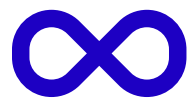
Основные формулы для окружности и круга

Таблица показывает, как связаны радиус, диаметр, длина окружности и площадь круга, а также даёт простые примеры вычислений.

Длина окружности зависит линейно от радиуса или диаметра, а площадь растёт быстрее, потому что радиус в формуле возводится в квадрат.

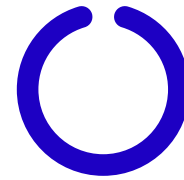
Величина	Формула	Пример
Длина	$C=2\pi r$	$r=3 \rightarrow 18,84$
Длина	$C=\pi d$	$d=8 \rightarrow 25,12$
Площадь	$S=\pi r^2$	$r=4 \rightarrow 50,24$

Что важно помнить о числе π



Бесконечное число

π — это не обычная десятичная дробь с концом. Его запись продолжается бесконечно, поэтому в вычислениях используют приближённые значения, чаще всего 3,14.



Общее для всех окружностей

Отношение длины окружности к её диаметру одинаково для любой окружности. Именно поэтому число π постоянно появляется в формулах для длины и площади.

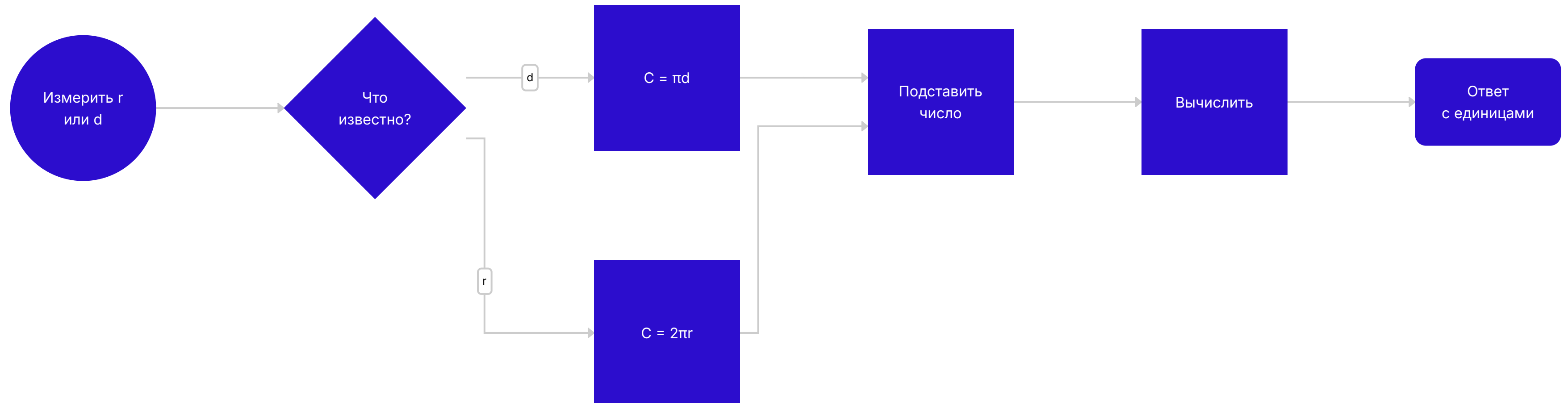


Удобно для расчётов

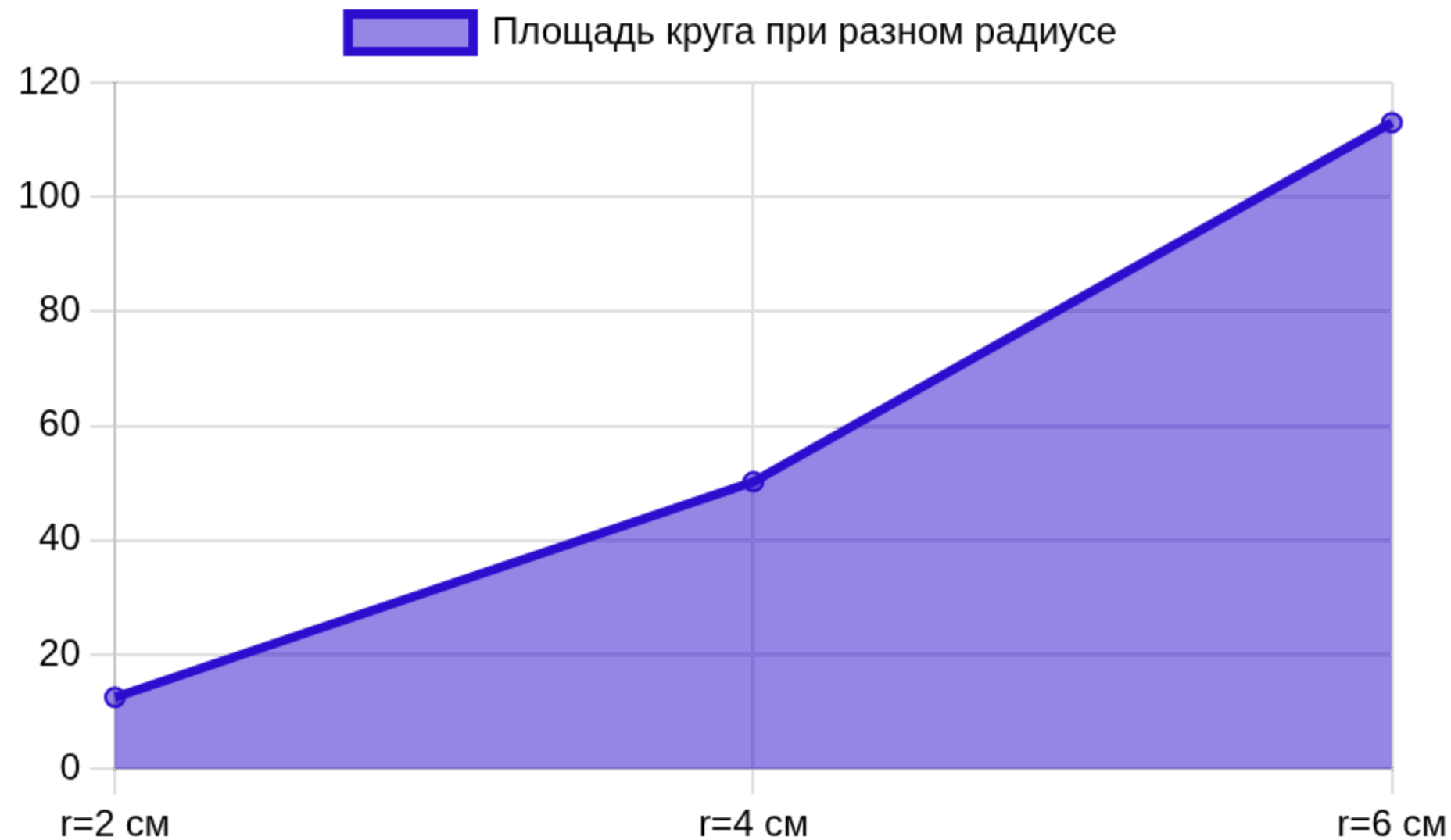
В школе иногда используют и дробь $22/7$, когда нужна быстрая оценка. Она помогает получать достаточно точные результаты для задач на окружность и круг.

Порядок вычисления длины окружности

