

Разложение многочленов на множители: вынесение общего множителя за скобки

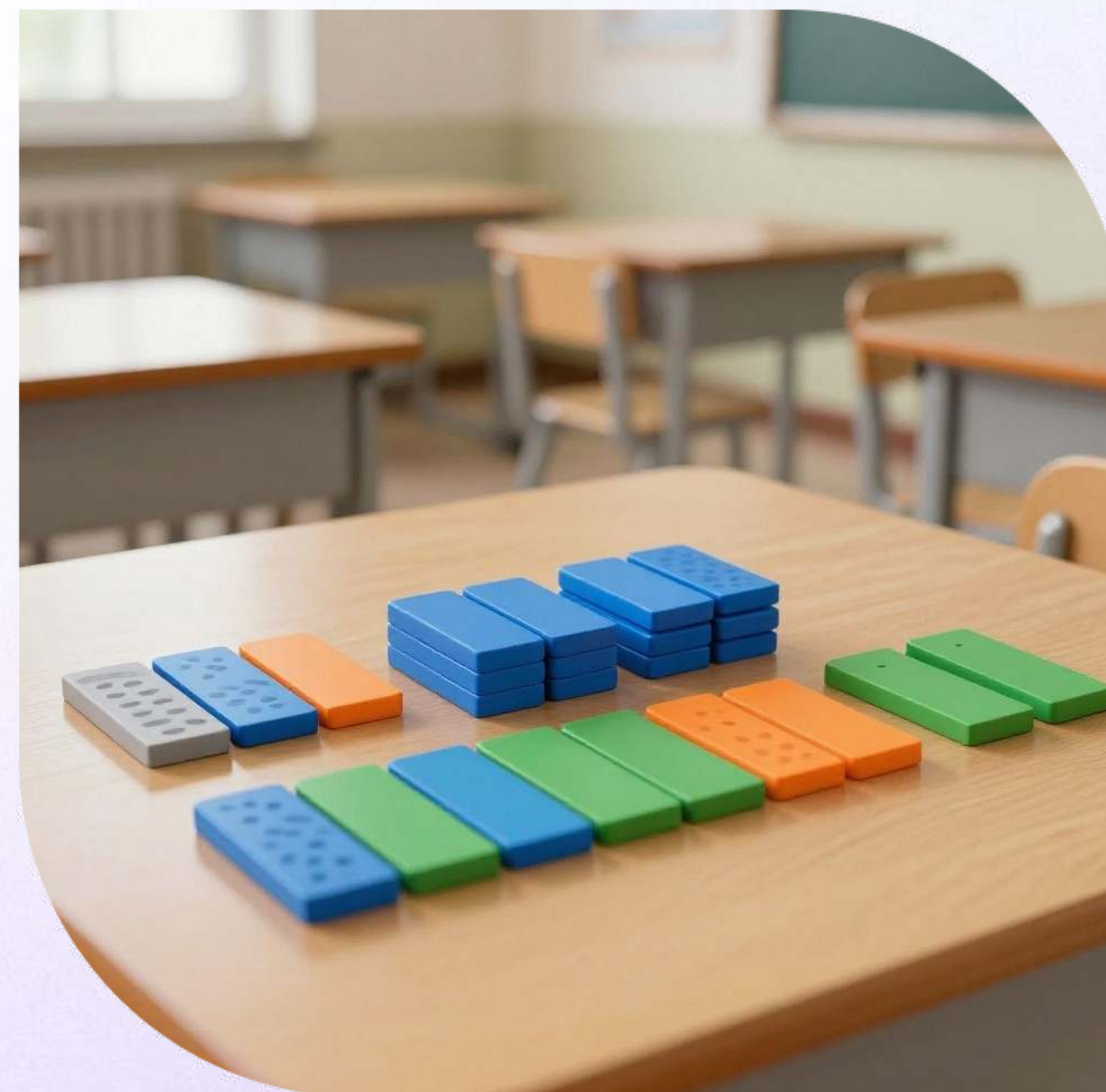
Научимся превращать сумму в произведение
через общий множитель.





