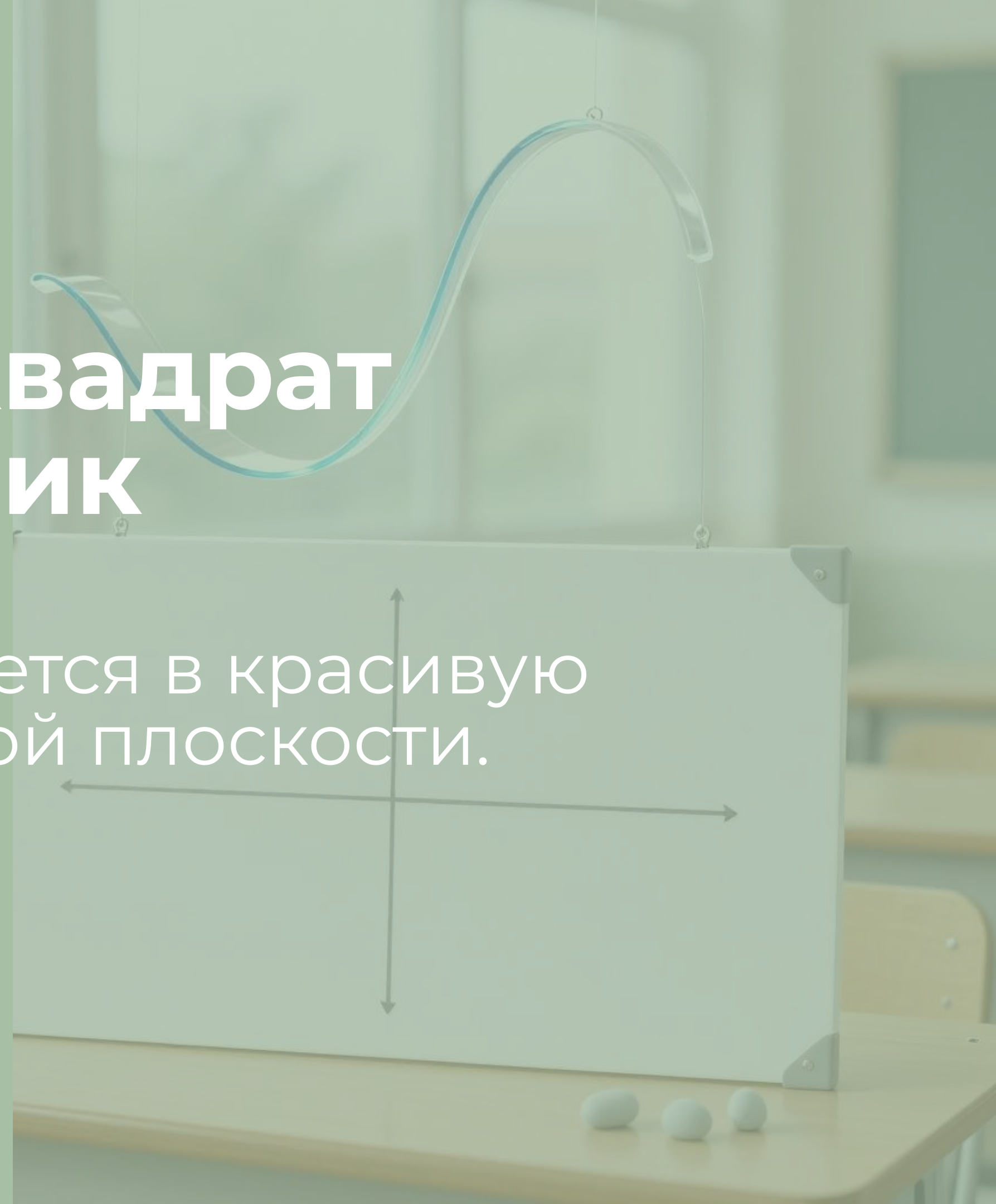


Функция $y = x^2$: квадрат числа и его график

Квадрат числа превращается в красивую параболу на координатной плоскости.





Зачем изучать $y = x^2$ в 7 классе

Эта функция помогает понять квадрат числа, научиться работать с таблицей значений и увидеть, как по точкам строится график. На её примере легко сравнить линейную и квадратичную зависимость.

0

— это наименьшее
значение функции $y = x^2$.

Для любого числа квадрат
не бывает отрицательным, поэтому
график не опускается ниже оси Ox .



Таблица значений функции

$y = x^2$

По таблице видно, как меняются значения функции при разных x и почему график получается симметричным.

