

ПОНЯТИЕ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ И ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК

Равные треугольники совпадают
по форме и размерам.



ЗАЧЕМ В ГЕОМЕТРИИ СРАВНИВАЮТ ТРЕУГОЛЬНИКИ



Сравнение треугольников помогает доказывать свойства фигур, находить неизвестные элементы и проверять построения без прямых измерений. Это один из главных приёмов школьной геометрии.

ЧТО ОЗНАЧАЕТ РАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКОВ



СОВПАДЕНИЕ ПРИ НАЛОЖЕНИИ

Если один треугольник можно совместить с другим без зазоров и поворотов, они равны. Это означает полное совпадение формы и размеров фигур.

01

РАВЕНСТВО ВСЕХ ЭЛЕМЕНТОВ

У равных треугольников попарно равны соответствующие стороны и углы. Если совпадает хотя бы один набор элементов, этого ещё недостаточно для вывода о равенстве.

02

ЗНАЧЕНИЕ ПОРЯДКА ВЕРШИН

При записи треугольников порядок букв показывает, какие вершины соответствуют друг другу. Одинаковая последовательность вершин помогает правильно сравнивать стороны и углы.

03

ОДИНАКОВАЯ ЗАПИСЬ — ОДИНАКОВОЕ СООТВЕТСТВИЕ

Если треугольники обозначены как ABC и $A_1B_1C_1$, то вершины A, B, C соответствуют вершинам A_1, B_1, C_1 в том же порядке.

04

СОВПАДЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ НА ЧЕРТЕЖЕ

➤ РАВНЫЕ СТОРОНЫ

Одинаковые штрихи на сторонах показывают, какие отрезки имеют одинаковую длину. Так на чертеже сразу видно, какие элементы нужно сравнивать между собой.

➤ РАВНЫЕ УГЛЫ

Одинаковое число дуг у углов означает их равенство. Такое обозначение удобно, когда нужно быстро найти соответствующие части двух треугольников.

➤ СООТВЕТСТВИЕ ВЕРШИН

Подписи $A \leftrightarrow A_1$, $B \leftrightarrow B_1$, $C \leftrightarrow C_1$ помогают не перепутать стороны и углы при доказательстве. Это особенно важно в геометрических задачах.

➤ НАГЛЯДНОСТЬ СОВПАДЕНИЯ

Когда фигуры изображены в одном положении, их равенство становится очевидным. Такой рисунок помогает понять смысл сравнения без лишних вычислений.



РАВНЫЕ И НЕРАВНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ: ОСНОВНЫЕ ПРИЗНАКИ СРАВНЕНИЯ

Сравним признаки, по которым можно понять, совпадают ли треугольники.

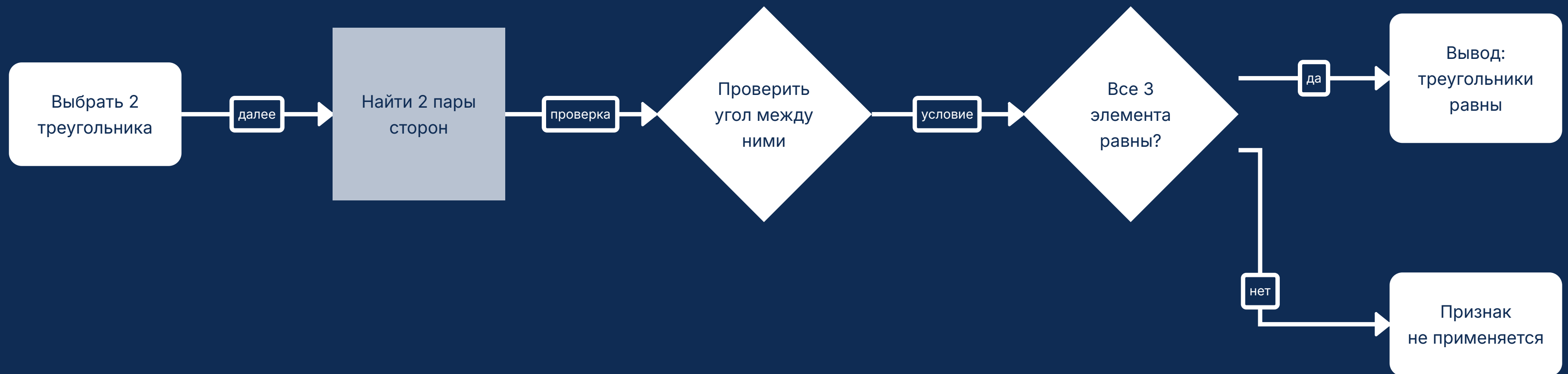
Если фигуры совпадают при наложении, то равны все их соответствующие элементы; любое отличие стороны или угла означает неравенство.