Зачем это нужно в алгебре

Этот приём упрощает выражения, помогает считать быстрее и готовит к решению уравнений. Он показывает, как одну запись можно преобразовать в другую, не меняя её значения, и часто используется для проверки ответов и преобразований в школьной алгебре.



Что называется общим множителем

- **Общая часть**

Общий множитель — это число, буква или выражение, которое входит в каждое слагаемое многочлена. Именно его можно вынести за скобки, чтобы запись стала короче и удобнее для дальнейших преобразований.

- **Числовой пример**

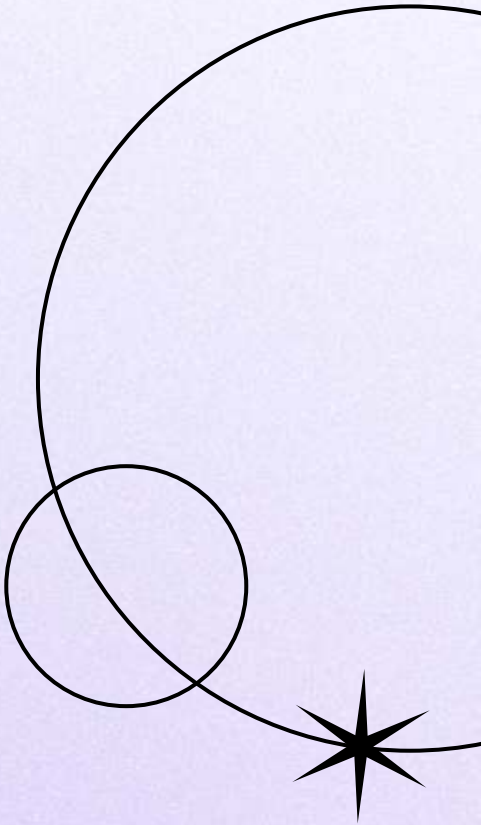
В выражении $6x+9$ общим множителем является 3, потому что оба числа делятся на 3. После вынесения получаем $3(2x+3)$, и исходная сумма записывается как произведение.

- **Буквенный пример**

В выражении $5x^2+10x$ общий множитель — $5x$. Здесь совпадают и числовая часть, и буква x , поэтому можно вынести обе части сразу и упростить выражение.

- **Зачем это делать**

После выделения общего множителя выражение становится более компактным, а его структура — заметнее. Это помогает легче выполнять следующие преобразования и не терять смысл исходного многочлена.



Как находить общий множитель по шагам

1

Найдите НОД коэффициентов

Сначала определяют наибольший общий делитель чисел при буквах. Он показывает, какое число можно вынести из всех слагаемых сразу, не нарушая равенства выражения.

2

Сравните буквенные части

Затем проверяют, есть ли одинаковые буквы во всех слагаемых. Если общая буква найдена, её тоже можно вынести за скобки вместе с числом.

3

Возьмите меньшую степень

Если одинаковая буква встречается в разных степенях, выбирают меньшую степень. Так сохраняется общий множитель, который подходит для каждого слагаемого без исключения.

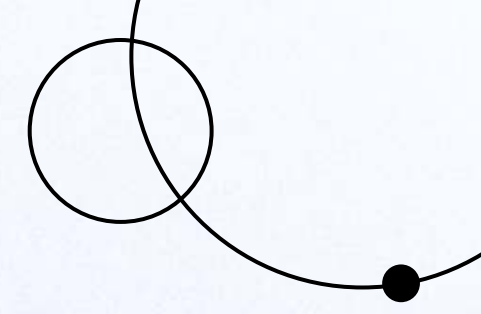
4

Запишите результат

Для выражения $12x^3 + 18x^2$ общий множитель равен $6x^2$. После вынесения за скобки получается $6x^2(2x+3)$, и это легко проверить раскрытием скобок.



Примеры вынесения общего множителя



В таблице показано, как находить общий множитель в разных видах многочленов и как выглядит результат после разложения.

Многочлен	Общий множитель	Разложение
$8x+12$	4	$4(2x+3)$
$15a+20a^2$	$5a$	$5a(3+4a)$
$7m^2-14m$	$7m$	$7m(m-2)$

Общий множитель может быть только числом или числом вместе с буквой. Если часть одинакова во всех слагаемых, её удобно вынести за скобки.



