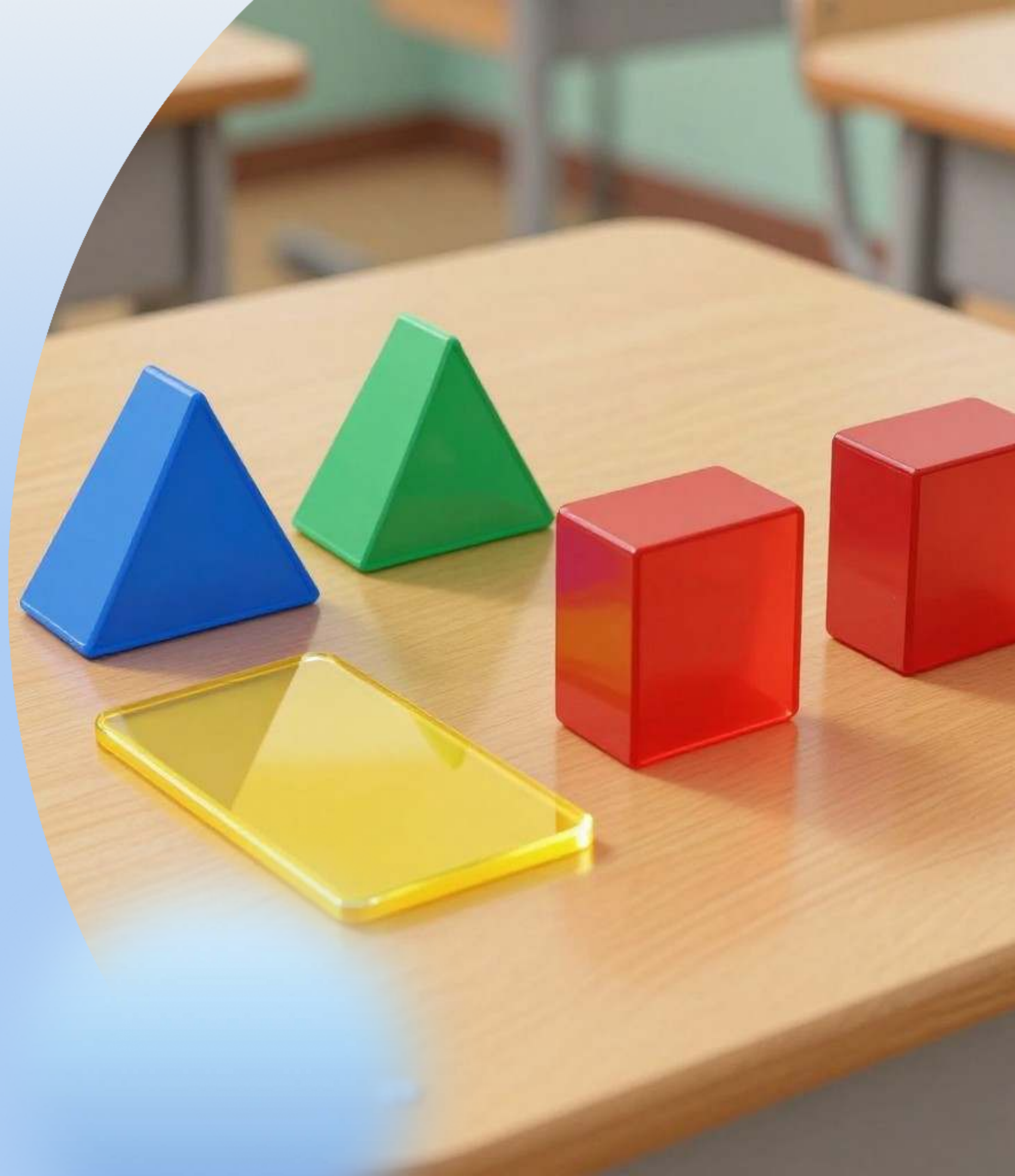


Преобразования фигур в геометрии: основные идеи и виды

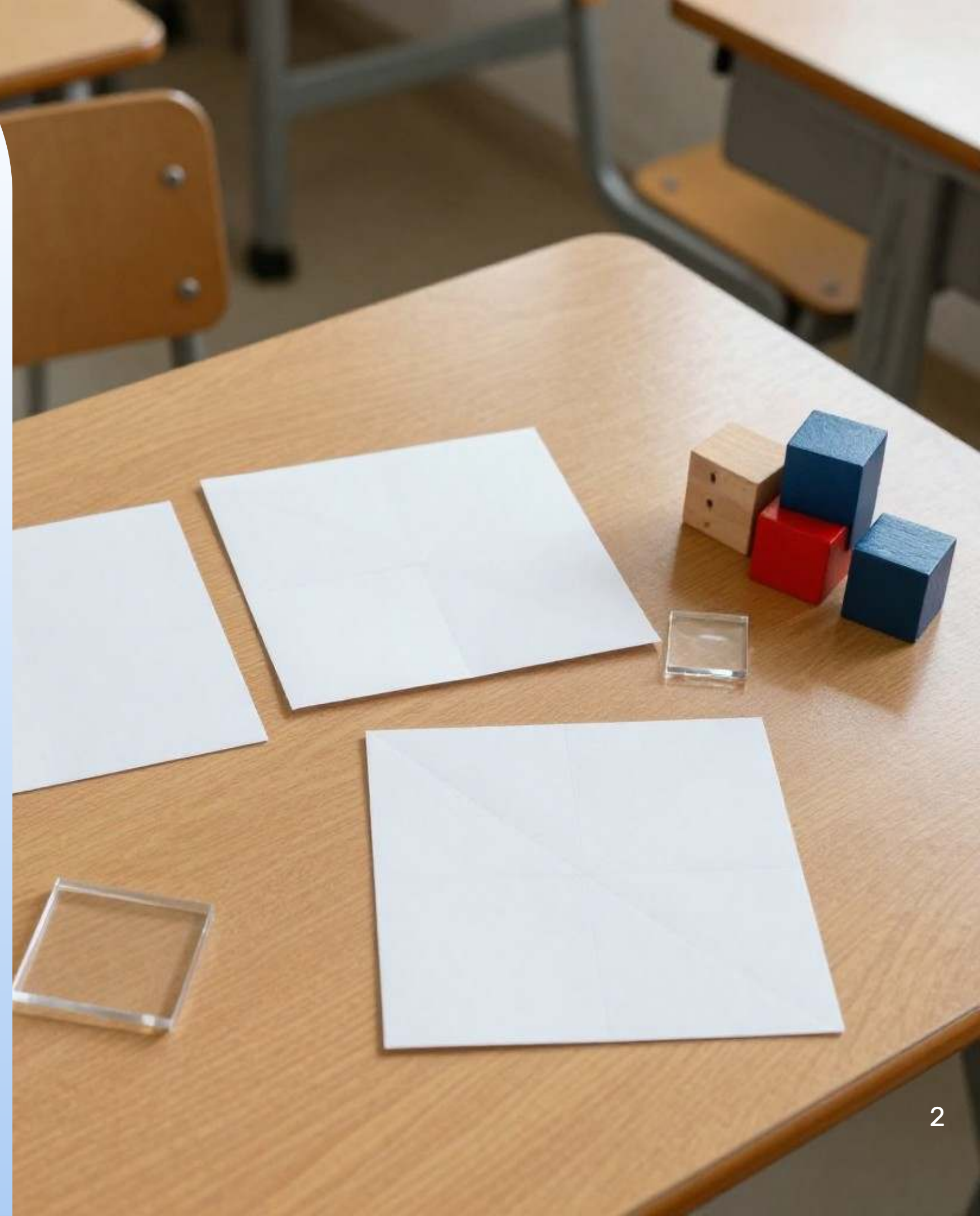
Как меняются фигуры и что при этом сохраняется?



Зачем изучать преобразования в 9 классе



Эта тема помогает понимать равенство и подобие фигур, уверенно работать с координатами и решать задачи на симметрию. Она связывает чертежи, вычисления и геометрические свойства в единую систему.



Что называется геометрическим преобразованием :::



Правило для точек

Геометрическое преобразование задаёт способ, по которому каждая точка плоскости получает новое положение. Для всей фигуры это означает переход из одной конфигурации в другую по строгому закону.



Прообраз и образ

Исходная фигура называется прообразом, а результат преобразования — образом. Эти термины помогают точно описывать, что было задано сначала и что получилось после выполнения правила.



Что может сохраняться

В зависимости от вида преобразования могут сохраняться длины, углы, площадь, форма и ориентация фигуры. Поэтому одни преобразования не меняют саму фигуру, а другие только изменяют её размер.



Движения фигур

Если сохраняются расстояния между любыми точками, преобразование относится к движениям. Такие преобразования сохраняют фигуру как геометрический объект, даже если она занимает другое место на плоскости.



Связь с геометрией

Понимание преобразований помогает сравнивать фигуры, выявлять симметрию и доказывать их равенство или подобие. Это одна из важных идей школьной геометрии.

Основные виды преобразований и их свойства



Вид	Что меняется	Что сохраняется
Перенос	положение	всё
Поворот	положение	всё
Ос. симметрия	ориентация	длины, углы, площадь
Центр. симметрия	положение	длины, углы, площадь
Гомотетия	масштаб	углы, форма

- + Сравнение показывает, какие свойства фигуры сохраняются, а какие могут изменяться при разных преобразованиях.
- + Движения сохраняют фигуру без изменения размеров, а гомотетия сохраняет подобие, но меняет масштаб.
- Школьный курс геометрии, тема «Преобразования фигур»

Параллельный перенос на координатной плоскости :::

+

Одинаковый сдвиг

При параллельном переносе все точки фигуры смещаются на один и тот же вектор. Поэтому фигура остаётся той же самой по форме и размеру, но оказывается в новом месте.

