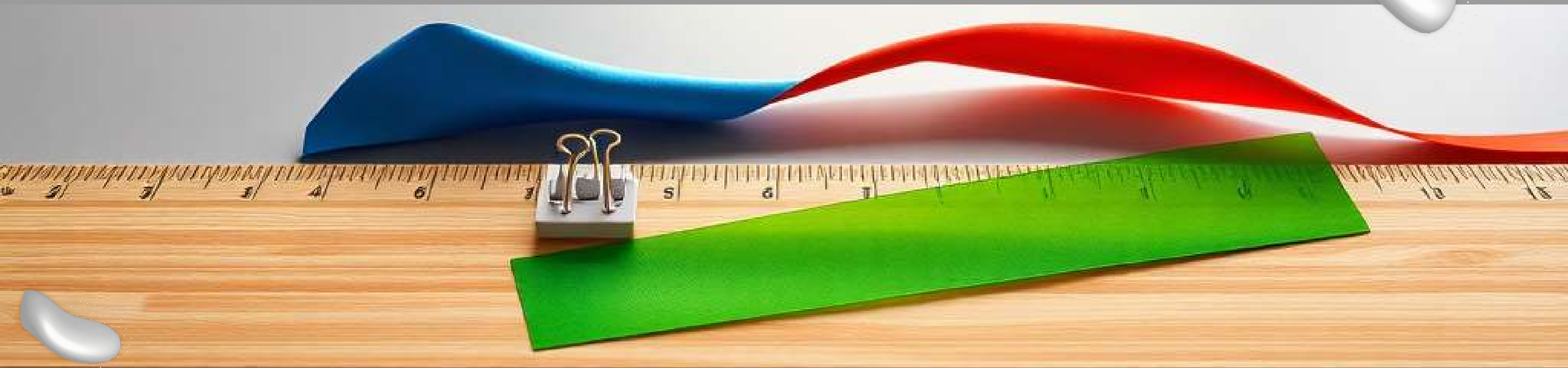


Неравенства с одной переменной и их системы

От условий к диапазону решений



Зачем изучать неравенства в 9 классе

Неравенства помогают описывать реальные ограничения: от возраста и скорости до цены и температуры. В 9 классе они укрепляют базу алгебры и подводят к работе с функциями и более сложными задачами, где важен не один ответ, а целый промежуток значений.



Что такое неравенство с одной переменной

Одна неизвестная

В неравенстве есть буква, обозначающая неизвестное число, и знак сравнения. Такая запись показывает, какие значения переменной делают утверждение верным.

Примеры записей

К неравенствам с одной переменной относятся записи вида $x > 3$, $x \leq 7$, $2x - 5 < 9$. Во всех случаях нужно найти подходящие значения x .

Ответ — множество чисел

Решением неравенства является не одно число, а все числа, которые подходят условию. Поэтому ответ удобно выражать промежутком, лучом или отрезком на прямой.

Знаки неравенства и их смысл



Меньше

Знак $<$ показывает, что значение слева меньше значения справа. Он используется, когда левая часть должна быть строго меньше правой, без равенства.



Больше

Знак $>$ означает, что левая часть больше правой. Это строгий знак: граничное значение в ответ не входит и не может считаться подходящим.



Меньше или равно

Знак $\leq$ читается как «меньше или равно». Он включает границу, поэтому найденное значение может совпадать с правой частью и оставаться верным.



Больше или равно

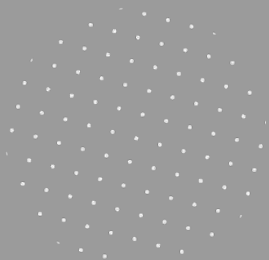
Знак $\geq$ означает «больше или равно». Такое неравенство допускает равенство, поэтому граничное число обязательно входит в множество решений.