Признак	Равные	Неравные
Наложение	Совпадают	Не совпадают
Стороны	Все равны	Есть отличие
Углы	Все равны	Есть отличие

* Определение равенства треугольников и свойства соответствующих элементов.

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ: ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ПРОВЕРКИ

Логика применения признака по двум сторонам и углу между ними



ФОРМУЛИРОВКА ПЕРВОГО ПРИЗНАКА



Угол между ними

Затем обязательно смотрят на угол, заключённый между этими сторонами. Именно он фиксирует их взаимное расположение и делает сравнение однозначным.



Две стороны

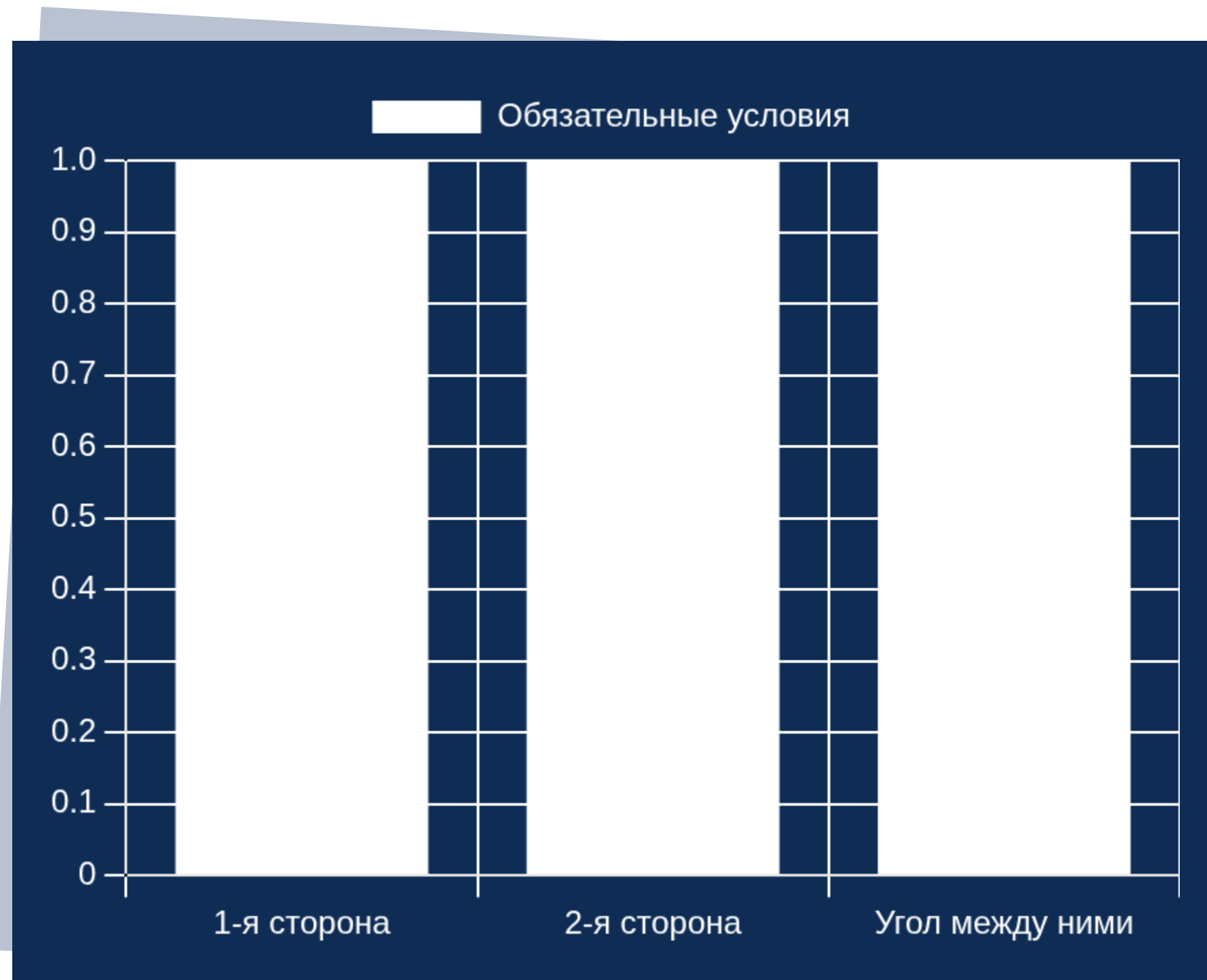
Сначала сравнивают две стороны одного треугольника с двумя сторонами другого. Если они попарно равны, это создаёт основу для дальнейшей проверки.