+

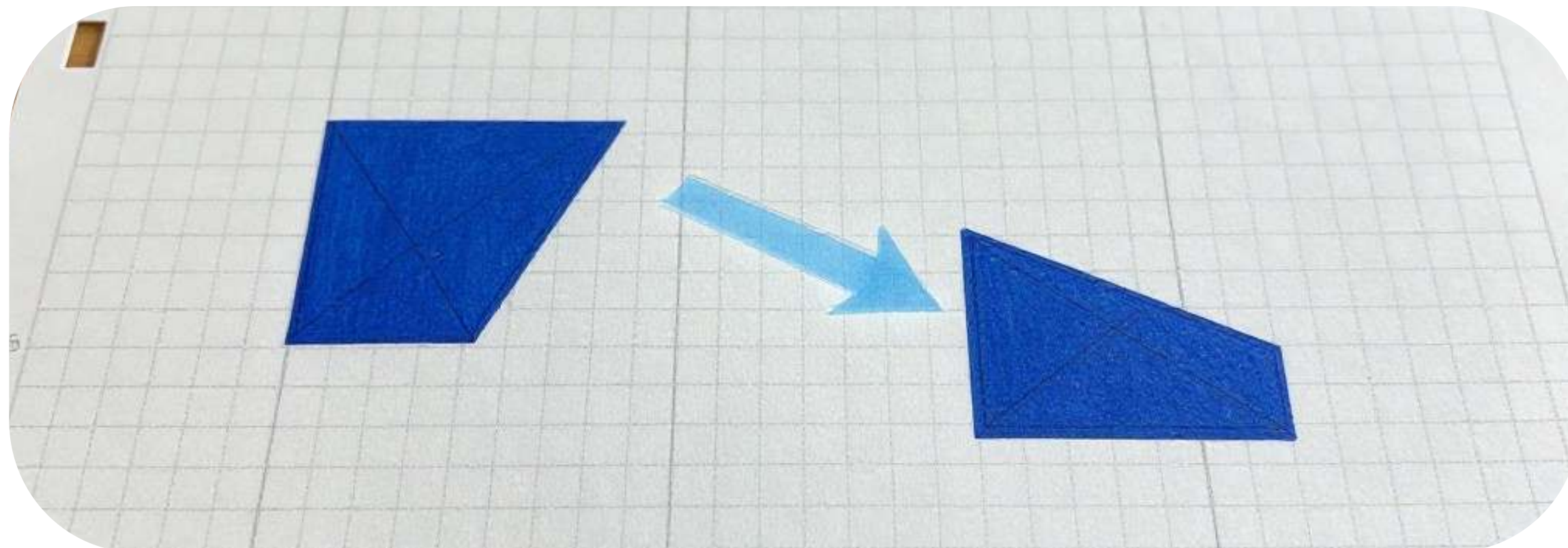
Координатное правило

На плоскости перенос удобно задавать формулой $x' = x + a$, $y' = y + b$. Это позволяет строить образ сразу по координатам, не измеряя каждую сторону линейкой.

+

Что сохраняется

Параллельный перенос сохраняет длины отрезков, величины углов и площадь фигуры. Значит, он относится к движениям и не изменяет геометрические свойства самого объекта.