Как записываются решения неравенств

Вид	Пример	Решение	Прямая
$x > 4$	больше 4	$(4; +\infty)$	пустая точка, луч вправо
$x \leq -2$	не больше -2	$(-\infty; -2]$	закр. точка, луч влево
$-1 < x < 5$	между -1 и 5	$(-1; 5)$	две пустые точки
$x \geq 3$	не меньше 3	$[3; +\infty)$	закр. точка, луч вправо

- Один и тот же ответ можно записать по-разному: словами, промежутком и на числовой прямой.
- Промежутки делают ответ коротким и точным, а числовая прямая помогает сразу увидеть, входит ли граница в решение.

Линейные неравенства

**1**

Линейная форма

Линейные неравенства имеют вид $ax + b > c$, $ax + b < c$, $ax + b \geq c$ или $ax + b \leq c$. Переменная в них стоит только в первой степени.

2

Удобные преобразования

Такие неравенства решают с помощью равносильных действий: раскрывают скобки, переносят слагаемые и приводят подобные члены, чтобы получить более простую запись.

3

Деление на коэффициент

Если перед переменной стоит число, неравенство делят на этот коэффициент. Когда число положительное, знак сохраняется, а при отрицательном — меняется на противоположный.

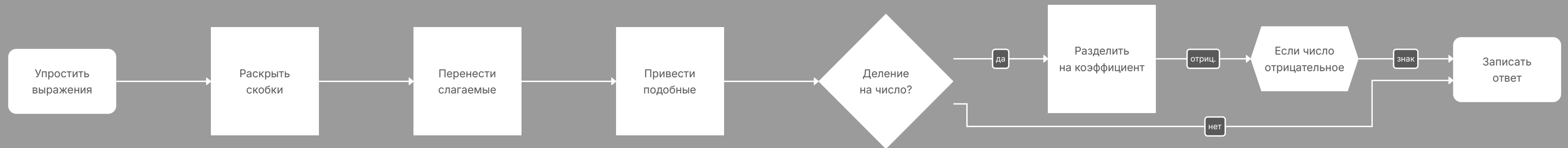
4

Итог в виде промежутка

После преобразований ответ записывают как промежуток или луч на числовой прямой. Так сразу видно, какие значения переменной подходят, а какие исключаются.

Алгоритм решения линейного неравенства

Последовательность равносильных преобразований до записи ответа



Числовая прямая как способ записи ответа

8

Пустая точка

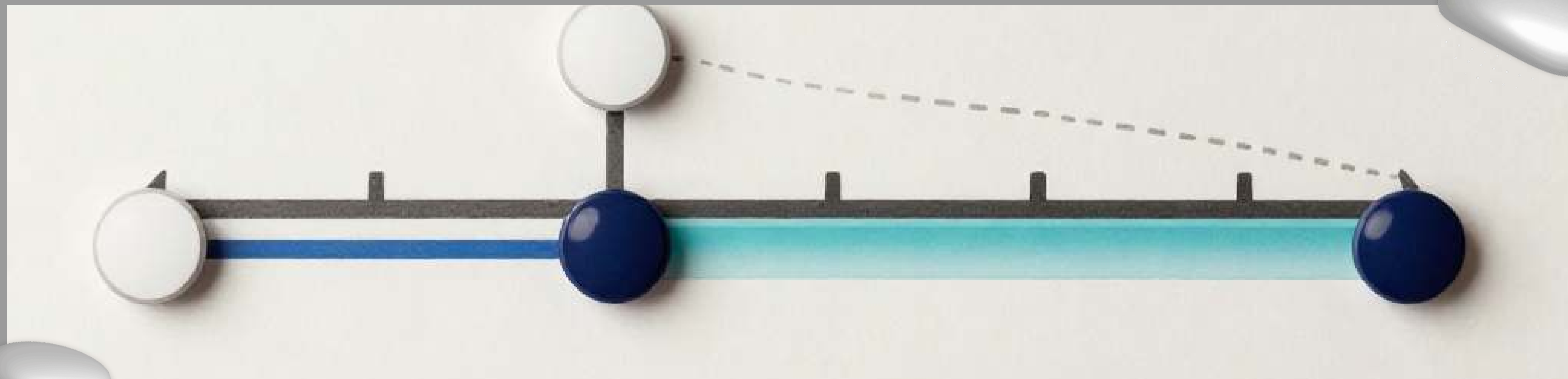
Пустая точка показывает, что граница не входит в ответ. Её ставят для строгих неравенств, когда число лишь приближает решение, но не принадлежит ему.