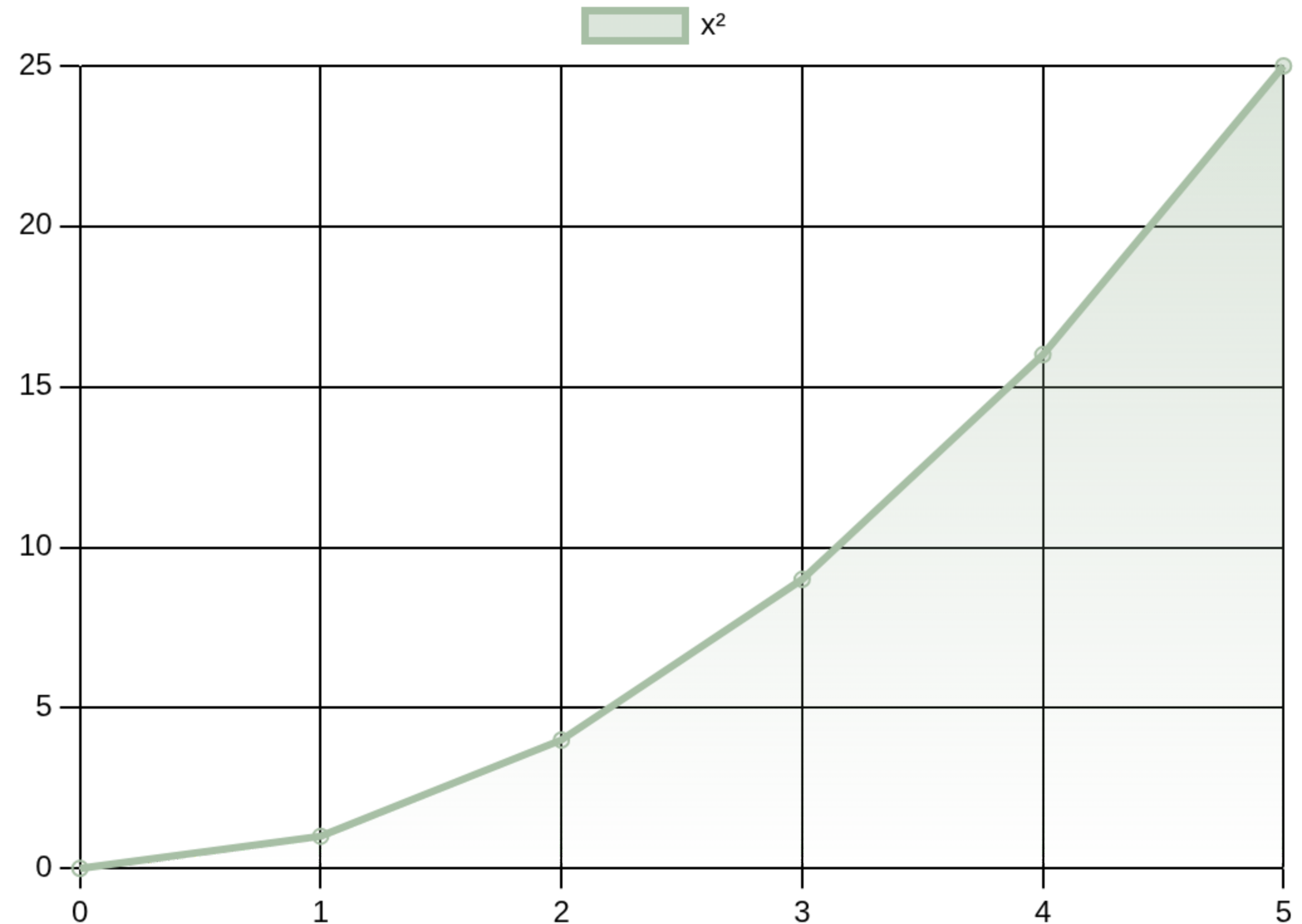
Одинаковые по модулю значения x дают одинаковые y , значит график симметричен относительно оси Oy .

x	y
-3	9
-2	4
0	0
2	4
3	9

Как быстро растут квадраты чисел

С каждым новым значением x прибавка становится больше: прирост между соседними квадратами уже не одинаков.

Квадратичная зависимость растёт быстрее линейной, а её изменения усиливаются по мере удаления от нуля.



