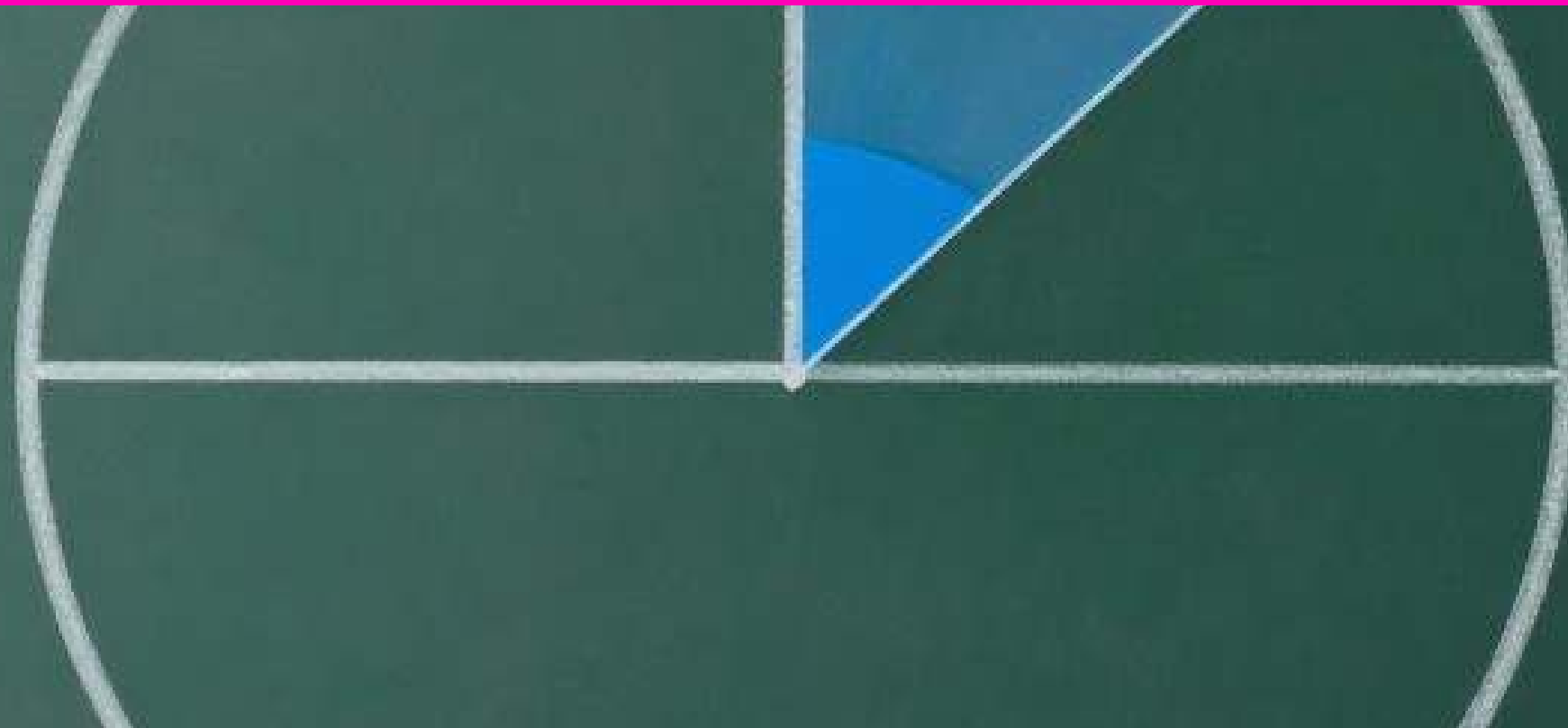


Площадь круга и его частей

Разберём, как радиус и число π помогают находить площади круга, сектора и кольца.



Где встречается круг и зачем считать его площадь



Круги — в колёсах и тарелках, на циферблатах и в крышках. Важно не путать окружность и круг: окружность — граница, а круг — вся внутренняя область. Для расчётов нужны радиус и число π (в школах часто берут 3,14).