Схема показывает, как перейти от измерения к ответу по формуле.



Как растёт площадь круга при увеличении радиуса



Даже небольшое увеличение радиуса заметно меняет размер круга, поэтому при измерениях важно быть точным до сантиметра.

Площадь растёт быстрее радиуса: если радиус удваивается, площадь увеличивается в четыре раза. Это следует из формулы $S = \pi r^2$.

Вычисления по формуле $S = \pi r^2$ при $\pi \approx 3,14$

Где окружность встречается каждый день



Часы

Круглая форма циферблата помогает удобно размещать деления и стрелки. Окружность делает считывание времени понятным и визуально аккуратным.



Монеты

Монеты часто делают круглыми, чтобы они легко катились и удобно помещались в руке. У их формы есть чёткая граница — окружность.



Тарелки и крышки

Круглая посуда и крышки хорошо закрывают поверхность и удобно ставятся на стол. Их форма связана с одинаковым расстоянием от центра до края.



Мишени

В мишенях окружности помогают делить поле на зоны. Круговые линии показывают расстояние от центра и делают цель наглядной для броска или выстрела.



Велосипедные колёса

У колеса окружность важна для движения: она задаёт путь, который проходит точка на ободе. Поэтому размеры колеса удобно описывать через радиус и диаметр.