Школьный курс алгебры, 7 класс

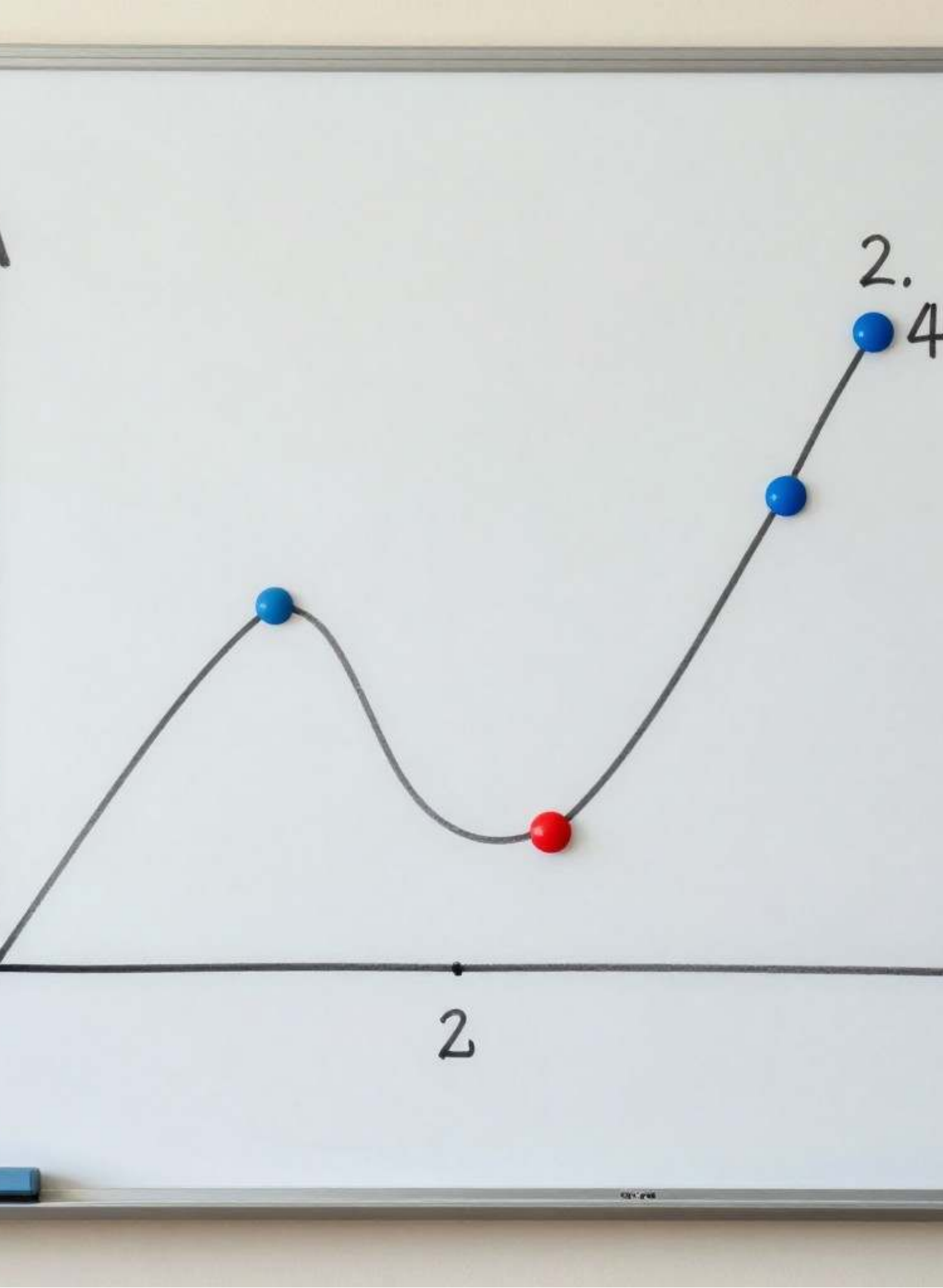


График функции $y = x^2$ на координатной плоскости

Опорные точки

Для построения удобно взять точки $(-2; 4)$, $(-1; 1)$, $(0; 0)$, $(1; 1)$, $(2; 4)$. Они задают форму будущей параболы и помогают не ошибиться при рисовании.

Форма графика

Если соединить точки плавной линией, получится U-образная кривая. Такая форма называется параболой и отличает квадратичную функцию от прямой линии.

Вершина

Самая низкая точка графика находится в начале координат. Именно здесь функция принимает значение 0, а дальше значения только увеличиваются.

Ось симметрии

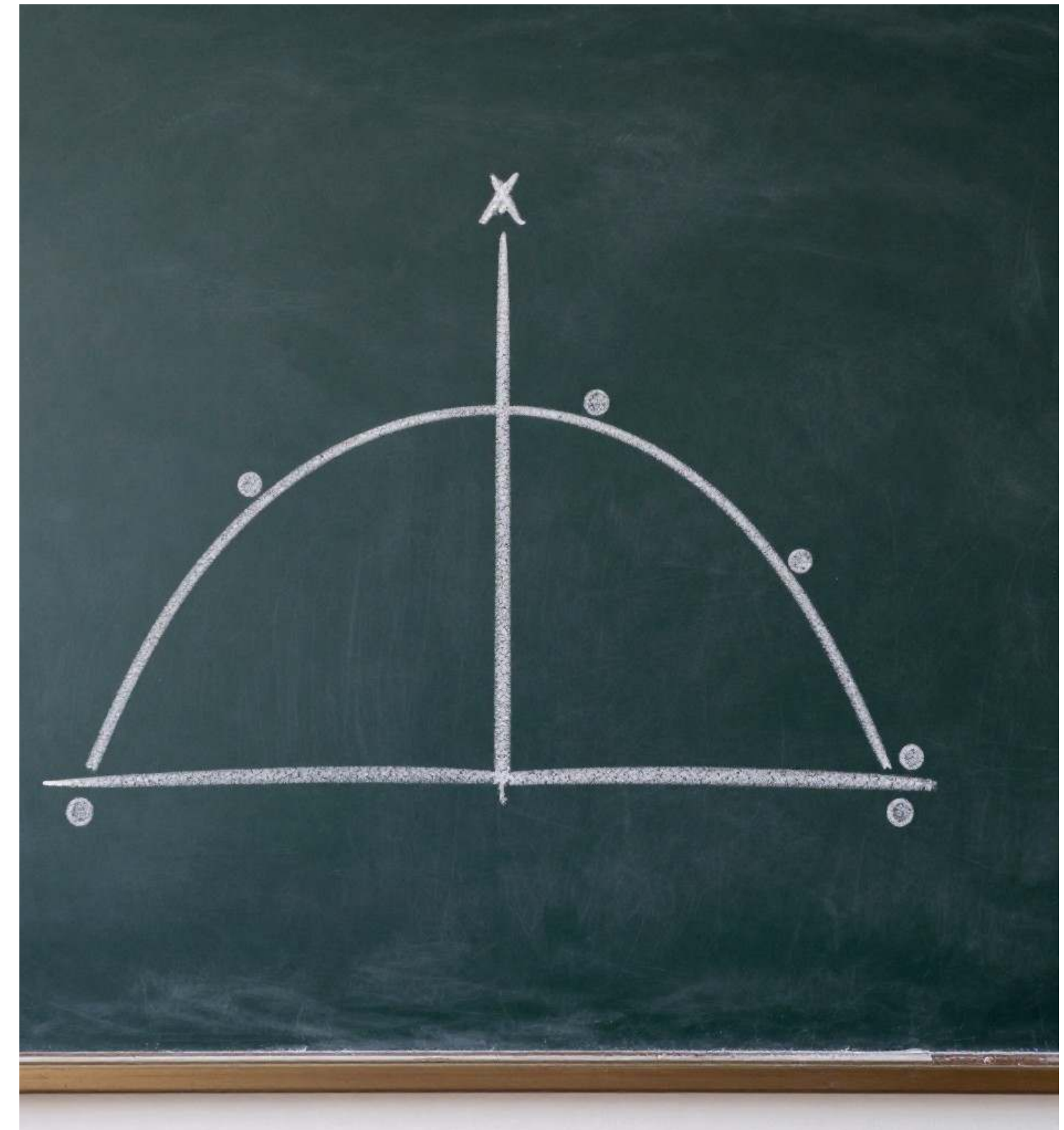
Левая и правая части графика совпадают. Их разделяет вертикальная прямая $x = 0$, поэтому рисунок можно мысленно сложить пополам.