Основные элементы круга

Центр круга — точка, от которой все точки окружности находятся на одинаковом расстоянии. Это «отправная точка», вокруг которой строится фигура и задаются остальные элементы.

Радиус — отрезок от центра до окружности. У одного круга все радиусы одинаковы, поэтому по радиусу можно описать размер всей фигуры. Именно радиус входит в формулу площади.

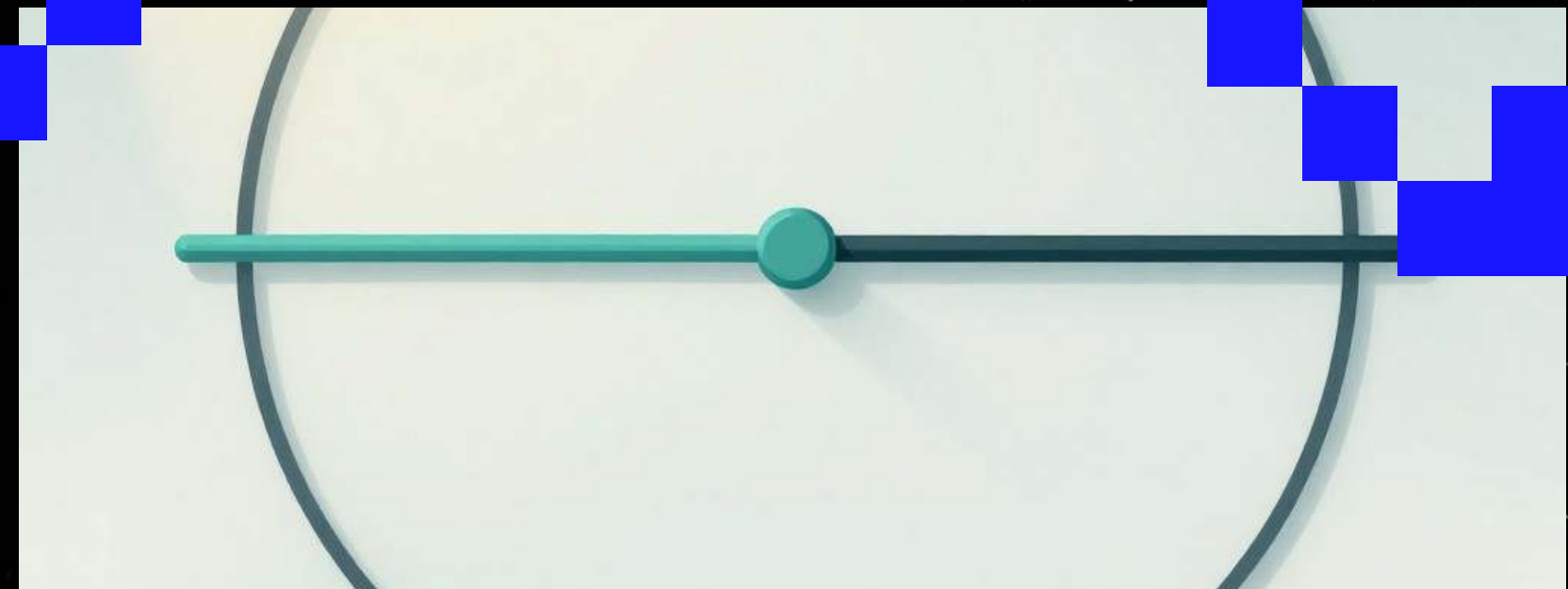
Диаметр проходит через центр и соединяет две точки окружности. Он равен двум радиусам, поэтому через диаметр можно найти радиус и дальше вычислить площадь круга или его частей.