Типичные ошибки при изучении окружности

Путают радиус и диаметр

Часто учащиеся берут диаметр за радиус или наоборот. Нужно помнить: радиус идёт от центра до окружности, а диаметр проходит через центр и равен двум радиусам.

Называют хорду диаметром

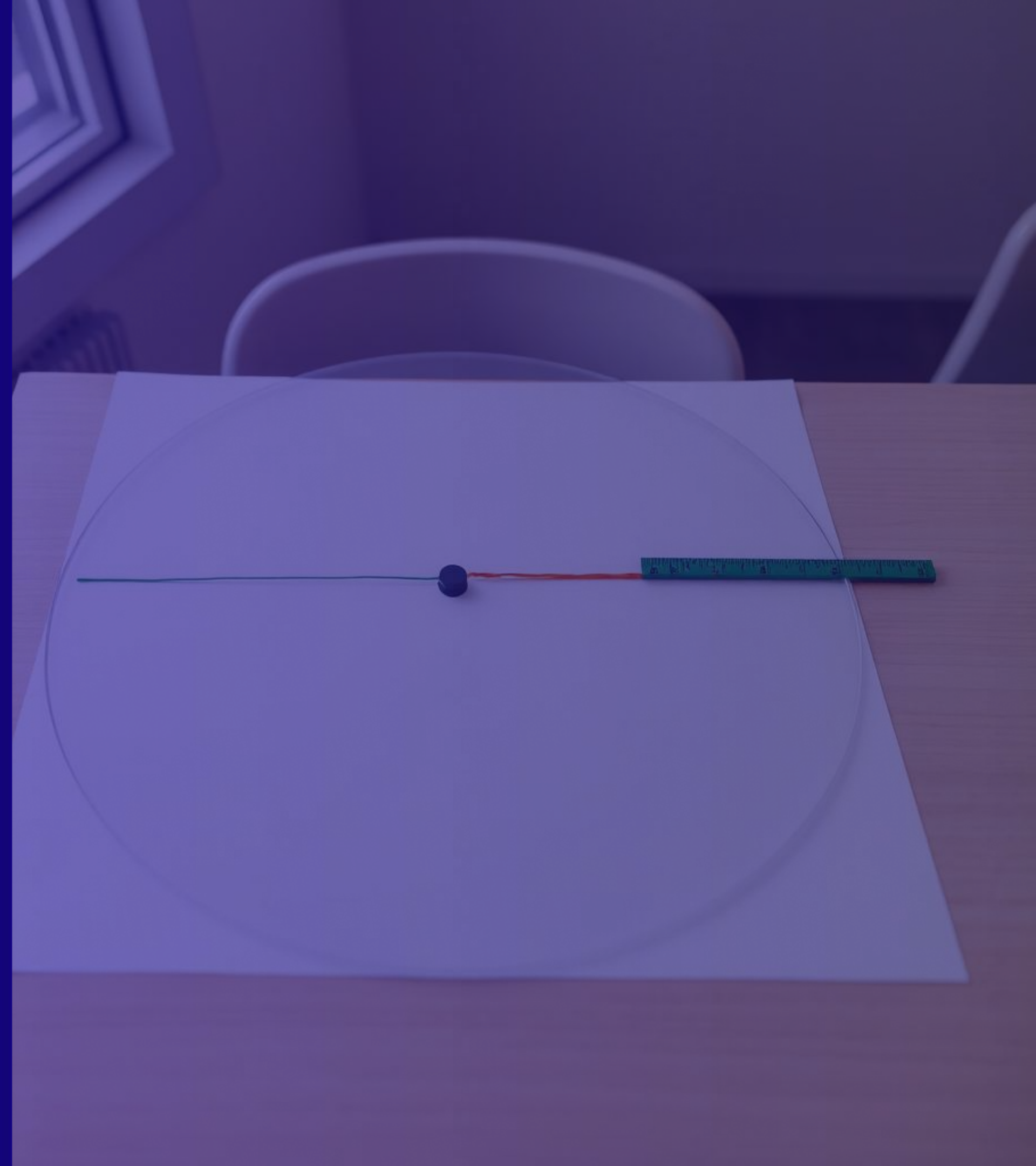
Не любая хорда является диаметром. Диаметр — это особая хорда, которая обязательно проходит через центр, а остальные хорды могут быть короче и располагаться по-разному.