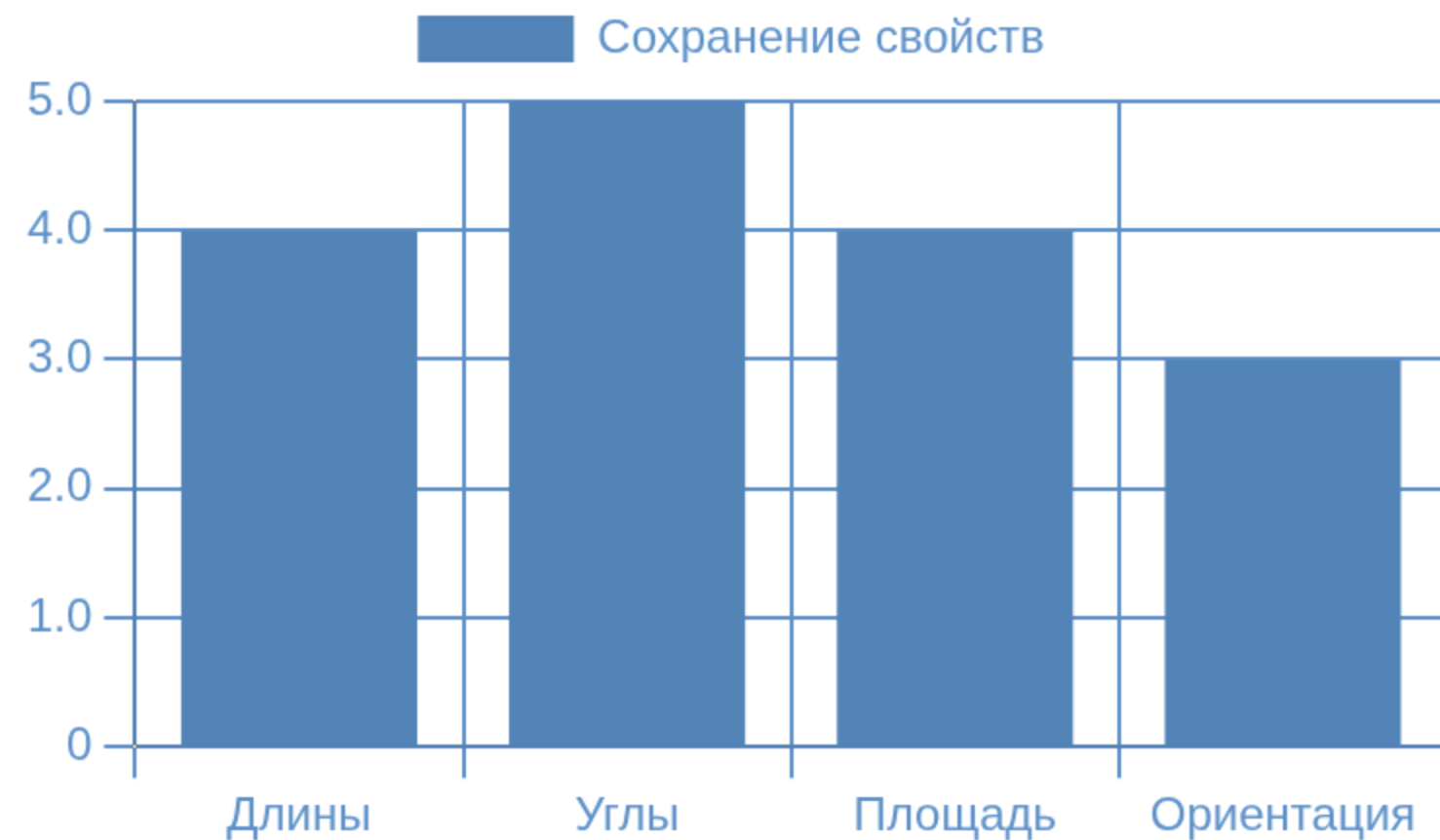


+

Примеры вокруг нас

Такое преобразование легко увидеть на картах, схемах и чертежах, где одинаковые объекты просто изображены в разных местах. Примером может служить повторяющийся знак или одинаковые детали узора.

Что сохраняют разные преобразования



Чем больше свойств сохраняет преобразование, тем ближе оно к движению. Углы сохраняются чаще всего, а ориентация может меняться при отражении.

Наиболее устойчивым свойством оказываются углы; ориентация меняется реже, чем длины и площадь.

Обобщение свойств преобразований в школьной геометрии

Поворот вокруг точки на заданный угол

1

Центр поворота

Поворот выполняется вокруг выбранной точки, которая остаётся неподвижной. Все остальные точки фигуры движутся по окружностям с центром в этой точке, сохраняя расстояние до неё.

2

Частые углы

В задачах особенно часто используют повороты на 90° , 180° и 270° . Такие углы удобны для построений, потому что образ можно получить по известным геометрическим правилам.

3

Что сохраняется

Поворот не меняет длины отрезков, величины углов и форму фигуры. Поэтому он относится к движениям и позволяет получать равные фигуры, расположенные по-разному.

4

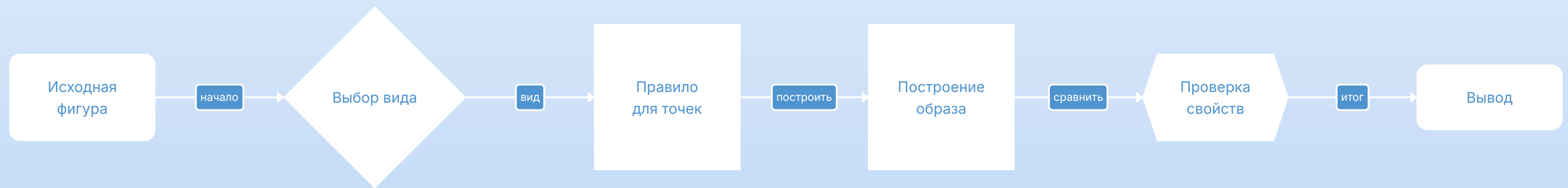
Как узнать результат

Если известны центр и угол поворота, образ можно построить точка за точкой. Это особенно полезно в координатной плоскости и при работе с симметричными чертежами.



Как выполнить преобразование фигуры

Последовательность помогает не перепутать правило преобразования и проверить, что именно изменилось.



Осевая симметрия и зеркальные фигуры :::