Что видно сразу

По графику легко заметить, что значения функции не бывают отрицательными. Это важное свойство помогает быстро проверять правильность построения.

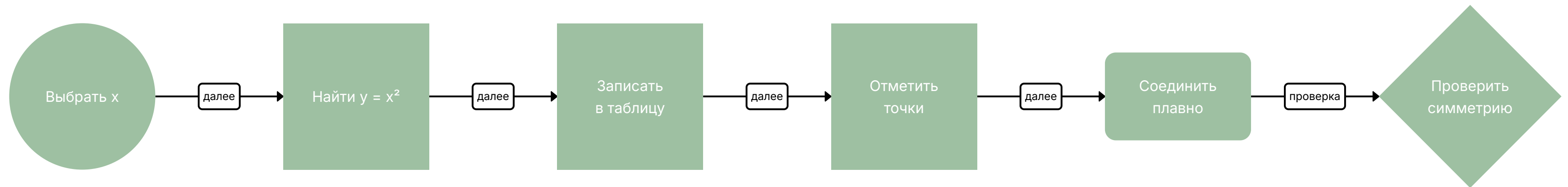
Симметрия графика относительно оси Oy

- 01 Подставляем противоположные числа**
Если вместо x взять число $-x$, значение функции не изменится, потому что квадрат отрицательного числа равен квадрату положительного. Это основной признак симметрии параболы.
- 02 Сравниваем точки**
Точки с одинаковыми по модулю абсциссами оказываются на одной высоте. Например, пары $(-4; 16)$ и $(4; 16)$, $(-2; 4)$ и $(2; 4)$ лежат на одном уровне.
- 03 Понимаем ось симметрии**
Ось Oy проходит через середину графика. Она делит параболу на две одинаковые части, которые являются зеркальным отражением друг друга.
- 04 Используем свойство на практике**
Если уже известна одна точка графика, можно сразу найти симметричную к ней. Это упрощает построение и помогает быстрее проверить аккуратность чертежа.



Как построить график $y = x^2$

Алгоритм построения по таблице значений и точкам на координатной плоскости



Область определения и область значений



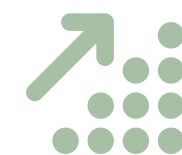
Область определения

Функцию $y = x^2$ можно вычислить для любого числа x . Поэтому область определения состоит из всех действительных чисел, без ограничений и исключений.



Нижняя граница

Значения функции не могут быть отрицательными. Самое маленькое значение равно нулю и получается только в точке $x = 0$, где находится вершина параболы.



Рост значений

Чем дальше x уходит от нуля, тем больше становится y . Квадрат числа быстро увеличивается, поэтому график поднимается вверх по обе стороны от вершины.



Область значений

У функции нет наибольшего значения, потому что квадраты могут становиться сколь угодно большими. Область значений — все числа y , которые больше или равны нулю.

Сравнение функций $y = x^2$ и $y = -x^2$

Свойство	$y = x^2$	$y = -x^2$
Ветви	вверх	вниз
Вершина	(0; 0)	(0; 0)
Ось симметрии	$x = 0$	$x = 0$
Экстремум	минимум 0	максимум 0

