

Свойства хорд окружнос ти

Хорды, радиусы и диаметры:
разбираем свойства и решаем
задачи





Окружность: база для изучения хорд

Чтобы уверенно работать с хордами, важно помнить: у окружности есть центр и радиус, а диаметр проходит через центр. Эти элементы помогают понять симметрию и применять свойства в задачах.

Определение хорды и ее виды



Что такое хорда

Хордой называют отрезок, который соединяет две точки окружности. Его концы обязательно лежат на одной и той же линии окружности, а сам отрезок находится внутри фигуры.

Особая хорда

Диаметр — это самая известная хорда, потому что он проходит через центр окружности. По длине он больше любой другой хорды и равен двум радиусам.

Как делит окружность

Любая хорда разделяет окружность на две дуги. Чем больше хорда, тем крупнее одна из этих дуг, поэтому расположение отрезка внутри окружности имеет значение.

От чего зависит длина

Длина хорды не случайна: она меняется в зависимости от ее положения относительно центра. Это свойство особенно удобно использовать при сравнении и вычислении отрезков.



Положение хорды относительно центра



- **Ближе — длиннее**
Если хорда расположена ближе к центру окружности, она оказывается длиннее. Это легко заметить на чертеже, где несколько хорд находятся на разном расстоянии от центра.

- **Дальше — короче**
Чем дальше хорда от центра, тем меньше ее длина. Поэтому короткие хорды обычно лежат ближе к границе окружности, почти у самой дуги.

- **Почему диаметр самый длинный**
Диаметр проходит через центр, значит, находится на наименьшем возможном расстоянии от него. Именно поэтому он является самой длинной хордой окружности.

Как меняется длина хорды при удалении от центра

На графике видно, что при увеличении расстояния от центра хорда становится короче. Эта зависимость помогает быстро оценивать результат без сложных вычислений.

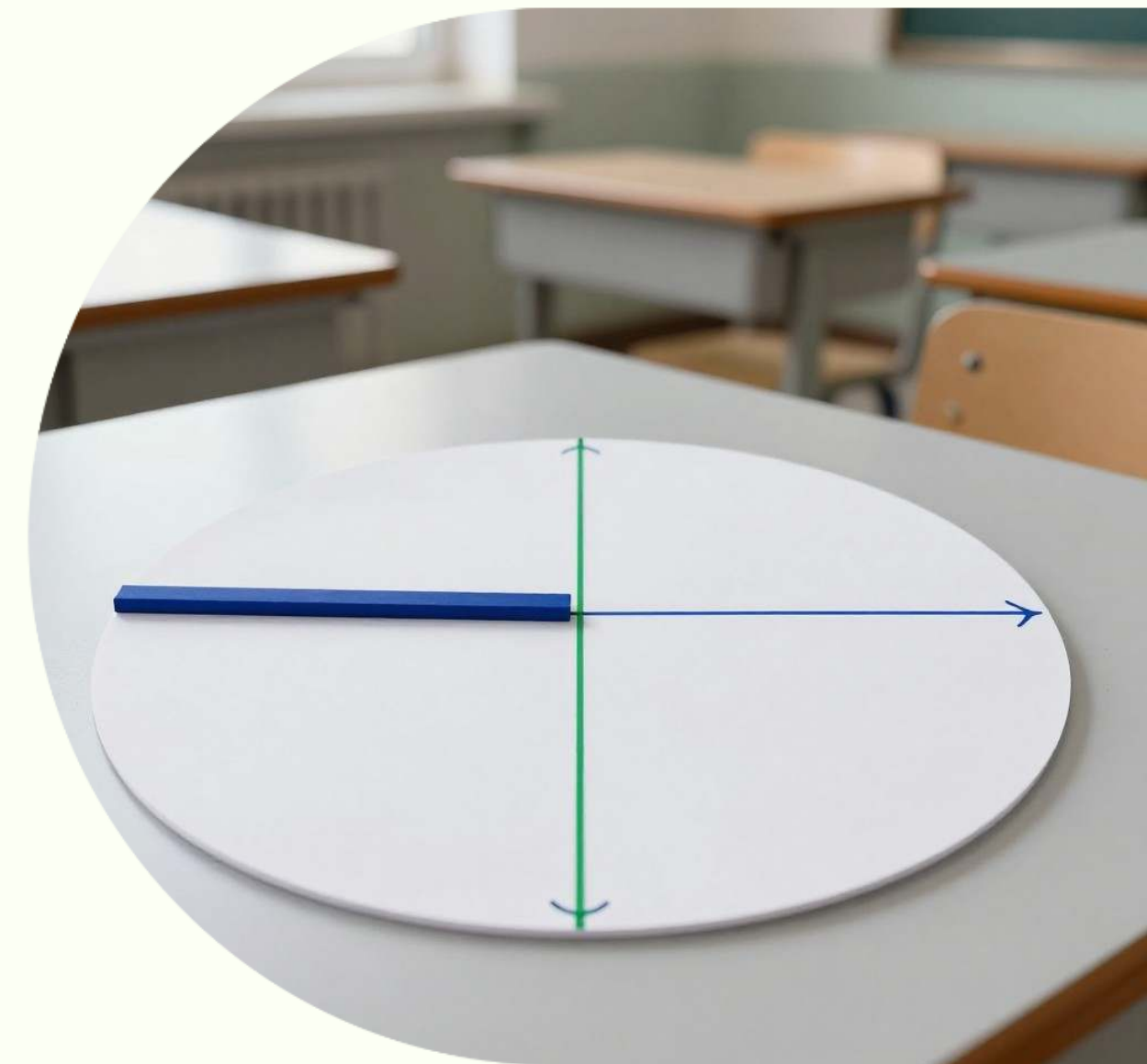
Главная закономерность проста: чем больше расстояние до хорды, тем меньше ее длина; максимум соответствует диаметру.