Примеры, составленные по правилам вынесения общего множителя

Как меняется запись после разложения

Сравнение помогает увидеть, что после вынесения общего множителя структура выражения становится заметнее, даже если число символов меняется незначительно.

Разложение делает запись более наглядной и часто короче. Это упрощает дальнейшие вычисления и помогает быстрее замечать общую часть выражения.

Алгоритм вынесения общего множителя

1

Определите число

Сначала найдите общий числовой делитель всех коэффициентов. Это основа разложения: без общей числовой части вынести множитель за скобки не получится.

2

Проверьте буквы

Затем сравните буквенные части во всех слагаемых. Если одинаковая буква встречается в каждом члене, она тоже входит в общий множитель.

3

Выберите степень

Когда одна и та же буква записана в разных степенях, берут меньшую степень. Так общий множитель подходит для всех слагаемых сразу.

4

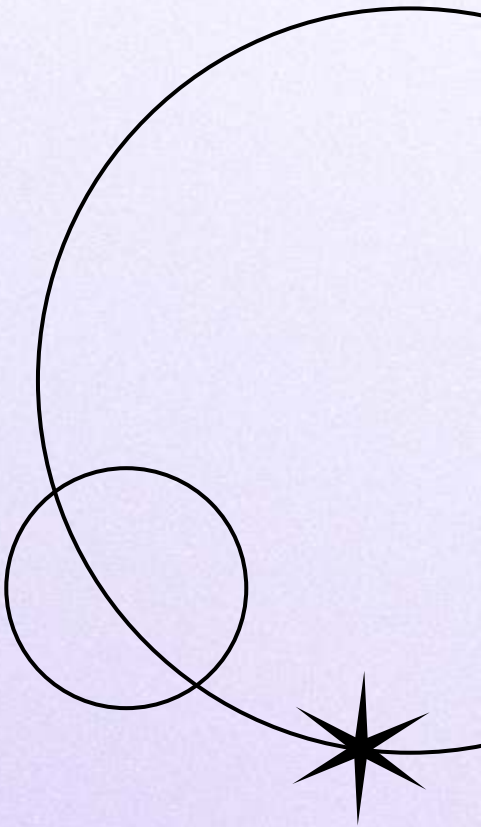
Вынесите за скобки

После определения общей части перепишите многочлен как произведение. Например, $12x^3 + 18x^2 = 6x^2(2x + 3)$, а $10a + 15ab = 5a(2 + 3b)$.