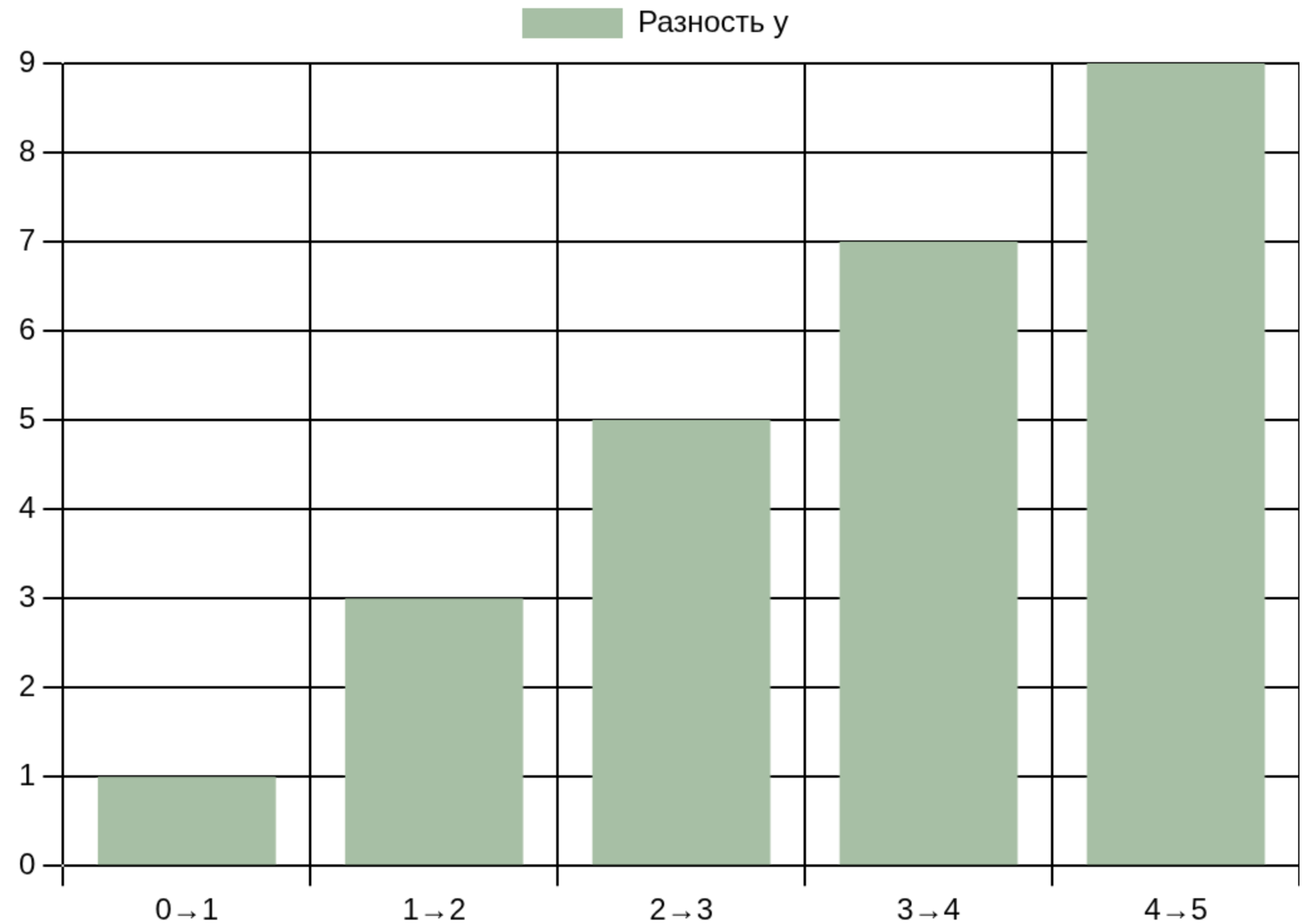
Обе функции имеют одинаковую параболическую форму, но располагаются по разные стороны от оси Ox .

График $y = -x^2$ получается отражением графика $y = x^2$ относительно оси Ox , поэтому форма сохраняется, а направление ветвей меняется.

Разности между соседними значениями функции

Разности растут по два, поэтому столбцы становятся все выше. Это видно уже на первых пяти шагах от нуля.

Постоянное увеличение разностей на 2 подтверждает квадратичный характер зависимости, а не линейный рост.



Школьный курс алгебры, 7 класс. Расчёт по значениям функции $y = x^2$.

Где можно увидеть параболу вокруг нас

Фонтан и струя воды

Когда вода вылетает из фонтана, её траектория похожа на дугу. Если смотреть сбоку, можно заметить форму, близкую к параболе. Именно поэтому такой пример часто используют на уроках математики для объяснения графика $y = x^2$.