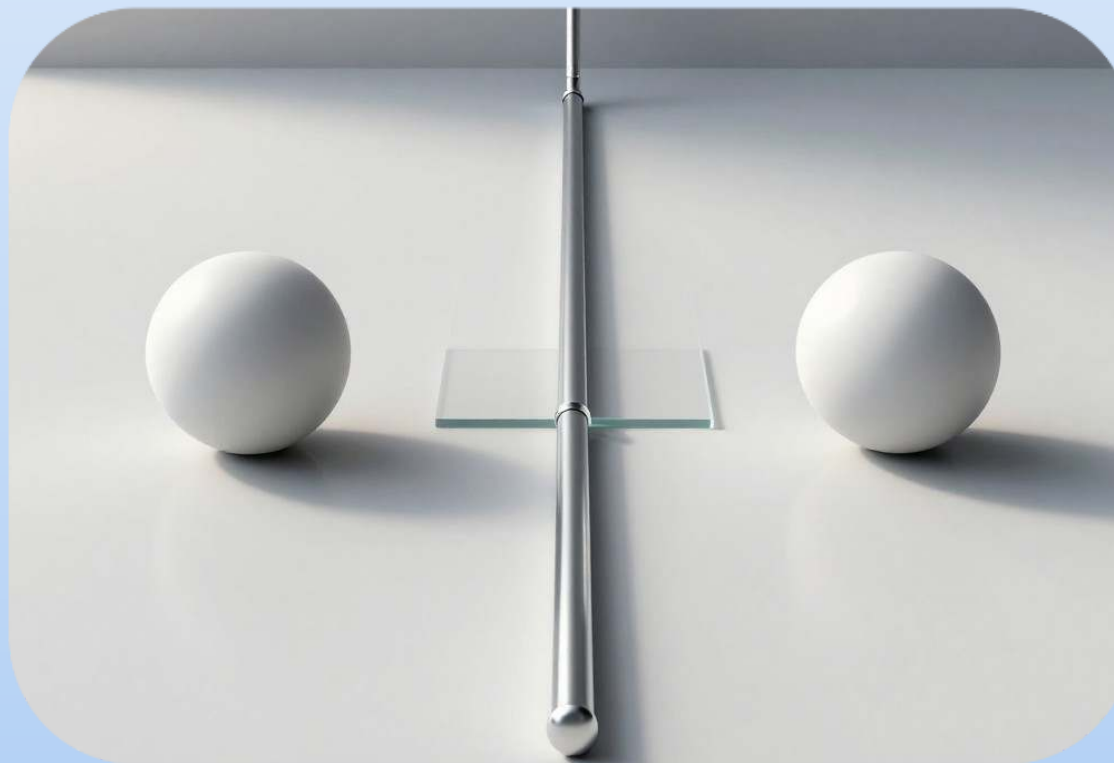
Бабочка как пример оси

У бабочки левая и правая части выглядят почти одинаково, если провести ось по телу. Каждая точка одной стороны имеет зеркальную пару на другой стороне, поэтому рисунок кажется уравновешенным и цельным.



Отражение в чертеже

При осевой симметрии точка и её образ находятся по разные стороны от оси на одинаковом расстоянии. Отрезок между ними перпендикулярен оси, а сама фигура сохраняет размеры и форму.



Симметрия в орнаментах

Зеркальные элементы часто встречаются в буквах, листьях, архитектурных узорах и декоративных композициях. Такая симметрия делает изображение аккуратным, ритмичным и легко узнаваемым.



Центральная симметрия и поворот на 180°

1

Пара точек и центр

При центральной симметрии точка и её образ лежат по разные стороны от центра и находятся от него на одинаковом расстоянии. Центр играет роль точки, вокруг которой строится вся фигура.

2

Поворот на пол-оборота

Центральную симметрию можно представить как поворот на 180° вокруг одной точки. После такого поворота каждая точка оказывается на противоположной стороне, но на той же линии через центр.

3

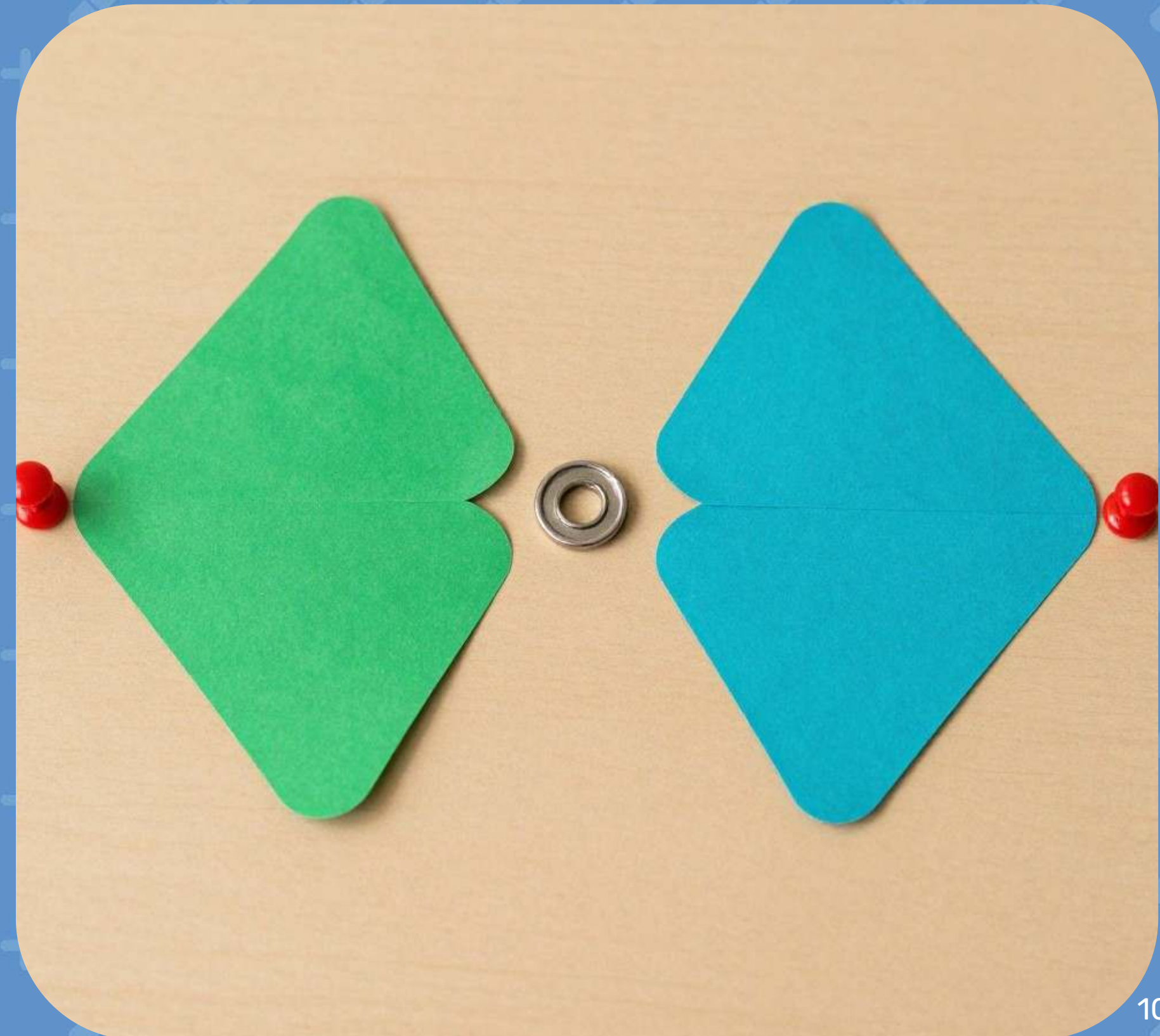
Что сохраняется

Преобразование сохраняет длины, углы, площадь и форму фигуры. Поэтому оно относится к движениям и не изменяет геометрический облик объекта, а только меняет его расположение.