Закрашенная точка

Закрашенная точка означает, что граничное число входит в множество решений. Такой знак используют при нестрогих неравенствах, где допустимо равенство с границей.

Лучи и промежутки

Стрелка на прямой показывает луч, а выделенный участок между двумя точками — промежуток. По рисунку легко понять, где ответ начинается, заканчивается или не имеет границы.



Как меняется знак при умножении и делении

- При работе с неравенствами особенно важно следить не только за числами, но и за направлением знака. Именно отрицательный множитель меняет ход решения.
- Положительное число сохраняет знак сравнения, а отрицательное меняет его. Поэтому две похожие записи могут дать разные промежутки решений.



Свойства равносильных преобразований

10

1

Прибавление и вычитание

К обеим частям неравенства можно прибавить или вычесть одно и то же число. Это не меняет множество решений, потому что сравнение сохраняется.

2

Умножение на положительное

Если обе части умножить или разделить на положительное число, знак неравенства остаётся прежним. Такое преобразование удобно при работе с дробями и коэффициентами.

3

Что меняет отрицательное число

При делении или умножении на отрицательное число знак сравнения обязательно меняется на противоположный. Иначе получится неверный ответ и неправильный промежуток решений.

4

Почему это важно

Равносильные преобразования позволяют упрощать неравенства без потери решений. Главное — помнить, какие действия безопасны, а какие требуют изменения знака сравнения.

Неравенства со скобками и дробями

11

1. Упростить запись

Сначала раскрывают скобки и сокращают дроби, чтобы убрать лишние детали. Это помогает увидеть структуру неравенства и подготовить его к дальнейшим преобразованиям.

2. Привести к удобному виду

Затем при необходимости умножают обе части на общий знаменатель и переносят слагаемые. После этого неравенство обычно становится линейным.

3. Решить и записать ответ

Далее находят значение переменной, проверяют знак при делении на отрицательное число и записывают ответ промежутком на числовой прямой.

Типичные ошибки при решении неравенств

- В таблице собраны частые ошибки и правильные действия, которые помогают избежать неверного ответа.
- Большинство ошибок связано со знаками, границами промежутка и внимательностью к записи выражений.

Ошибка	Пример	Правильно
Не меняют знак	$-3x > 6$	$x < -2$
Ставят лишнюю точку	$x < 5$	пустая точка
Путают луч и отрезок	$x \geq 2$	луч вправо
Ошибки в скобках	$-(x - 4)$	сменить знаки

Что такое система неравенств

Несколько условий

Система объединяет два или больше неравенств с одной переменной. Каждое из них задаёт свой набор допустимых значений, а вместе они описывают более точное ограничение.

Общее решение

Подходят только те значения переменной, которые делают верными все неравенства сразу. Если хотя бы одно условие нарушается, число не является решением системы.