Круг и окружность на рисунке



Граница и внутренность: что именно считаем

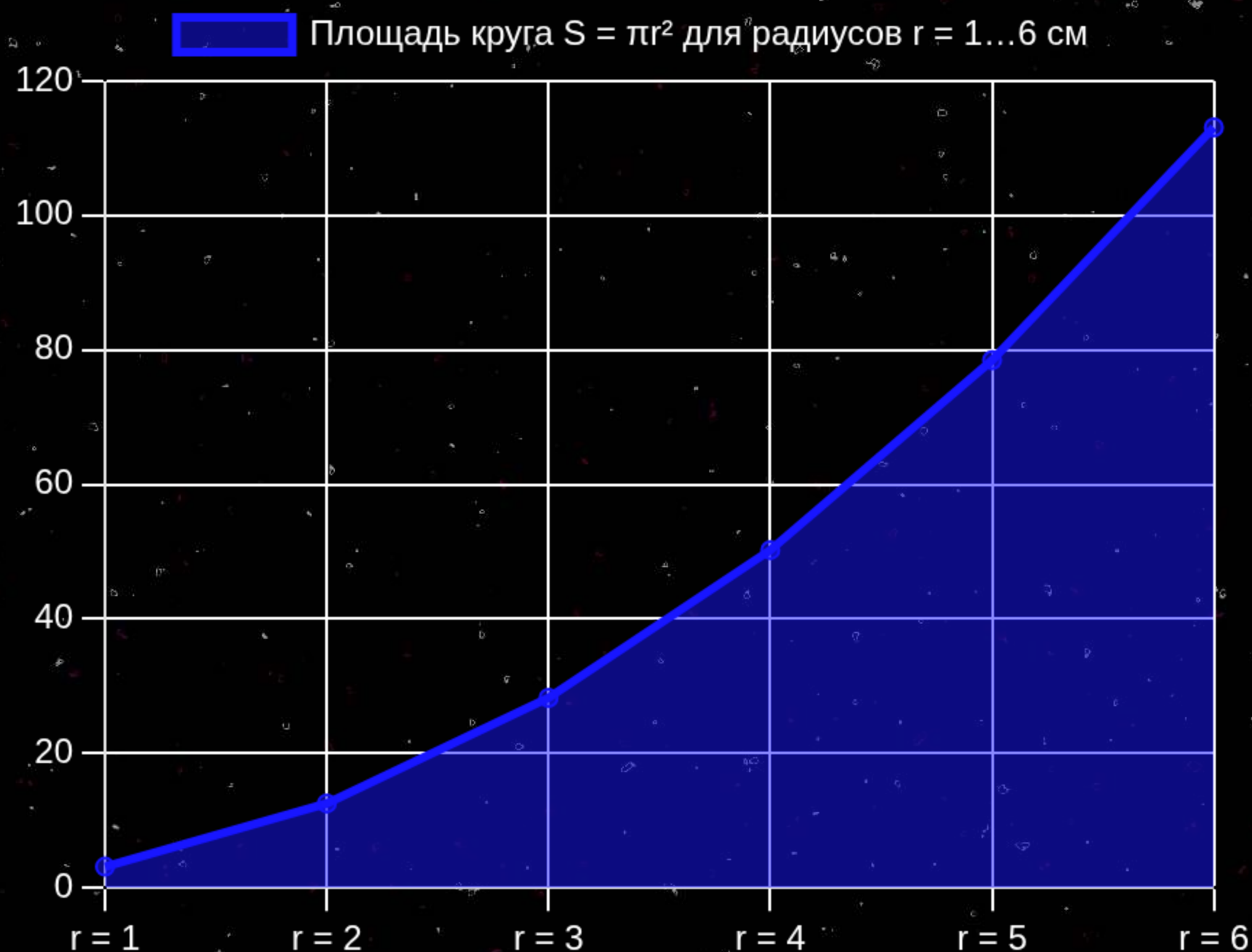
На картинке окружность изображают линией — это граница круга. Закрашенная область внутри и есть сам круг. Поэтому при вычислении площади мы считаем внутреннюю часть, а не «обводку».



Почему отмечают центр, радиус и диаметр

Схема показывает центр и отрезки до окружности: радиус и диаметр. По ним легко понять, откуда берётся формула площади. Такие отметки помогают зрительно связать размер фигуры с числом π и квадратом радиуса.