Ошибаются в формулах

Иногда при вычислениях забывают, что π — это число, а 3,14 лишь его приближённое значение. Также важно не пропускать квадрат в формуле площади и писать единицы измерения.

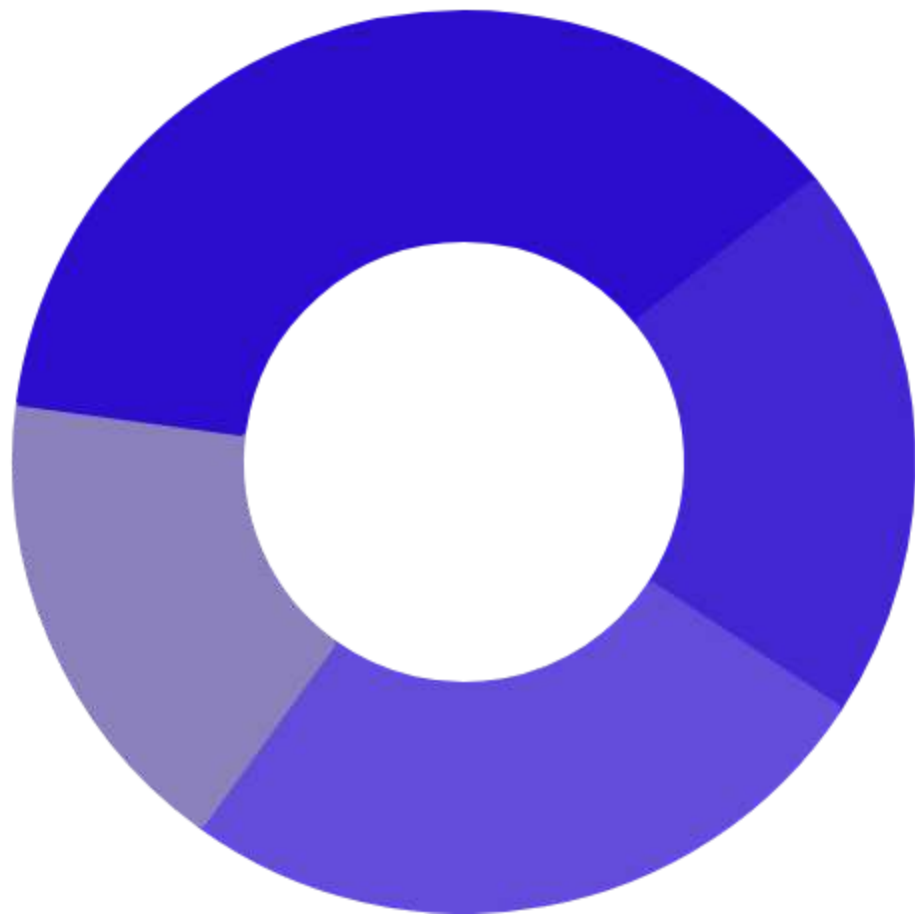
Неверно отмечают элементы

Если на чертеже неправильно обозначить центр, радиус или точку касания, построение становится неточным. Из-за этого легко получить ошибочный ответ даже при верной формуле.



Свойства элементов окружности

Центр Радиус Диаметр Хорда
Касательная



Эти элементы часто рассматривают вместе, потому что каждый из них помогает описать форму, размер или положение окружности на чертеже.

Наиболее «сильную» связь с размером фигуры задают радиус и диаметр, а касательная выделяется тем, что касается окружности только в одной точке.

Сравнение свойств по определениям из школьного курса геометрии

Как окружность помогает посчитать колесо велосипеда

Измеряем колесо

У велосипеда радиус колеса равен 35 см. Сначала на рисунке можно отметить центр, провести радиус и увидеть, что диаметр составляет 70 см. Это помогает сразу связать чертёж с реальным предметом.

Находим длину пути

Далее применяем формулу длины окружности: $C = \pi d$. Подставляем 70 см и получаем примерно 219,8 см. Так можно понять, какой путь проходит точка на ободу за один полный оборот колеса.



Что нужно запомнить про окружность

Окружность задаётся центром и радиусом, а диаметр всегда равен двум радиусам. Длина и площадь вычисляются через π , поэтому эти знания полезны в геометрии и в жизни.