5

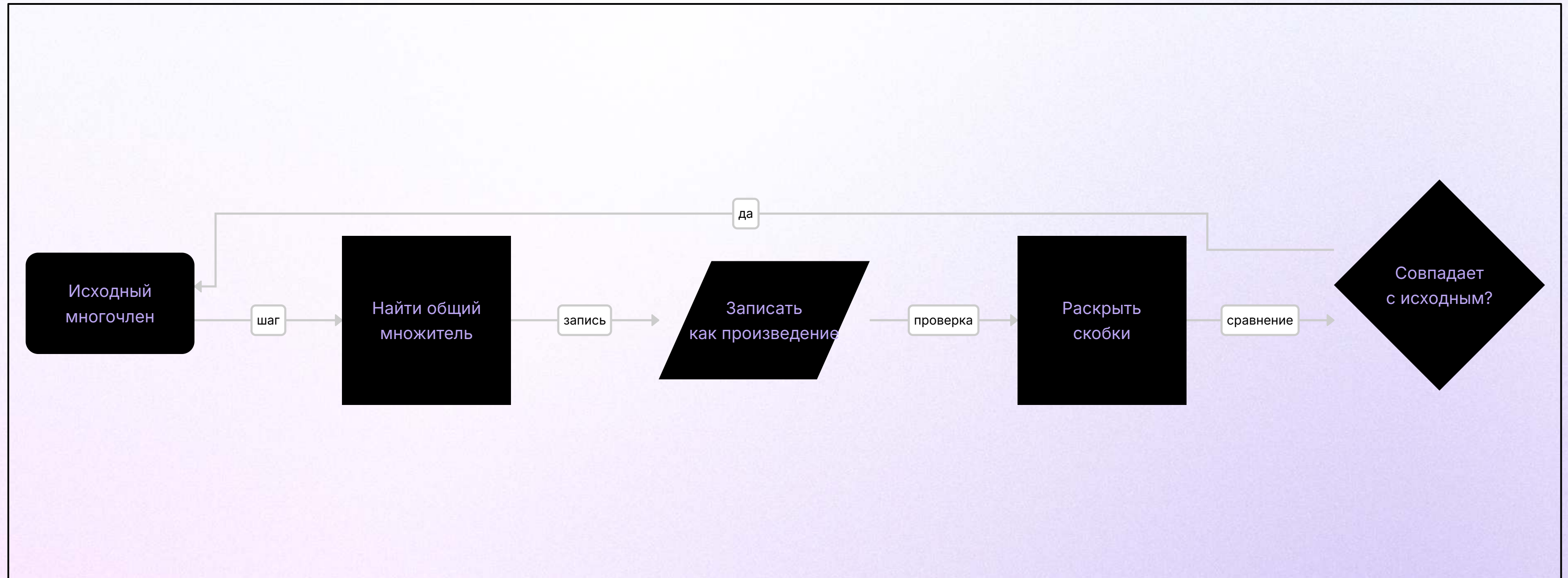
Проверьте ответ

Последний шаг — раскрыть скобки и сравнить результат с исходным выражением. Если записи совпадают, разложение выполнено правильно.



Проверка правильности разложения

Последовательность показывает, как убедиться, что разложение выполнено верно.



Разложение многочлена с отрицательными числами

Отрицательный множитель

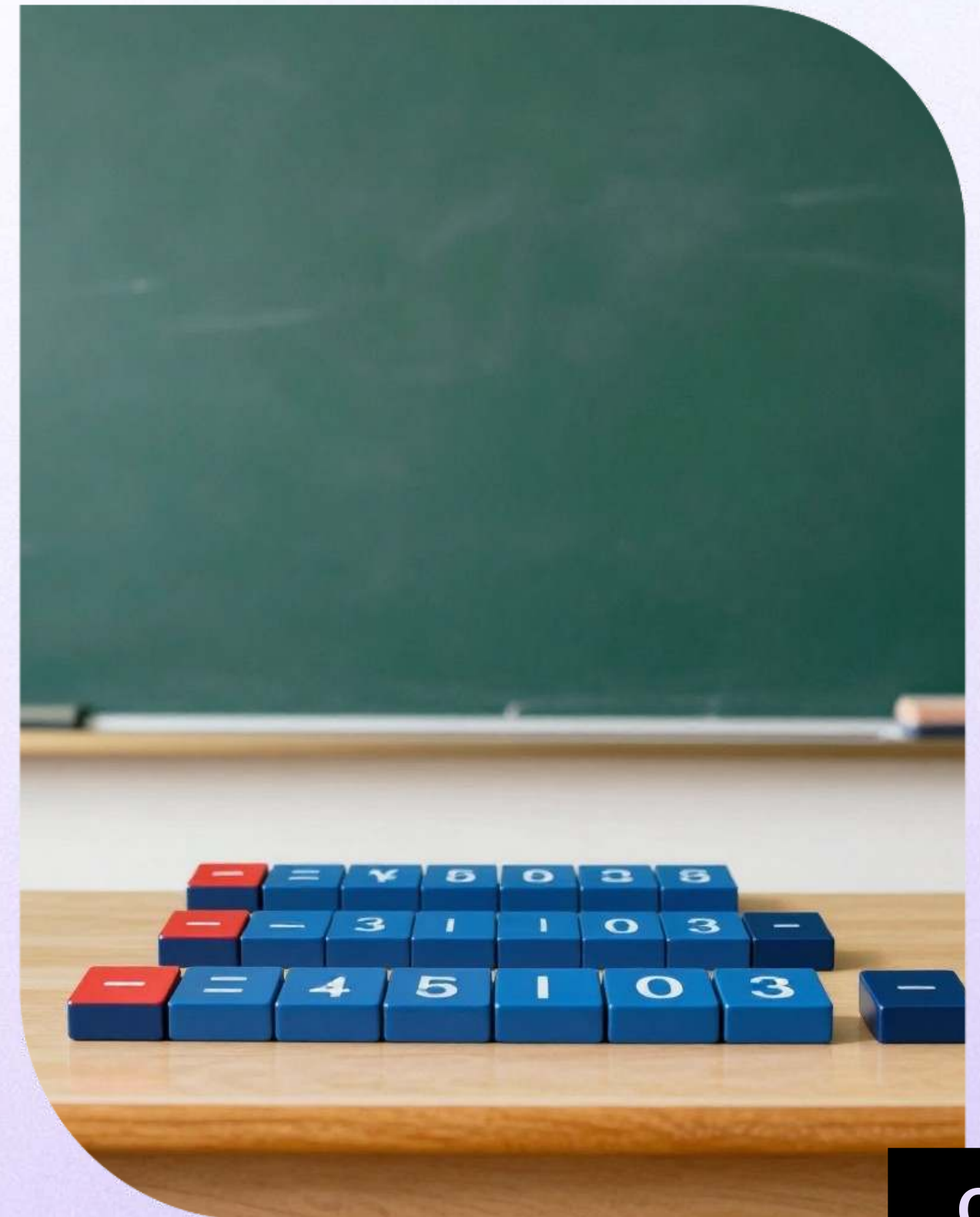
Для выражения $-6x-9$ удобно вынести -3 : получается $-3(2x+3)$. Так запись остаётся равной исходной, но становится более удобной для дальнейшей работы.