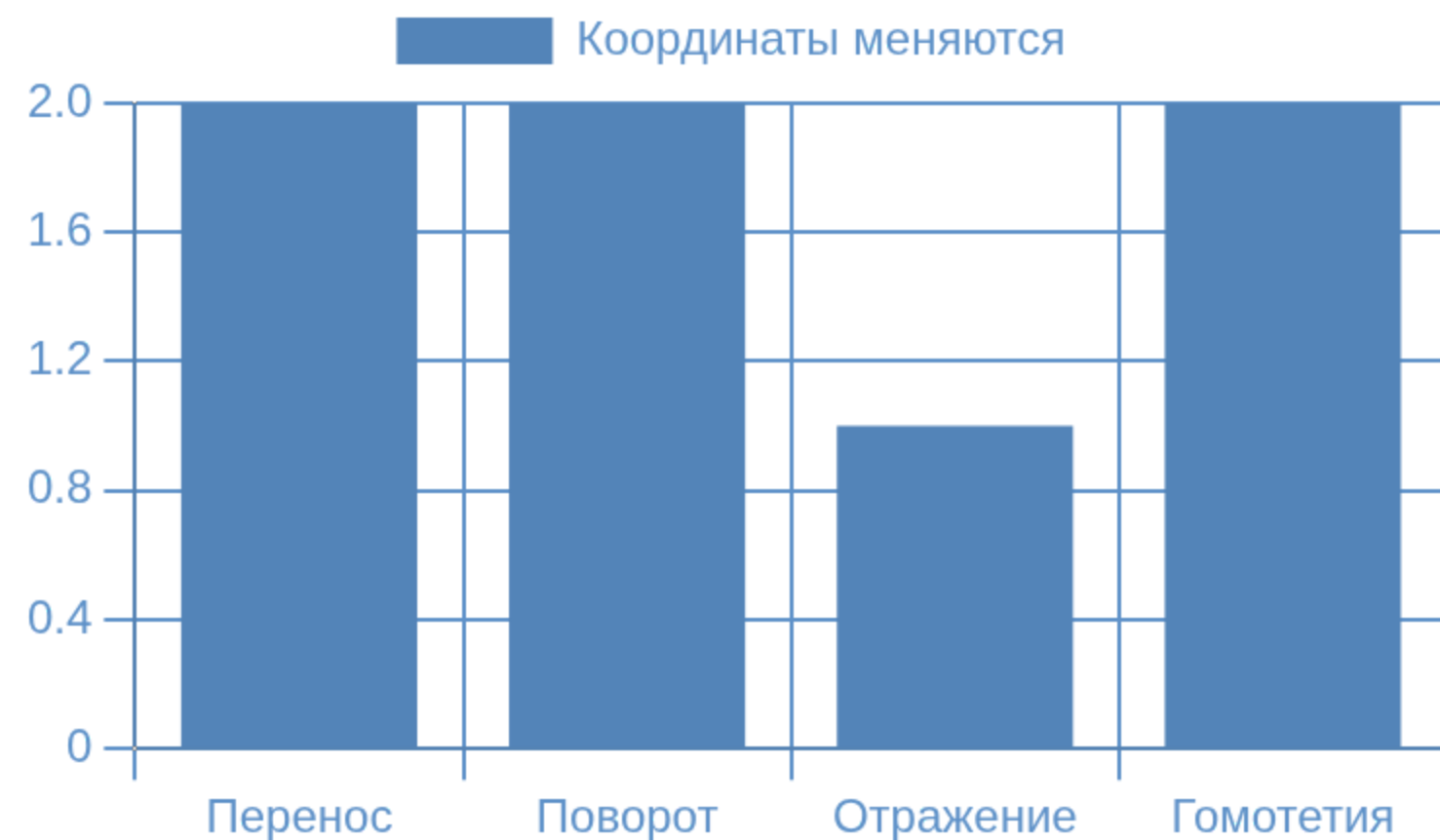
4

Где встречается

Центральная симметрия часто используется в узорах, чертежах и построениях. Её удобно замечать в фигурах, которые совпадают сами с собой после поворота на 180° .



Как преобразования выглядят в координатах



По формулам легко строить образ фигуры без линейки и транспортира: достаточно знать правило для каждой точки.

У всех преобразований есть чёткое координатное правило, но характер изменения координат у них разный.

Иллюстративная схема по теме «Преобразования».

Сравнение свойств преобразований

- Обобщение свойств преобразований в школьной геометрии.

Свойство	Движения	Гомотетия
Длины и углы	сохр.	углы
Площадь и форма	сохр.	форма
Ориентация	обычно да	да

Таблица показывает, какие свойства фигуры сохраняются при разных преобразованиях, а какие могут изменяться.