Вывод о равенстве

Когда две стороны и включённый между ними угол совпадают, треугольники считают равными. Этот признак кратко обозначают как SAS.

Что должно совпасть для применения первого признака



Все три условия нужны одновременно: двух совпадений недостаточно. Угол важен не меньше сторон, потому что именно он задаёт форму треугольника.

Первый признак работает только при полном совпадении трёх элементов; отсутствие хотя бы одного из них делает вывод невозможным.

* Формулировка первого признака равенства треугольников.

3

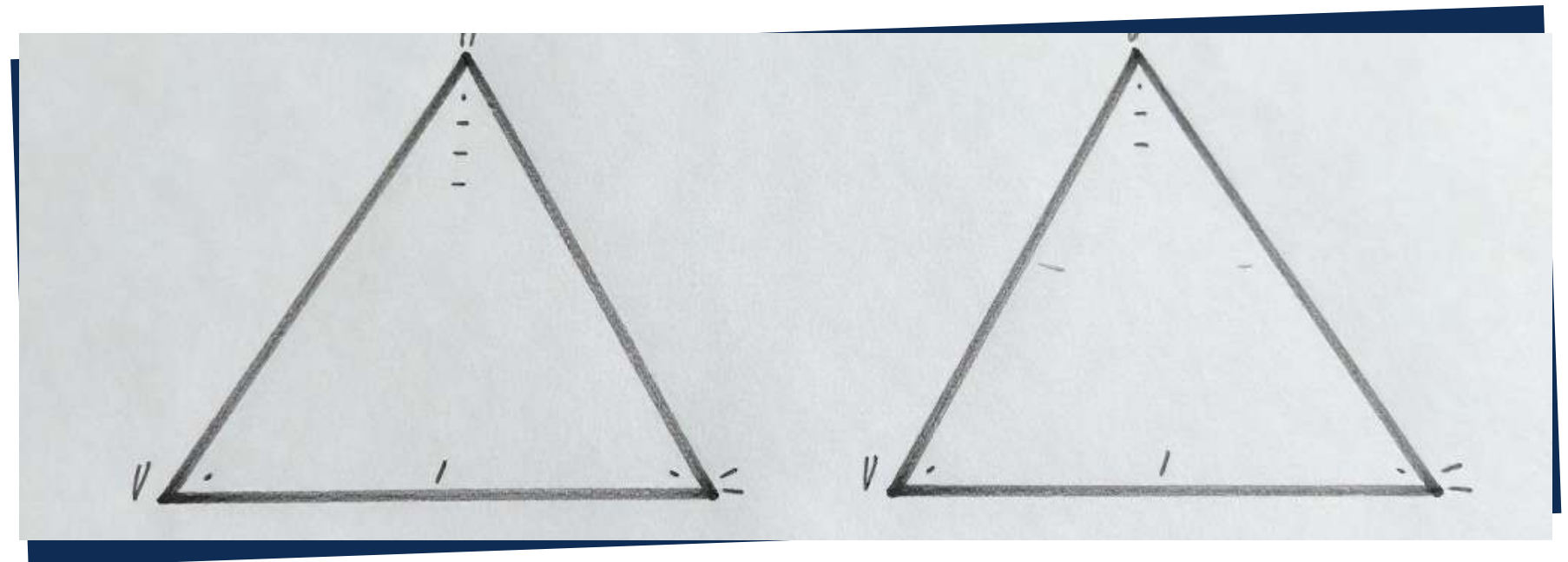
элемента должны совпасть, чтобы можно было сделать вывод по первому признаку

Без совпадения всех трёх элементов доказательство будет неполным: именно угол между сторонами удерживает форму треугольника от изменения.