Почему меняются знаки

Когда перед скобкой стоит минус, знаки внутри меняются на противоположные. Поэтому при проверке важно внимательно раскрывать скобки и не терять знак каждого слагаемого.

Когда это особенно полезно

Если все слагаемые отрицательные, вынесение отрицательного общего множителя делает выражение понятнее. Это помогает быстрее заметить структуру многочлена и не запутаться в знаках.



Случаи с несколькими буквами в одном выражении

1

Две буквы вместе

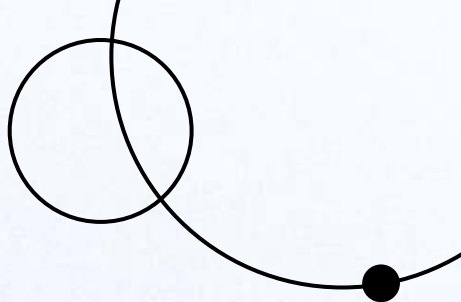
В выражении $12ab+18a$ общий множитель равен $6a$. Число 6 делит оба коэффициента, а буква a есть в каждом слагаемом, поэтому разложение записывается как $6a(2b+3)$.

2

Совпадение букв

Если в каждом слагаемом есть несколько одинаковых букв, их тоже выносят за скобки. Например, в выражении $14x^2y+21xy$ общий множитель равен $7xy$, потому что x и y присутствуют в обоих слагаемых.

Типичные ошибки при вынесении общего множителя



Ошибка	Пример	Правильно
Не вынесена буква	$8x+4 \rightarrow 4(2x+4)$	$4(2x+1)$
Забыта степень	$6x^2+3x \rightarrow 3(2x^2+x)$	$3x(2x+1)$
Неверный знак	$-6x-9 \rightarrow 3(2x+3)$	$-3(2x+3)$

Таблица показывает самые частые ошибки при разложении многочлена на множители и помогает сразу сверять запись с правилом раскрытия скобок.

Чаще всего ошибки связаны с неполным выделением общего множителя или с неверным знаком; проверка раскрытием скобок помогает быстро их заметить.

Наибольший общий делитель чисел в примерах

Знание НОД позволяет быстро выделить общий числовой множитель и не тратить время на перебор всех делителей.

Во всех примерах НОД совпадает с числовой частью общего множителя, поэтому поиск НОД — первый шаг к разложению.

Как распределительное свойство связано с вынесением множителя



1

Свойство умножения

Если число умножить на сумму, оно умножится на каждое слагаемое отдельно:
 $a(b+c)=ab+ac$.