Движения сохраняют фигуру целиком, а гомотетия сохраняет подобие, но меняет масштаб и площадь.

Гомотетия: главные идеи



Увеличение

Если коэффициент гомотетии больше 1, фигура становится крупнее. Все её стороны и расстояния от центра растут в одинаковое число раз.



Уменьшение

При коэффициенте от 0 до 1 фигура уменьшается, но остаётся похожей на исходную. Форма не искажается, меняется только масштаб.



Что сохраняется

Углы и пропорции сторон при гомотетии не меняются. Поэтому две фигуры можно сравнивать как подобные, даже если их размеры различны.



Где используется

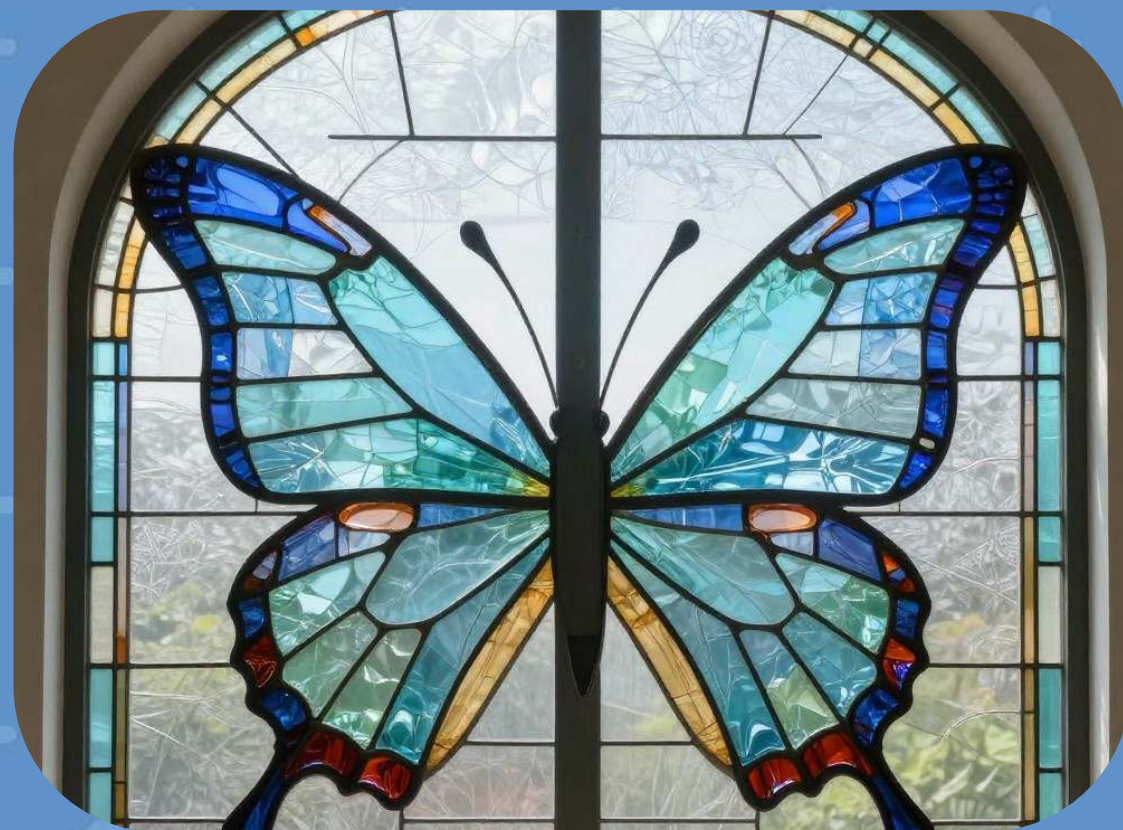
Гомотетия помогает читать карты, выполнять чертежи и создавать модели. Она нужна там, где одно изображение должно быть точной уменьшенной или увеличенной копией другого.

Как симметрия и повторение создают красоту



Орнамент из одного элемента

Если повторить один мотив с помощью переноса, получается ровный ряд узора. Так строят бордюры, кайму на ткани и декоративные полосы на керамике. Повторение делает рисунок понятным и аккуратным, а ритм сразу заметен глазу.



Зеркальная композиция

Отражение часто используют, когда нужно уравновесить левую и правую части изображения. Поэтому симметрия так заметна в бабочках, витражах и узорах на фасадах. Зеркальный порядок создаёт ощущение спокойствия и завершенности.



Поворот в декоре и архитектуре

Поворот помогает строить розетки, звёздчатые узоры и мозаики, где один фрагмент повторяется вокруг центра. В архитектуре это видно в куполах, решётках и декоративных вставках. Такие композиции выглядят цельно и торжественно.