КАК ОБОЗНАЧАЮТ РАВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ НА ЧЕРТЕЖЕ

ШТРИХИ НА СТОРОНАХ

Равные стороны отмечают одинаковым числом штрихов. Если у двух отрезков по одному штриху, значит, их длины считаются равными.



ДУГИ НА УГЛАХ

Равные углы показывают одинаковым числом дуг. Это помогает быстро увидеть, какие углы нужно сравнить при доказательстве равенства треугольников.

ПОРЯДОК БУКВ

Соответствующие вершины записывают в одинаковом порядке, например ABC и $A_1B_1C_1$. Такая запись помогает не перепутать стороны и углы при сравнении.

КАКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ СРАВНИВАЮТСЯ ДО И ПОСЛЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА РАВЕНСТВА

Этап	Что проверяют	Что получают
До доказательства	2 стороны и угол	Данные для признака
После доказательства	Все соответствия	Равенство треугольников
Следствие	Третья сторона и углы	Новые равенства

Сначала проверяют только те элементы, которые нужны для первого признака. После доказательства автоматически становятся известны все остальные соответствующие стороны и углы.

Ключевые для проверки элементы — две стороны и включённый между ними угол; остальное следует из уже установленного равенства треугольников.

* Учебное содержание темы «Первый признак равенства треугольников»

ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ ПЕРВОГО ПРИЗНАКА

01

ДАНЫ РАВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ

В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ сравнивают AB и A_1B_1 , AC и A_1C_1 , а также углы A и A_1 . Этих данных достаточно, если угол расположен между указанными сторонами.

02

ВЫВОД ПО ПРИЗНАКУ

Когда обе пары сторон и включённый угол равны, треугольники равны по первому признаку. Это позволяет не измерять остальные элементы, а сразу использовать свойство равных фигур.

03

ЧТО СТАНОВИТСЯ ИЗВЕСТНО

Из равенства треугольников следует равенство сторон BC и B_1C_1 , а также углов B и B_1 , C и C_1 . Так задача решается полностью и без лишних вычислений.