2

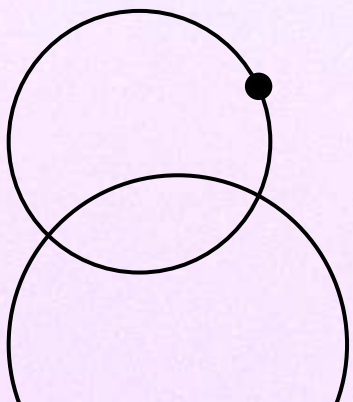
Обратное преобразование

Выражение $ab+ac$ можно переписать как $a(b+c)$, если общий множитель одинаковый у всех слагаемых.

3

Вывод

Раскрытие скобок и вынесение общего множителя — взаимно обратные действия, поэтому они тесно связаны в алгебре.



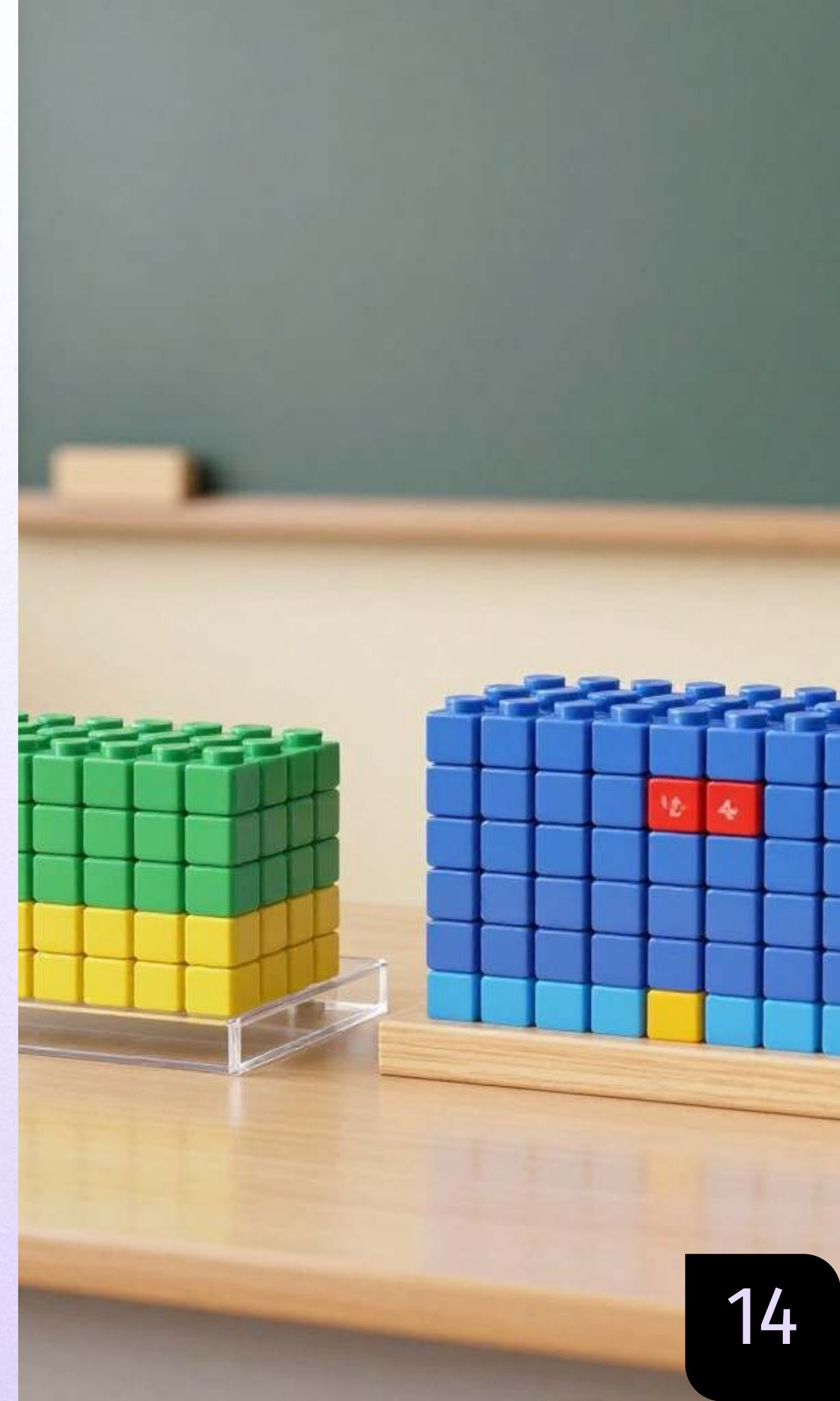
Как разложение помогает считать быстрее

- **Одна общая часть**

В выражении $19 \cdot 48 + 19 \cdot 52$ одинаковое число 19 встречается в обоих слагаемых, поэтому его удобно вынести за скобки и сократить запись.