Свет прожектора

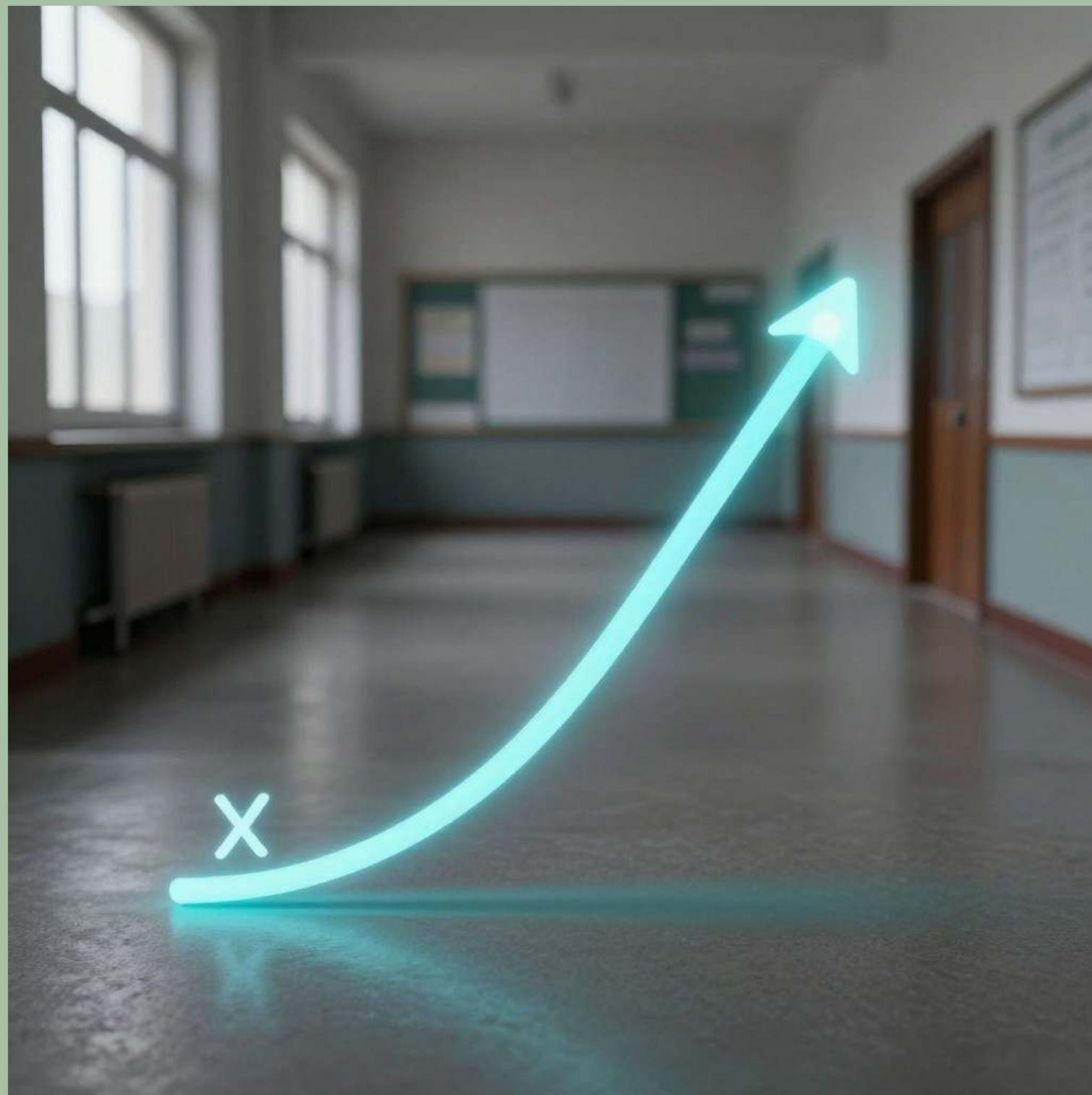
Луч прожектора или фонаря кажется направленным, но на схеме его границы часто изображают в виде раскрытой фигуры. Это помогает показать, как математическая форма параболы используется для описания света, направления и области видимости.

Мосты и антенны

В архитектуре и технике параболический изгиб помогает распределять нагрузку или направлять сигналы. На рисунке можно показать реальный объект и рядом его упрощённую математическую модель, чтобы связать геометрию с практикой.



Как читать значения по графику



Находим y по x

Если на оси x задано число, график показывает соответствующую высоту точки. Например, при $x = 2$ получаем $y = 4$, потому что точка лежит на параболе именно на этом уровне.

Находим x по y

По горизонтали можно искать не только значение функции, но и значения аргумента. Если $y = 9$, подходят два ответа: $x = -3$ и $x = 3$, так как график симметричен.