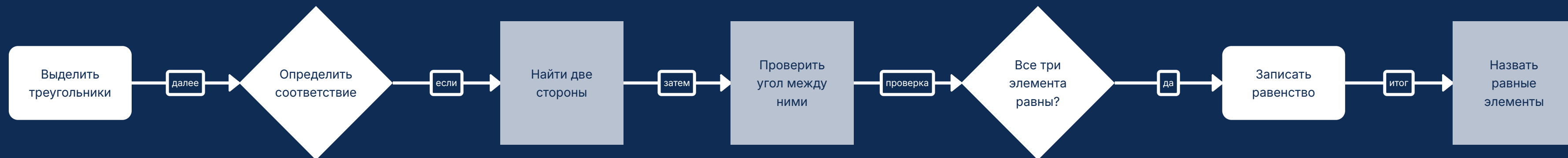
04

ПРАКТИЧЕСКИЙ СМЫСЛ

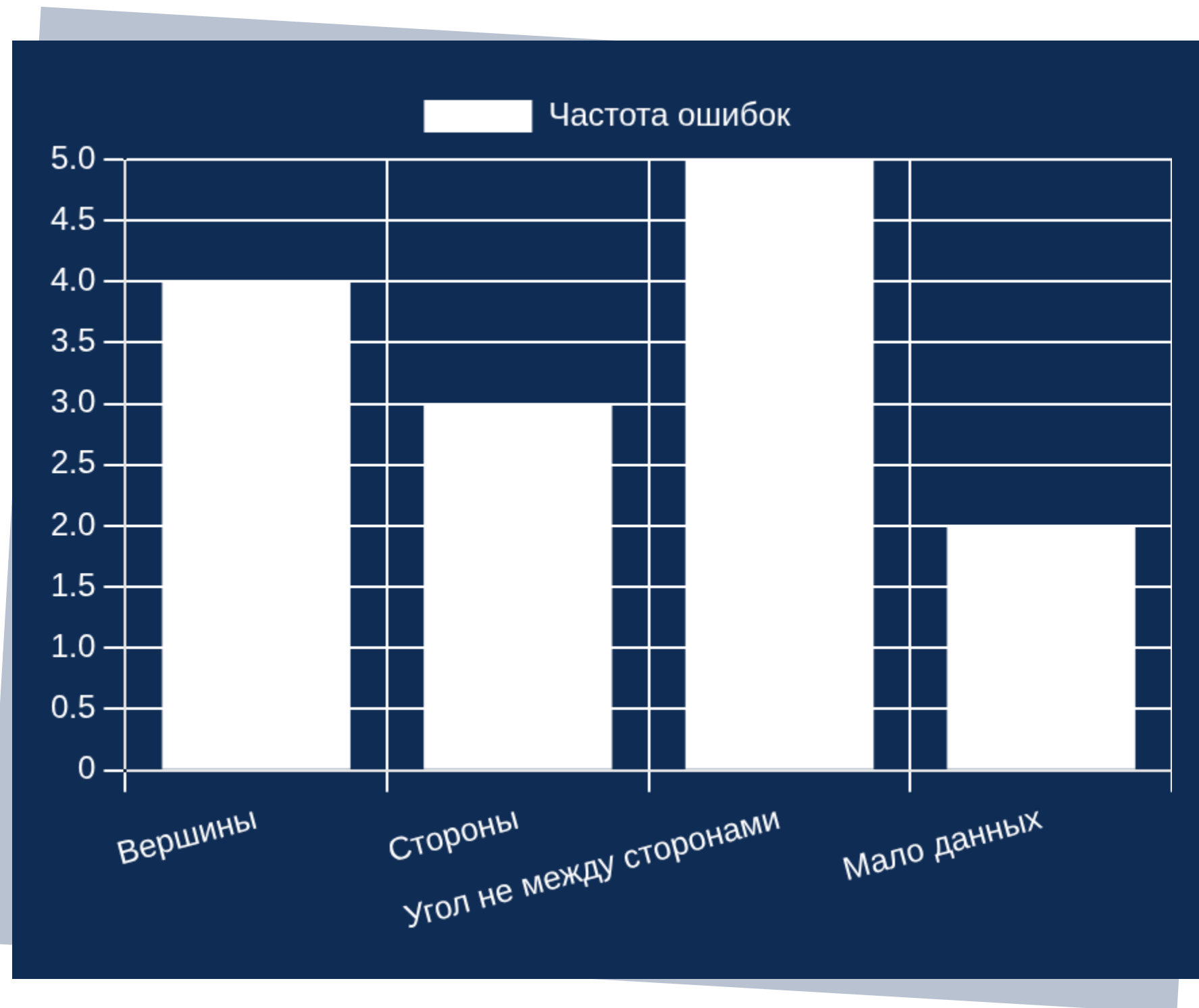
Такой приём особенно полезен в доказательных задачах: он помогает быстро установить нужные равенства и перейти к следующему шагу решения, не опираясь на догадки.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА РАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Последовательность действий при применении первого признака равенства



Типичные ошибки при использовании первого признака



На практике ошибки чаще всего связаны не с самим признаком, а с неправильным чтением чертежа и обозначений. Особенно важно внимательно смотреть на порядок вершин и положение угла.

Самая рискованная ошибка — взять внешний угол вместо внутреннего; именно она чаще всего приводит к неверному выводу о равенстве.

* Схематическая учебная оценка типовых ошибок при изучении темы

КАК ПРАВИЛЬНО УСТАНОВИТЬ СООТВЕТСТВИЕ ВЕРШИН И СТОРОН

СОХРАНЯЙТЕ ПОРЯДОК

При записи треугольников порядок вершин должен быть одинаковым. Если указаны ABC и DEF , то A соответствует D , B — E , C — F ; иначе сравнение будет неверным.