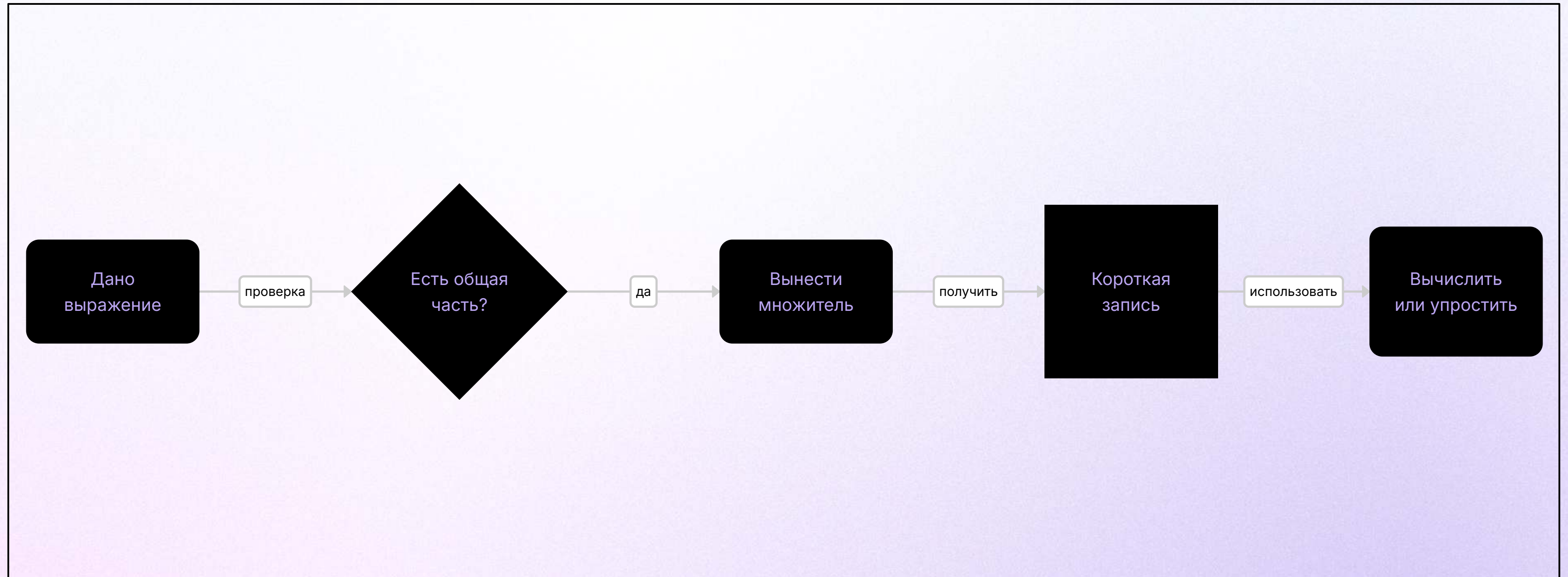
- **Меньше вычислений**

После преобразования получается $19(48+52) = 19 \cdot 100 = 1900$: вместо двух отдельных произведений остаётся одно умножение и одно сложение, что заметно ускоряет счёт.



Когда особенно полезно вынесение общего множителя.

Последовательность показывает, как из исходного выражения получить более удобную запись и использовать её для вычислений и преобразований.



Примеры разложения с тремя слагаемыми

1

Только число

В выражении $2x+4y+6$ общий числовой множитель равен 2. После вынесения получаем $2(x+2y+3)$, потому что каждое слагаемое делится на 2 без остатка.