Схематические данные для иллюстрации свойства хорд, 2025

Связь хорды с радиусом

- 1 Провести перпендикуляр**
Из центра окружности опускают перпендикуляр на хорду. Он делит хорду на две равные части и образует удобную фигуру для дальнейших вычислений.
- 2 Получить треугольник**
Вместе с радиусом и половиной хорды получается прямоугольный треугольник. Радиус здесь играет роль гипотенузы, а два других отрезка — катетов.
- 3 Применить теорему**
Если известны радиус и расстояние от центра до хорды, длину хорды находят через теорему Пифагора. Сначала вычисляют половину хорды, затем удваивают результат.
- 4 Проверить ответ**
Полученное значение должно быть меньше диаметра и согласовываться с рисунком. Такая проверка помогает избежать ошибок в задачах на окружность.



Основные элементы окружности и их признаки

Элемент	Признак	Коротко
Радиус	Центр — окружность	1 радиус
Хорда	2 точки окружности	Внутри
Диаметр	Через центр	2 радиуса
Дуга	Часть окружности	Между точками

Таблица помогает быстро сравнить четыре ключевых элемента и не перепутать их в решении задач.

Диаметр — частный случай хорды и одновременно самая длинная из них; дуга не является отрезком.

Школьная геометрия, 9 класс

Равные хорды и равные дуги

1

Прямая связь

Если в одной окружности две хорды равны, то они стягивают равные дуги. Это удобно использовать, когда длину отрезков нельзя измерить напрямую.

2

Обратное верно

Работает и обратное утверждение: равные дуги соответствуют равным хордам. Такое свойство часто помогает в доказательствах, особенно при симметричном рисунке.