Где встречаются преобразования В ЖИЗНИ



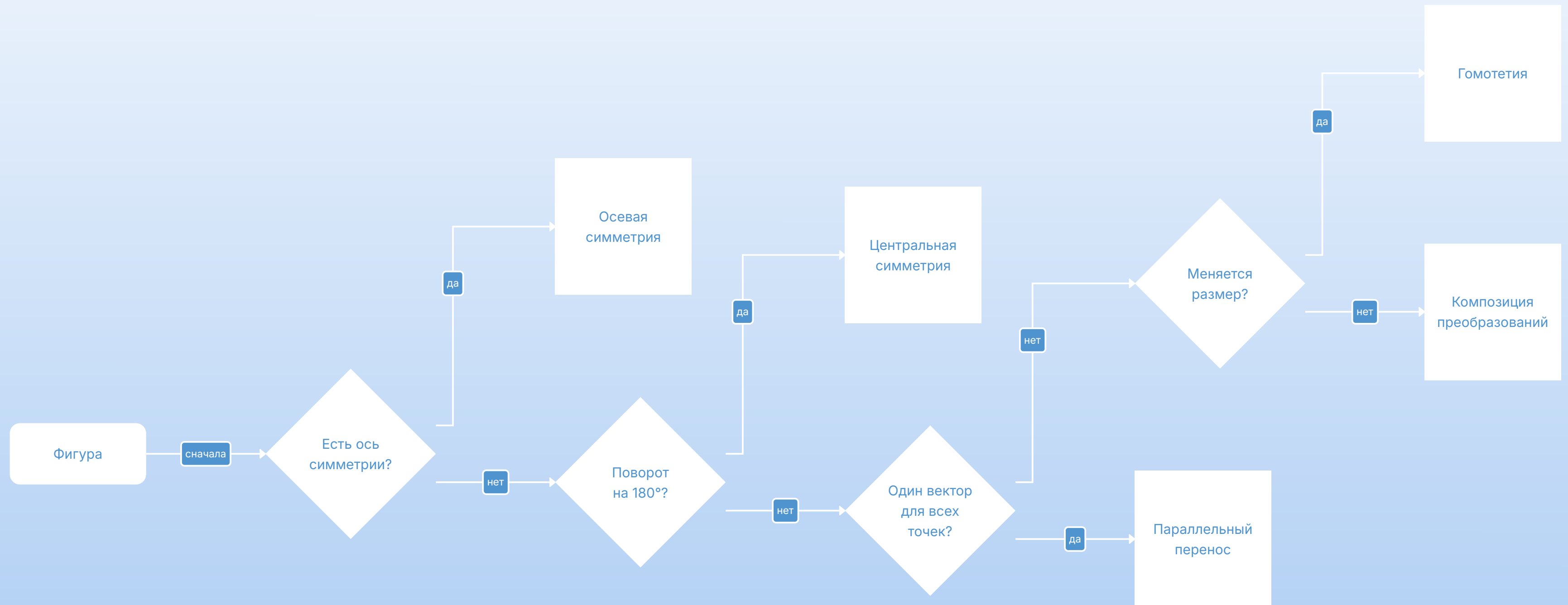
Одни и те же идеи работают в задачах, рисунках, природных формах и технических моделях. Это делает тему особенно наглядной.

Преобразования встречаются почти везде, потому что помогают описывать порядок, повторение, масштаб и симметрию.

Иллюстративная диаграмма по разделу «Преобразования».

Как распознать вид симметрии или преобразования

Схема построена по признакам, которые помогают отличить основные преобразования на плоскости.



Типичные ошибки при изучении преобразований :::

+

Путают два вида симметрии

Осевая и центральная симметрия похожи по названию, но устроены по-разному. В первой есть ось отражения, а во второй — центр, вокруг которого фигура как бы поворачивается.

+

Считают, что всё меняется

При повороте и отражении расстояния между точками не меняются. Ошибка возникает, когда ученик принимает новое положение фигуры за изменение её размера.

+

Забывают про гомотетию

Гомотетия сохраняет углы и форму, но не сохраняет длины. Поэтому нельзя считать её движением: фигура остаётся похожей, но становится больше или меньше.

+

Ошибаются в знаках

При работе с координатами важно внимательно менять знаки. Особенно часто путают отражение относительно осей и поворот на 180° вокруг начала координат.

+

Не проверяют результат

После построения полезно сравнить образ с исходной фигурой по ключевым признакам: равенству сторон, углов, ориентации и масштаба. Это помогает быстро найти неточность.

Примеры преобразований в координатах



Правило	Точка	Образ
Перенос (2; -1)	A(1; 3)	A'(3; 2)
Отражение относительно оси x	B(4; -2)	B'(4; 2)
Поворот на 180°	C(-3; 5)	C'(3; -5)
Гомотетия, k=2	D(1; 2)	D'(2; 4)



В таблице показано, как одно и то же правило преобразования меняет координаты точки без измерений на чертеже.



Каждое преобразование имеет своё правило записи координат, поэтому образ можно построить точно и быстро.



Учебные примеры по теме «Преобразования на координатной плоскости».

Зачем преобразования нужны при решении задач

1

Чтобы доказывать

Преобразования помогают показать равенство и подобие фигур без длинных вычислений. Достаточно увидеть, что одна фигура переходит в другую по известному правилу.

2

Чтобы замечать симметрию

Симметричные элементы легче сравнивать и строить. Это удобно в геометрических чертежах, когда нужно найти ось, центр или повторяющийся фрагмент.

3

Чтобы работать на координатной плоскости

В координатных задачах преобразования позволяют получить ответ по формуле. Это сокращает вычисления и помогает избежать лишних построений.

4

Чтобы собирать сложные фигуры

Перенос, поворот, отражение и гомотетия позволяют составлять сложные рисунки из простых частей. Такой приём часто встречается и в школьных, и в олимпиадных задачах.

Преобразования, которые соединяют всю геометрию

Преобразования показывают, как фигуры меняются по точному правилу. Они связывают симметрию, координаты, чертежи и реальные объекты, а знания о них нужны для подоби́я и построений.