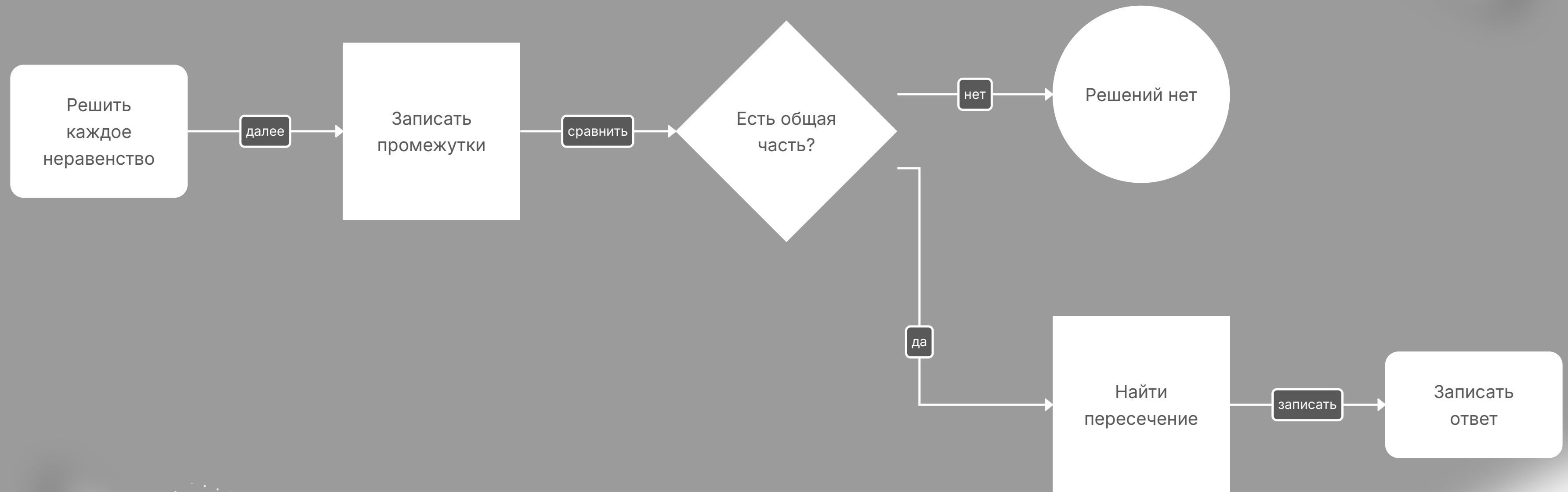
Пересечение промежутков

На числовой прямой ответ системы — это общая часть всех промежутков решений. Такой способ записи наглядно показывает, какие значения остаются после учёта всех условий.