3

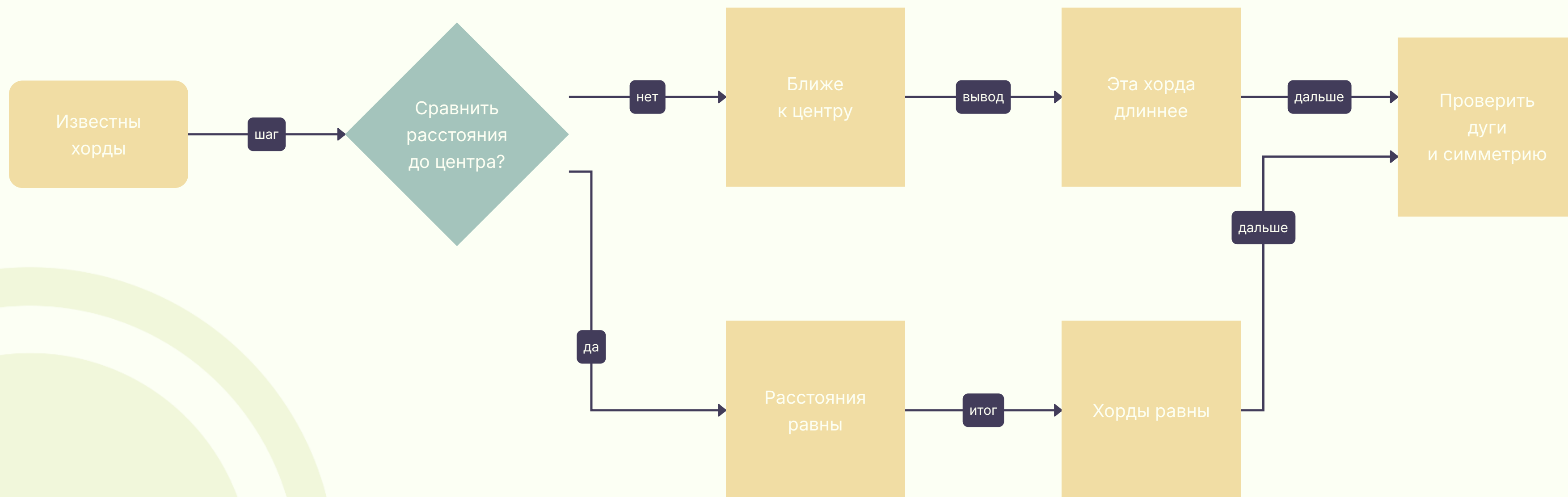
Где применяется

Свойство равенства хорд и дуг используют в задачах на сравнение, построение и доказательство. Оно позволяет делать выводы о фигуре по ее расположению.



Как сравнивают хорды в задачах

Последовательность рассуждений основана на расстоянии до центра, дугах и симметрии окружности.



Перпендикуляр из центра к хорде



Делит пополам

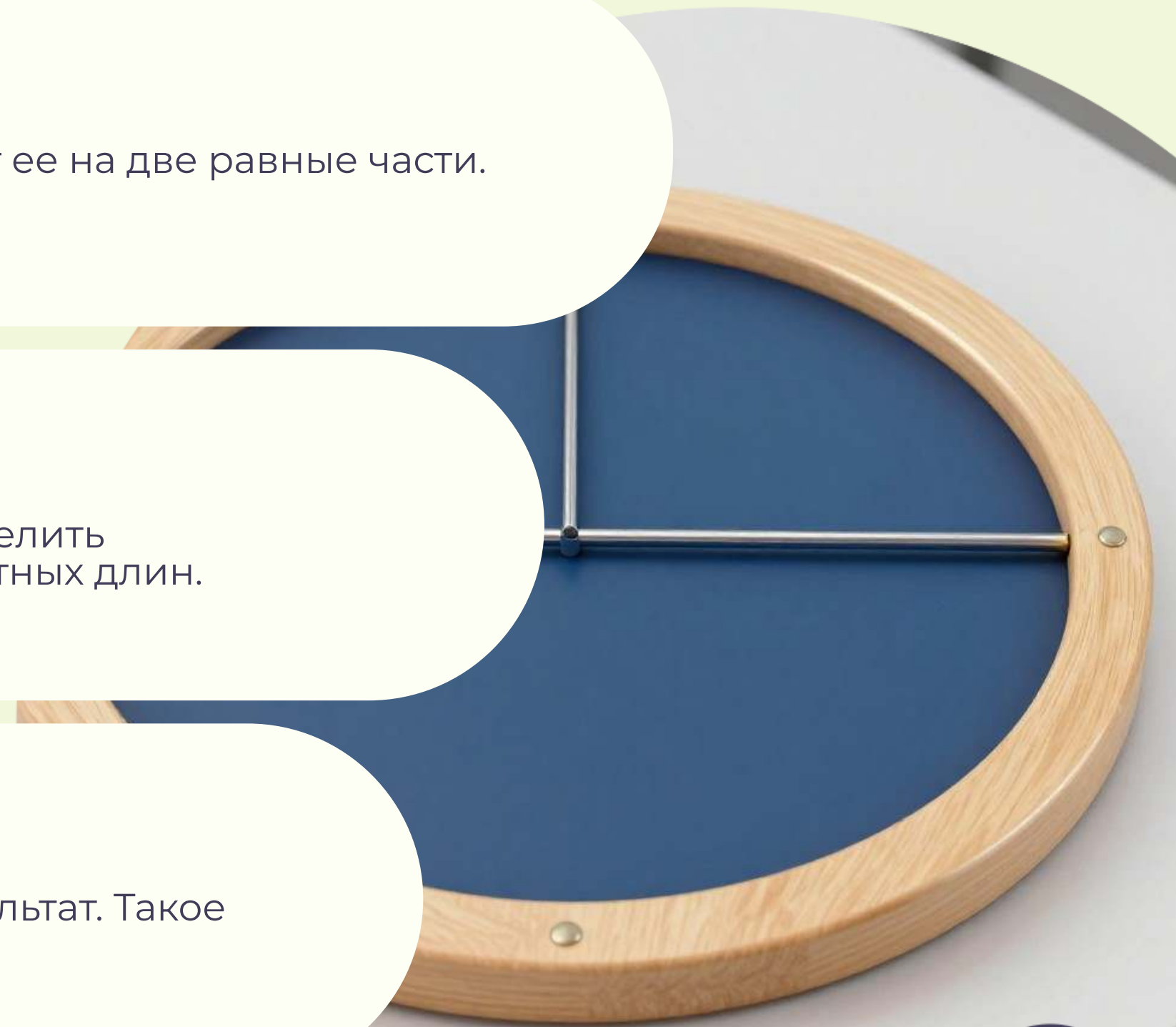
Перпендикуляр, опущенный из центра окружности на хорду, всегда делит ее на две равные части. Это одно из самых полезных свойств для решения задач.