2

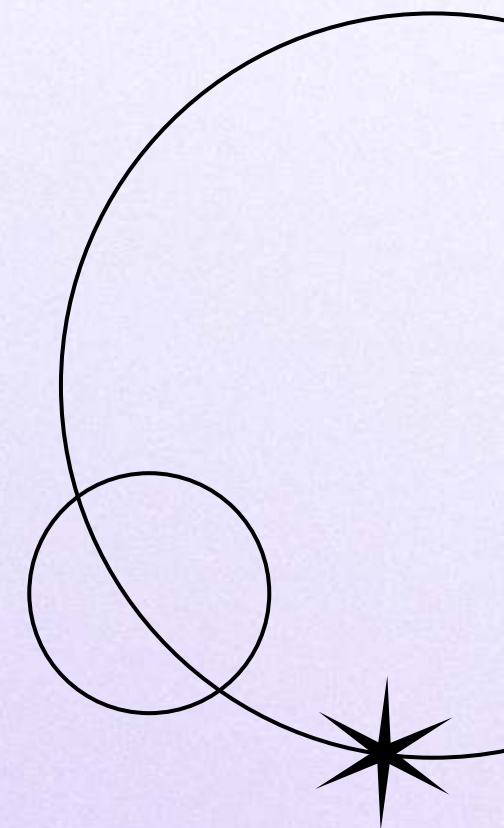
Число и буква

Для $3a+6ab+9ac$ общий множитель равен $3a$. Он входит во все три слагаемых, поэтому запись превращается в $3a(1+2b+3c)$, и выражение становится короче.

3

Проверка условия

Если хотя бы одно слагаемое не содержит выбранную общую часть, вынести её нельзя. Поэтому сначала всегда проверяют все слагаемые, а потом выполняют разложение.

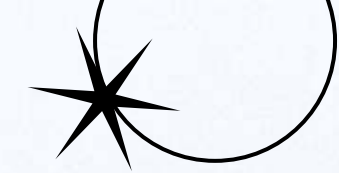


Сколько действий остаётся после разложения

Преобразование $7 \cdot 23 + 7 \cdot 27$ в $7(23 + 27)$ сохраняет результат, но делает вычисление более коротким и наглядным.

После вынесения общего множителя число умножений уменьшается, поэтому такой приём особенно полезен при устном счёте.

Проверка понимания на коротких примерах



Первый пример

В выражении $10x+15$ общий множитель равен 5, поэтому получается $5(2x+3)$. Если раскрыть скобки, снова выходит $10x+15$, значит разложение выполнено верно.

Второй пример

Для $14a^2-21a$ общий множитель равен $7a$. После вынесения получаем $7a(2a-3)$, а проверка раскрытием скобок подтверждает исходное выражение.

Главное правило

Такие короткие примеры показывают, что ответ нужно не только найти, но и проверить. Если при раскрытии скобок получается исходная запись, разложение верно.

Итоговые примеры для закрепления

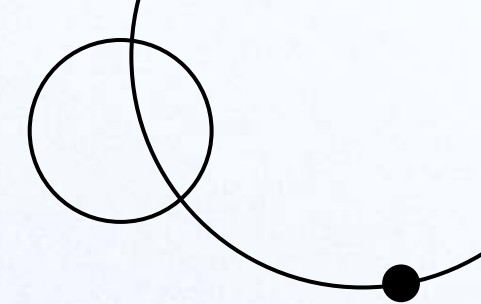


Таблица помогает повторить правило на разных типах выражений: с одним числом, с буквой и с несколькими переменными.

Выражение	Множитель	Ответ
$9x+12$	3	$3(3x+4)$
$16a-24$	8	$8(2a-3)$
$5m^2+10m$	5 m	$5m(m+2)$
$18p+27q$	9	$9(2p+3q)$

Во всех примерах общий числовой множитель найден по коэффициентам, а буквенный множитель появляется только там, где одинаковые буквы есть в каждом слагаемом.



Учебные примеры по теме «Вынесение общего множителя за скобки»

Что нужно запомнить о вынесении общего множителя

Вынесение общего множителя делает многочлен короче и удобнее для работы. Этот приём помогает упрощать выражения, быстрее считать и проверять ответы. Главное — видеть общую часть во всех слагаемых и сверять результат раскрытием скобок.