Алгоритм решения системы неравенств

14

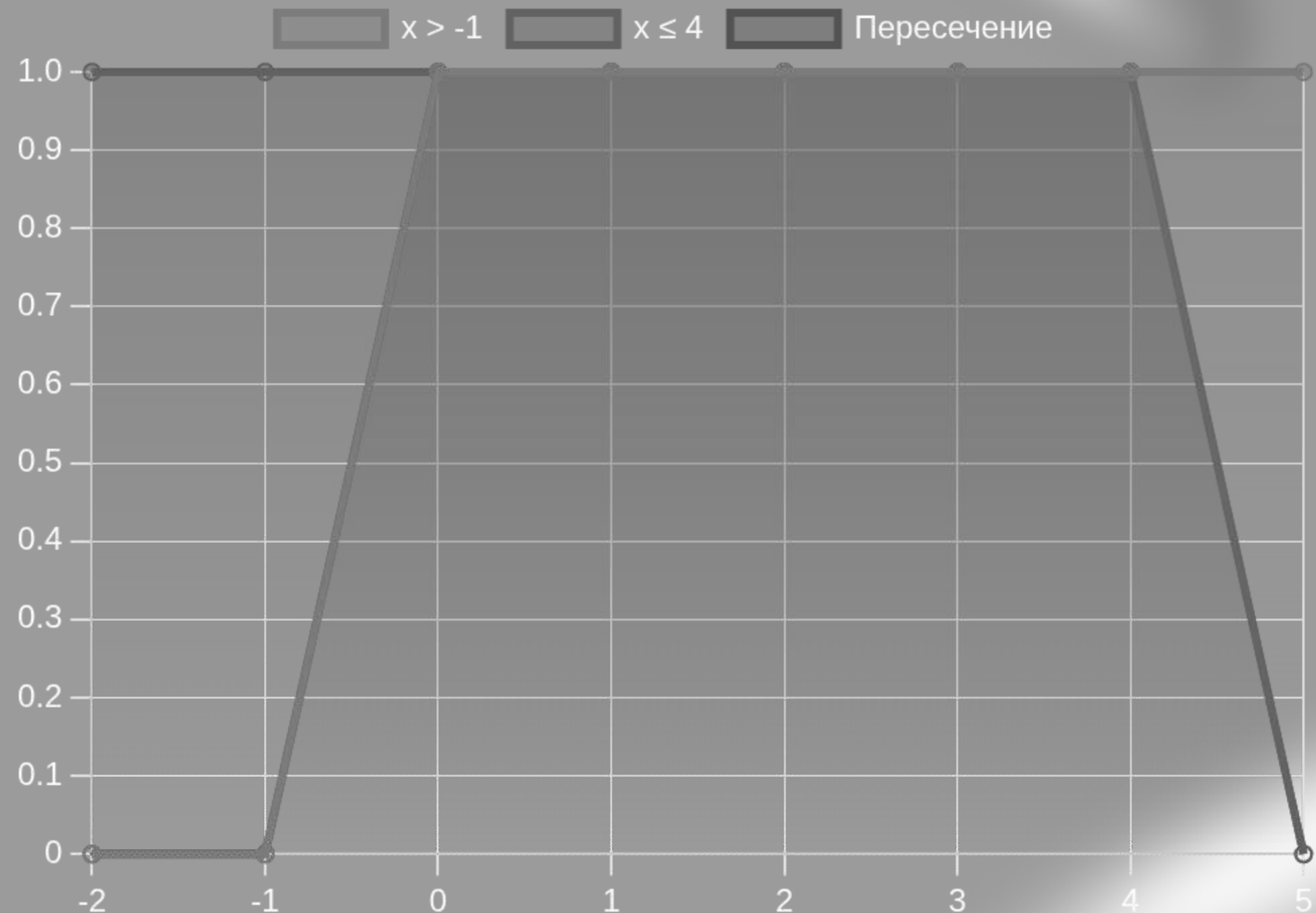
Последовательность действий при решении системы и проверке ответа на числовой прямой.



Пересечение промежутков решений

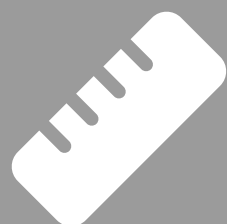
15

- Общая часть двух условий может быть короче каждого отдельного промежутка. На графике это видно как участок, где все требования выполняются одновременно.
- Решение системы — это именно пересечение, а не объединение: остаются только значения, подходящие обоим неравенствам.



Схематический пример по теме пересечения промежутков

Системы неравенств в задачах



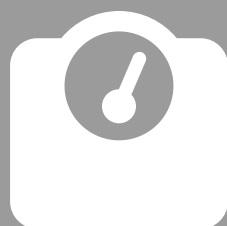
Размеры

Системы помогают задать допустимую длину, ширину или высоту, когда значение должно быть одновременно больше одного числа и меньше другого.



Время

В задачах на время система показывает допустимый интервал: например, событие должно начаться не раньше одного момента и не позже другого.