01

СВЯЗЫВАЙТЕ ЭЛЕМЕНТЫ

Соответствующие стороны находятся напротив соответствующих вершин, а соответствующие углы — при этих вершинах. Поэтому сначала определяют вершины, а уже потом стороны и углы.

02

ПРОВЕРЯЙТЕ ЧЕРТЁЖ

Перед доказательством полезно отметить равные элементы одинаковыми знаками. Это помогает не перепутать стороны и быстрее увидеть, подходит ли ситуация для первого признака.

03

ГДЕ В ЖИЗНИ ВСТРЕЧАЮТСЯ ТРЕУГОЛЬНИКИ И ИХ РАВЕНСТВО

» КОНСТРУКЦИИ И ОПОРЫ

Треугольники часто встречаются в крышах, фермах и мостах. Такая форма помогает конструкции сохранять прочность, а равенство элементов позволяет проверять, что обе части сделаны одинаково.

» ЧЕРТЕЖИ И ДЕТАЛИ

В инженерных чертежах равные треугольники используют для точного повторения деталей. Если две части совпадают по нужным элементам, можно убедиться, что построение выполнено правильно.

» СИММЕТРИЯ В ОБЪЕКТАХ

Во многих предметах встречаются симметричные треугольные фрагменты. Сравнение равных треугольников помогает понять, одинаковы ли левая и правая части изображения или модели.



СРАВНЕНИЕ ТРЕХ ПРИЗНАКОВ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Три признака помогают установить равенство треугольников разными способами. В таблице видно, какие элементы нужно проверить и чем каждый признак отличается от остальных.

Первый признак выделяется тем, что задаёт треугольник по двум сторонам и именно включённому между ними углу.

Признак	Что проверить	Особенность
2 стороны и угол	Две стороны, угол между ними	Угол обязателен
Сторона и 2 угла	Одна сторона и прилежащие углы	Нужны два угла
3 стороны	Три стороны	Углы не нужны

ЗАЧЕМ НУЖЕН ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА



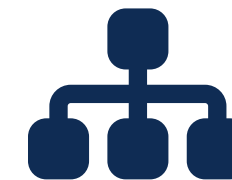
БЫСТРОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

Когда известны две стороны и угол между ними, можно сразу сделать строгий вывод о равенстве треугольников, не измеряя все остальные элементы.



ПОЛЕЗЕН В ПОСТРОЕНИЯХ

Признак часто используют в задачах на построение, где важно доказать, что полученная фигура совпадает с заданной по форме и размерам.



РАБОТА С ОСОБЫМИ ФИГУРАМИ

Он помогает изучать равнобедренный треугольник, биссектрису и медиану: через равенство треугольников легко получать нужные свойства и равные отрезки.

ЧТО НУЖНО ЗАПОМНИТЬ О РАВЕНСТВЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

01

ПОЛНОЕ СОВПАДЕНИЕ

Равные треугольники совпадают по форме и размерам, поэтому у них равны все соответствующие стороны и углы. Это главный смысл понятия равенства в геометрии.

02

УСЛОВИЯ ПЕРВОГО ПРИЗНАКА

Чтобы применить первый признак, нужно показать равенство двух сторон и угла между ними. Если хотя бы один элемент выбран неверно, доказательство не получится.

03

ТОЧНОЕ СООТВЕТСТВИЕ

Нельзя сравнивать треугольники без правильного сопоставления вершин, сторон и углов. Одинаковый порядок записи помогает избежать ошибок и сделать вывод строго.

04

ОСНОВА ДЛЯ ЗАДАЧ

Первый признак — один из самых важных инструментов школьной геометрии. Он помогает доказывать свойства фигур и решать задачи без лишних измерений.

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК, КОТОРЫЙ ПОМОГАЕТ ДОКАЗЫВАТЬ

Равенство треугольников — это точное совпадение фигур, а первый признак позволяет установить его по двум сторонам и углу между ними. Это один из главных инструментов геометрии.