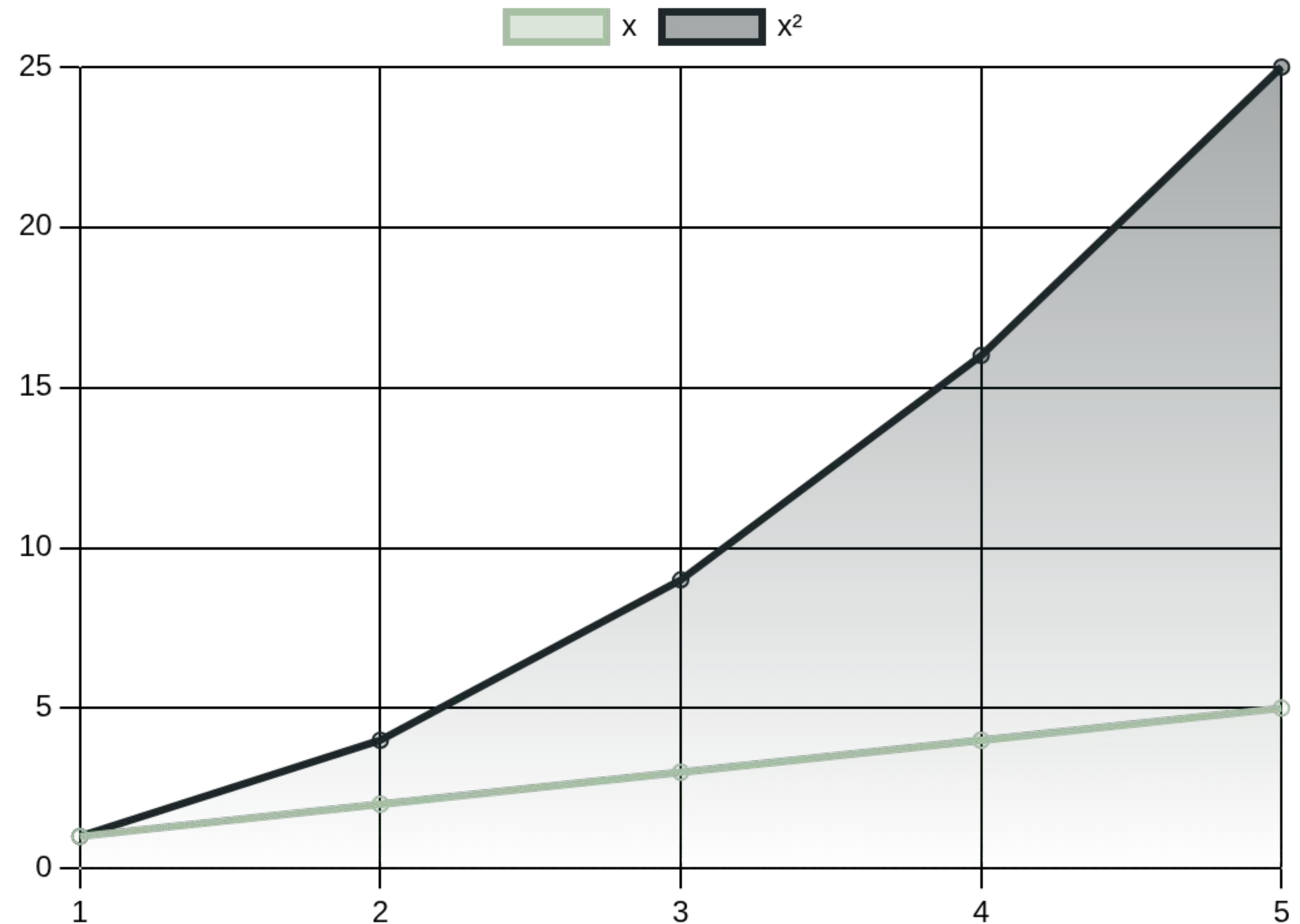
Симметрия помогает

Одна и та же высота на параболе встречается по обе стороны от оси Oy . Поэтому для чтения графика важно помнить, что одинаковые по модулю значения x дают одинаковый результат.

Линейные числа и их квадраты

На диаграмме удобно сравнить обычный рост чисел и рост квадратов. Разница становится всё заметнее уже после $x = 3$.

Квадраты увеличиваются быстрее линейных значений, поэтому график функции $y = x^2$ становится всё круче при удалении от нуля.



Школьный курс алгебры, 7 класс. Значения рассчитаны по формуле $y = x^2$.

Типичные ошибки при работе с квадратом числа

01 Неправильный знак

Ошибка часто возникает из-за того, что минус воспринимают как часть числа после возведения в квадрат. На самом деле $(-3)^2 = 9$, потому что умножаются два отрицательных множителя.

03 Забывают про ноль

Некоторые школьники пропускают точку $(0; 0)$, хотя именно она задаёт вершину графика. Значение 0^2 равно 0 и обязательно входит в таблицу и построение параболы.

02 Путаница с $2x$

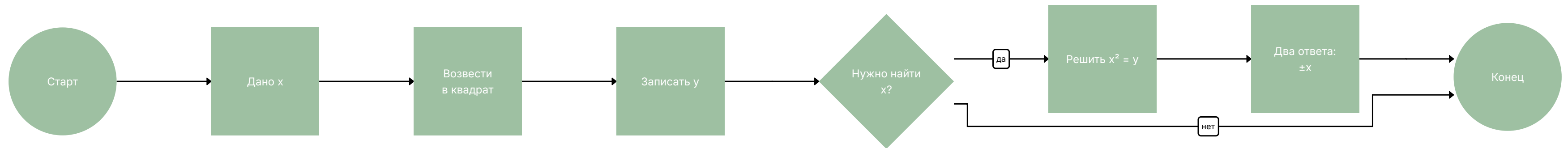
Выражения x^2 и $2x$ означают разное. Первое — квадрат числа, второе — удвоение числа. При $x = 3$ эти значения равны 9 и 6, поэтому их нельзя смешивать.

04 Неровный график

Если отмечать только точки справа или только слева, парабола получается искажённой. Для правильного рисунка нужны симметричные пары точек, расположенные на одинаковом расстоянии от оси Oy .

Как решать простые задания с функцией $y = x^2$

Алгоритм по школьным заданиям: вычисление значения функции и поиск аргумента по заданному квадрату.





Главные свойства функции

$y = x^2$

Краткая сводка помогает быстро вспомнить поведение графика и его основные точки.

Функция полностью определяется вершиной, симметрией и тем, что её значения не бывают отрицательными.