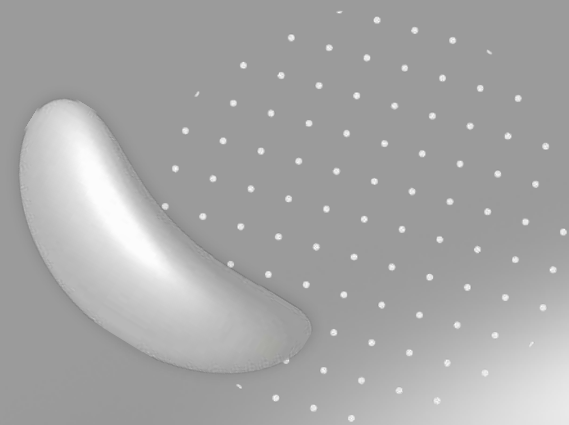
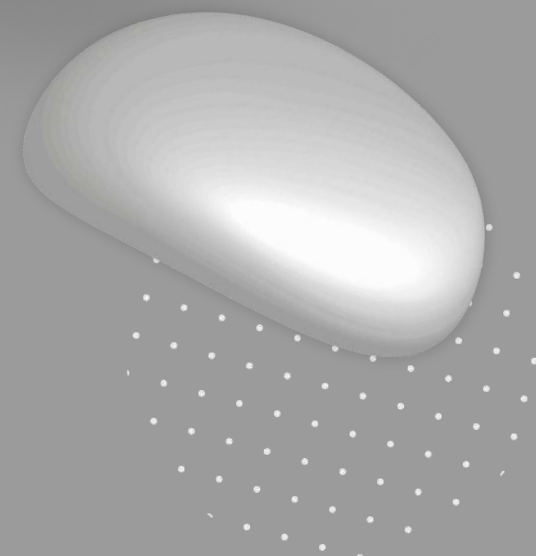
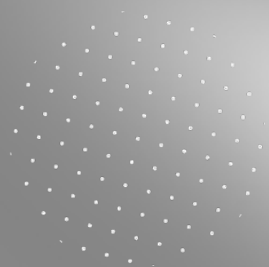
Масса

Ограничения по массе часто записываются как несколько условий сразу, чтобы результат попадал в безопасный или разрешённый диапазон.



Цена

При выборе покупки система неравенств задаёт границы бюджета: цена должна оставаться выше минимума и одновременно не превышать допустимый предел.



Неравенства в повседневных ситуациях



Температура и погода

Если на улице выше 0°C , запись неравенства помогает сразу понять условие: температура положительная. Для прогноза это удобно, потому что вместо длинного описания используется короткая математическая запись. На иллюстрации это можно показать термометром.



Контрольная по времени

На контрольную работу отводится не больше 45 минут. Такое ограничение легко выразить неравенством, где верхняя граница включается в ответ. На рисунке рядом с этим условием уместны часы, показывающие ограниченное время.



Покупка в пределах бюджета

Если сумма покупки не должна превышать заданный бюджет, неравенство помогает проверить, подходит ли выбранный товар. Здесь особенно важна граница, потому что цена может быть равна допустимому пределу. Для изображения подойдёт ценник.

Одно неравенство и система: в чём разница

Ситуация	Что получается	Вид ответа
Одно неравенство	одно условие	промежуток
Система двух	оба условия	пересечение
Без общей части	ни одно число	пустое множество

- Таблица показывает, как меняется ответ в зависимости от числа условий и наличия общей части решений.
- Система всегда строже одиночного неравенства: она оставляет только те значения, которые удовлетворяют всем условиям сразу.

Проверка ответа

**1**

Возьмите пример из ответа

Подставьте число из найденного промежутка в исходное неравенство или систему. Если все условия выполняются, ответ выбран верно и запись можно считать надёжной.

**2**

Проверьте число вне ответа

Возьмите значение, которое не входит в промежуток, и убедитесь, что оно нарушает хотя бы одно условие. Такая проверка помогает увидеть границу решения и избежать ошибки.

**3**

Сверьте знак и границы

Особенно внимательно проверяйте случаи с отрицательным числом и строгими неравенствами. Именно здесь чаще всего появляются неверный знак, лишняя точка или неправильный промежуток.

Неравенства и системы: главное запомнить

Неравенство с одной переменной задаёт множество решений, а система оставляет только общую часть этих множеств. Если уверенно работать со знаками, скобками и промежутками, задачи 9 класса становятся понятными и точными.