Образует прямой угол

В точке пересечения возникает прямой угол. Благодаря этому можно выделить прямоугольный треугольник и использовать его для нахождения неизвестных длин.

Помогает в вычислениях

Если известна одна половина хорды, можно найти всю хорду, удвоив результат. Такое рассуждение часто встречается в задачах 9 класса.



Обратное утверждение о хорде

1 Берём хорду

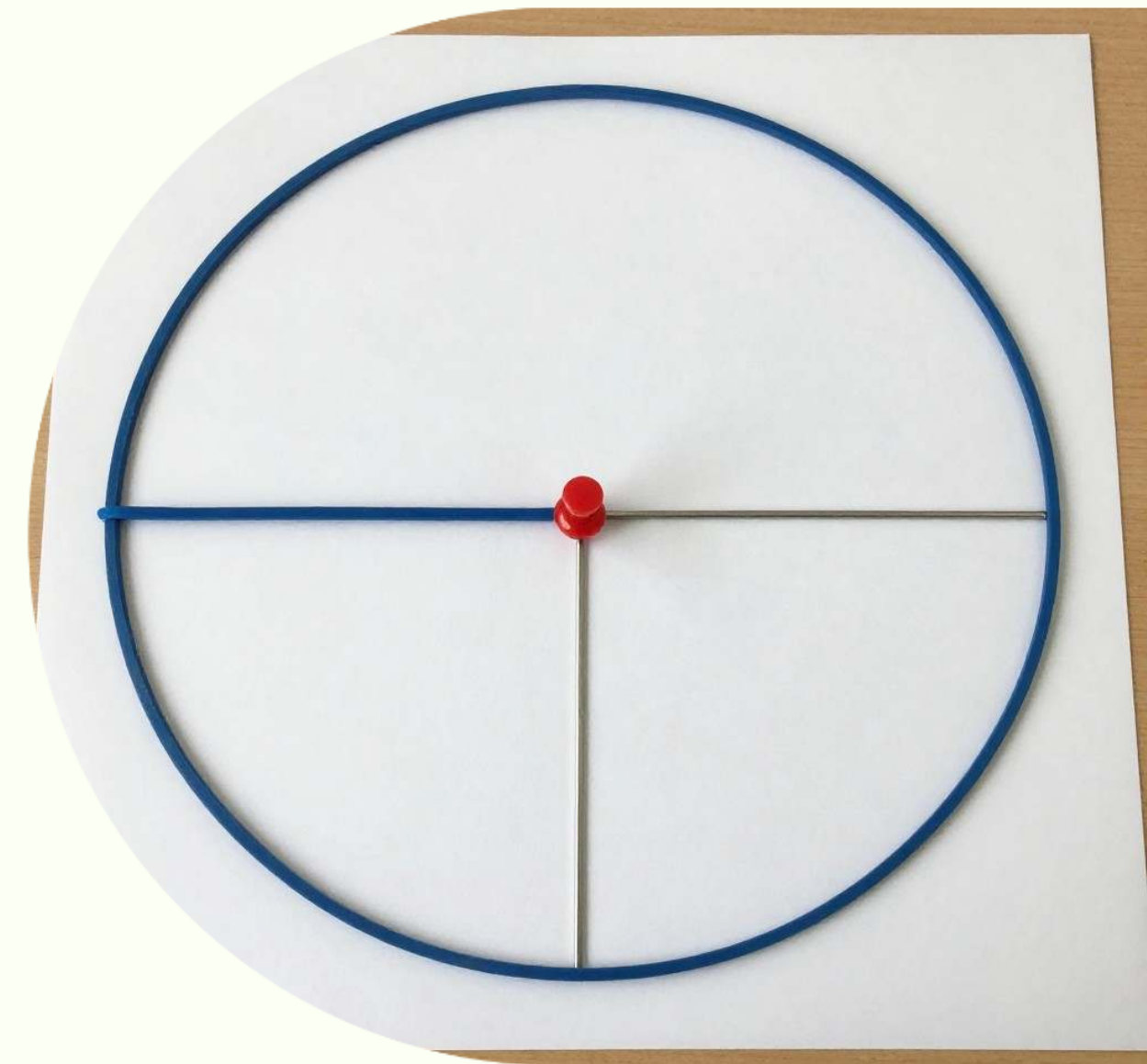
Сначала на окружности выбирают хорду и отмечают её середину. Это исходная точка рассуждения: именно через середину затем проводят прямую, чтобы проверить связь с центром окружности.