Свойство	Значение
Вершина	(0; 0)
Ось симметрии	$x = 0$
Область значений	$y \geq 0$
Рост/убывание	слева вниз, справа вверх

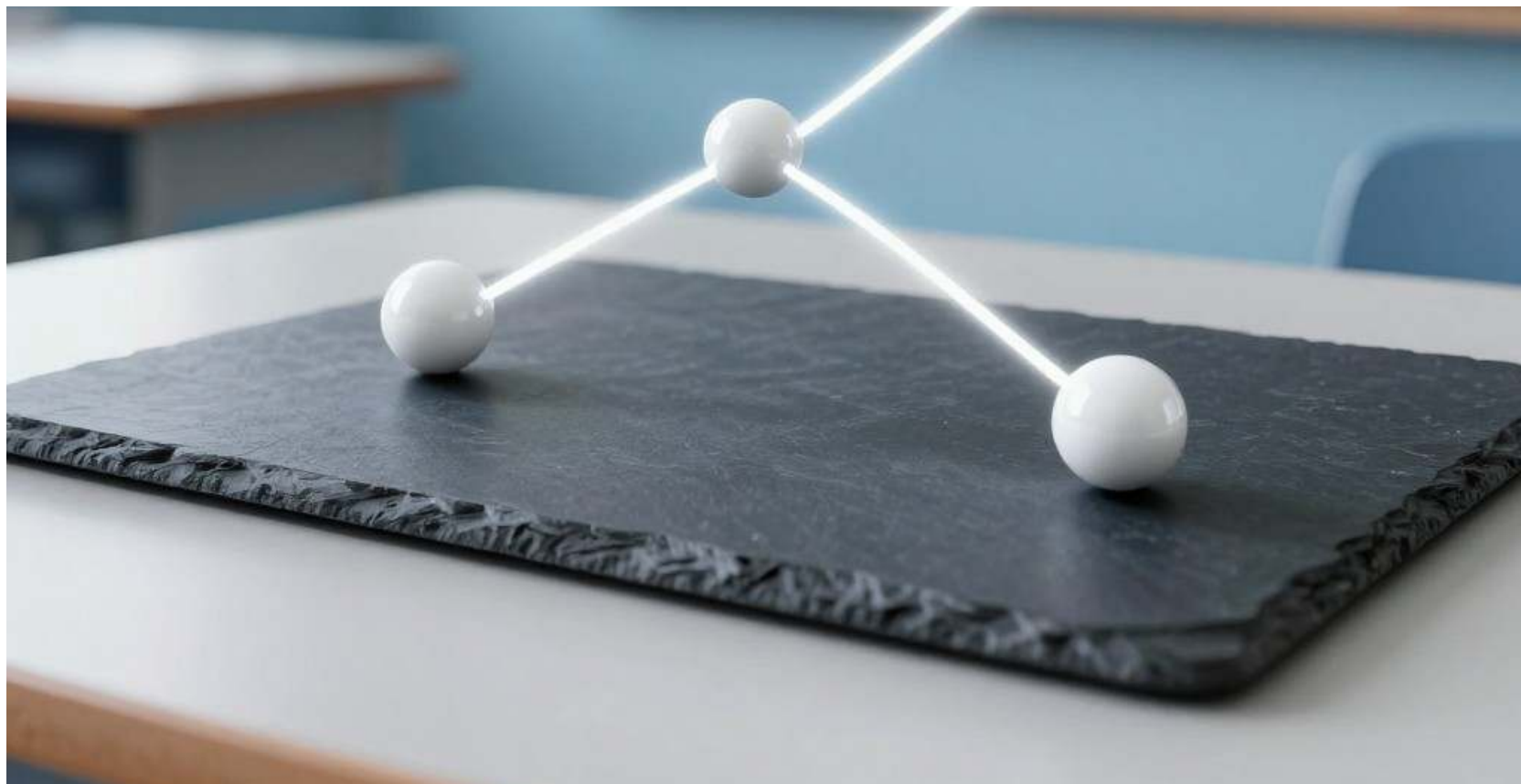
Парабола в точках и линиях

От таблицы к кривой

Сначала на плоскости появляются отдельные точки: $(-1; 1)$, $(0; 0)$, $(1; 1)$, $(-2; 4)$, $(2; 4)$. Потом эти точки соединяются плавной линией, и из набора значений возникает узнаваемая парабола.

Широкая дуга вверх

График не образует ломаную, а мягко поднимается вверх с обеих сторон от вершины. Именно такая форма помогает увидеть, как значения функции становятся больше по мере удаления от нуля.



Что важно запомнить о функции $y = x^2$

01 Значения не отрицательны

Квадрат любого числа не меньше нуля. Поэтому у функции $y = x^2$ все точки графика лежат на оси или выше неё.

02 Вершина в начале координат

Самая нижняя точка графика находится в точке $(0; 0)$. Именно здесь функция принимает наименьшее значение, равное нулю.

03 Симметрия графика

Если взять числа x и $-x$, получится одно и то же значение y . Поэтому левая и правая части параболы выглядят одинаково.

04 Рост от нуля

Чем дальше x уходит от нуля, тем больше становится y . Так видно, что квадратичная зависимость растёт быстрее, чем линейная.



Функция $y = x^2$: первый шаг к квадратичным зависимостям

Функция $y = x^2$ помогает увидеть, как число превращается в свой квадрат, как строится парабола и почему её график симметричен. Эти знания нужны для дальнейшего изучения алгебры.