2 Проводим перпендикуляр

Если через середину хорды проходит прямая под прямым углом к ней, то она обладает осью симметрии. Для окружности такая прямая неизбежно проходит через центр.

3 Находим центр

Это свойство удобно в построениях: по одной хорде можно восстановить положение центра окружности, а значит, и провести нужные радиусы, диаметры и другие симметричные элементы.



Равные расстояния от центра и равные хорды

На диаграмме показан частный случай: две хорды находятся на одинаковом расстоянии от центра, поэтому их длины совпадают.

Одинаковое удаление от центра даёт равные хорды; это удобно проверять на чертеже без прямого измерения.



Учебная иллюстрация по свойству хорд; значения условные

Как доказать, что хорды равны

1

Сравниваем расстояния

Если обе хорды расположены на одинаковом расстоянии от центра, то их длины равны. Это самый быстрый способ доказательства, когда на рисунке уже отмечены перпендикуляры к хордам.

2

Используем радиусы

Когда в доказательстве участвуют радиусы, удобно сравнить прямоугольные треугольники, образованные центром, основанием перпендикуляра и концами хорды. Равные радиусы помогают установить равенство нужных частей.

3

Опираемся на симметрию

Если окружность или рисунок симметричны, то равные элементы часто получают без вычислений. Отражение относительно оси симметрии переводит одну хорду в другую и сохраняет их длины.

4

Связываем с дугами

Когда хорды уже признаны равными, можно сделать следующий вывод: они стягивают равные дуги. Это свойство часто завершает доказательство и помогает перейти к другим элементам окружности.

Типовые свойства хорд

Элемент	Свойство
Диаметр	Самая длинная хорда
Перпендикуляр	Делит хорду пополам
Равные хорды	Равные дуги
Ближе к центру	Длиннее

Сравнение основных фактов помогает быстро выбрать нужное свойство в задаче и не перепутать хорду с дугой или диаметром.

Все перечисленные свойства основаны на симметрии окружности и чаще всего используются в доказательствах и сравнениях отрезков.

Нахождение длины хорды в вычислительных задачах



Прямоугольный треугольник внутри окружности

Когда из центра опускают перпендикуляр на хорду, на рисунке появляется прямоугольный треугольник. В нём известны радиус и расстояние до хорды, а половина хорды находится через теорему Пифагора. Такой приём часто решает задачу за несколько шагов.

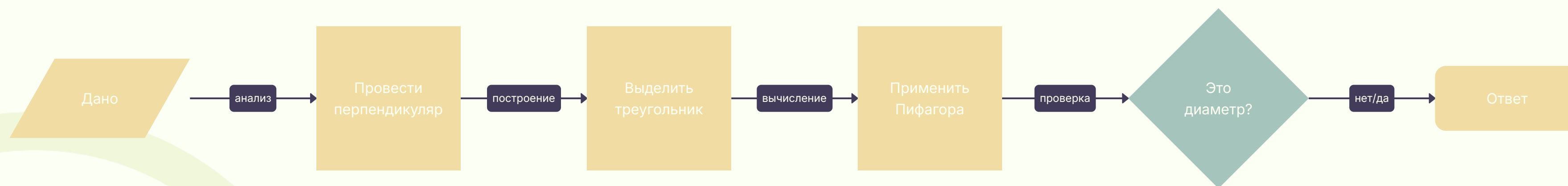


От половины к целой хорде

Сначала находят только половину хорды, потому что она лежит в прямоугольном треугольнике вместе с радиусом. Затем полученное значение удваивают, чтобы восстановить полную длину. Этот подход особенно удобен, когда на чертеже не хватает подписей.

Алгоритм решения задач на хорды

Последовательность шагов для задач на окружность и её хорды



Хорды в построениях и чертежах



Поиск центра

По хорде и её середине можно восстановить ось симметрии и найти центр окружности, если он не указан на рисунке.



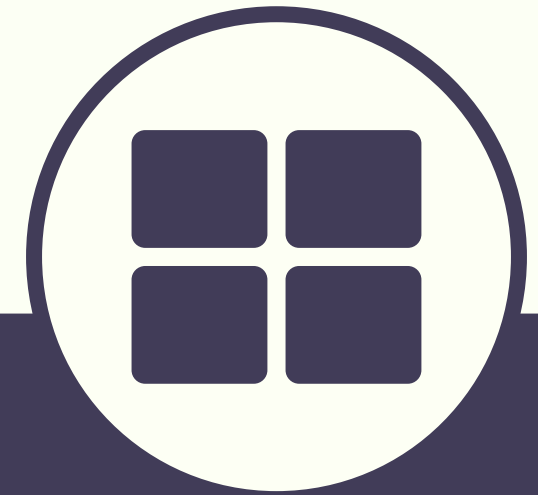
Точные построения

Хорды помогают строить окружность, симметричные отрезки и вписанные фигуры, когда требуется аккуратный чертёж без измерений на глаз.



Связь с дугами

При построении углов и треугольников хорды задают границы дуг, поэтому удобно отслеживать, какие части окружности связаны между собой.



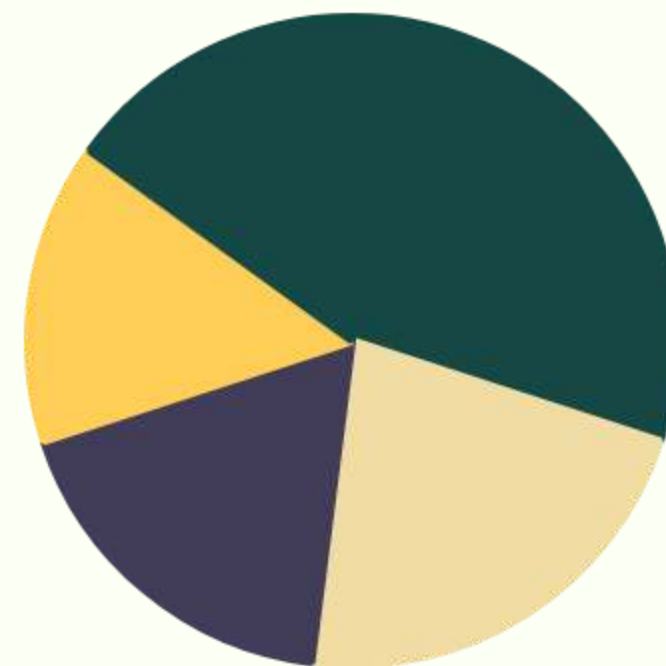
Работа на сетке

На координатной сетке хорды легко сравнивать по положению точек, а симметрию видно уже по рисунку, без громоздких вычислений.

Какие свойства хорд используются чаще всего

Диаграмма отражает, какие факты о хордах чаще всего нужны в школьных задачах и доказательствах.

Лидирует свойство о перпендикуляре из центра: именно оно чаще всего помогает найти неизвестную длину без лишних построений.



Иллюстративная оценка для учебного обзора темы

Типичные ошибки при работе с хордами

● Путают хорду и дугу

Хорда — это отрезок, а дуга — часть окружности. Если не различать эти объекты, легко ошибиться в доказательстве и выбрать неверное свойство.

● Неверно называют диаметр

Диаметр должен проходить через центр окружности. Любая длинная хорда ещё не является диаметром, поэтому это условие нужно обязательно проверять на рисунке.

● Не используют перпендикуляр

Если из центра проведён перпендикуляр к хорде, его нужно сразу отметить. Без этого трудно увидеть равные части хорды и выбрать правильный способ решения.

● Сравнивают без центра

При сравнении хорд важно учитывать расстояние до центра окружности. Если его не смотреть, можно перепутать более длинную хорду с более короткой.



Что важно запомнить о хордах

Хорда — не просто отрезок на окружности, а объект с точными правилами. Если помнить о центре, радиусах, перпендикуляре и симметрии, задачи 9 класса становятся заметно проще.