Как меняется площадь при увеличении радиуса



Когда радиус растёт, площадь увеличивается заметно быстрее, потому что в формуле он возводится в квадрат.

Увеличение радиуса не даёт «линейного» роста: изменение площади сильнее, чем изменение r , что хорошо видно по точкам графика.

Школьный курс математики: вычисления по формуле $S = \pi r^2$ ($\pi \approx 3,14$).

Формула площади круга $S = \pi r^2$ использует π . Если известен диаметр d , сначала находят $r = d/2$, затем подставляют в S .

3,14

Это приближённое значение π удобно для быстрых школьных вычислений численного результата.

Школьные учебники по математике ($\pi \approx 3,14$).

Примеры вычисления площади круга

Проверим формулу $S = \pi r^2$ на нескольких радиусах: числа округлены до двух знаков после запятой.

При увеличении радиуса в 2 раза площадь увеличивается в 4 раза, потому что S пропорциональна r^2 .

$r, \text{ см}$	$S, \text{ см}^2 (\approx)$
1	3,14
2	12,56
3	28,26
4	50,24

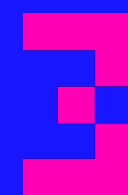
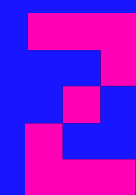
Вычисления по формуле $S = \pi r^2$ ($\pi \approx 3,14$).

Почему в формуле появляется число π

Число π одинаково для всех кругов: оно связывает размер окружности с её диаметром. Поэтому именно π «проявляется» в формулах, где участвуют эти величины.

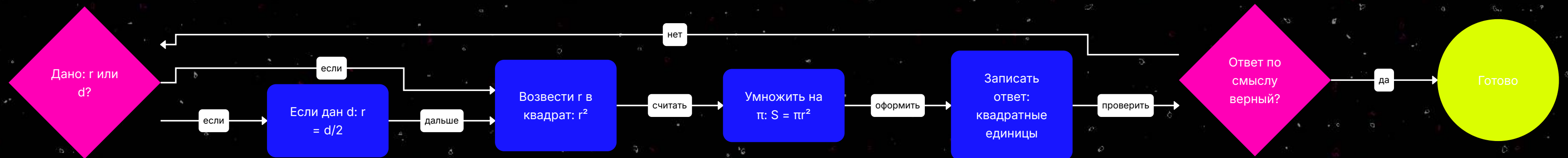
По значению π можно связывать разные характеристики круга: длину окружности и площадь. В школьных задачах обычно берут $\pi \approx 3,14$, а в более точных — используют дробь $\frac{22}{7}$.

В ответах можно оставлять π в точном виде, если требуется выражение. Если же нужен численный ответ, подставляют приближение, чтобы получить значение площади в конкретных единицах.



Алгоритм нахождения площади круга

Логика решения основана на формуле $S = \pi r^2$ и правилах перехода от диаметра к радиусу.



Сектор круга как часть круга



Сектор круга — это часть круга, ограниченная двумя радиусами и дугой окружности. Его можно представить как «дольку пиццы». Чем больше центральный угол, тем больше площадь сектора.

Если центральный угол равен 360° , сектор превращается во весь круг. Поэтому по углу легко понять долю сектора и при необходимости сравнить площади разных частей.

Площадь сектора
вычисляют по формуле $S = \pi r^2 \times \alpha / 360^\circ$. При $r = 6$ см
и $\alpha = 60^\circ$ получается $S = 6\pi$
 $\text{см}^2 \approx 18,84 \text{ см}^2$ — это доля
круга, равная $1/6$.

1/6

Когда центральный угол равен 60° ,
сектор занимает одну шестую часть
круга.

Учебная математика: формула площади сектора
и расчёт по $S = \pi r^2 \times \alpha / 360^\circ$ (использовано $\pi \approx 3,14$).

Части круга в реальных ситуациях



Циферблат часов

Стрелки часов делят круг на сектора. По центральному углу можно сравнить, какая часть времени «занята» определённым интервалом. Например, четверть циферблата соответствует 25% полного круга.



Круговые диаграммы

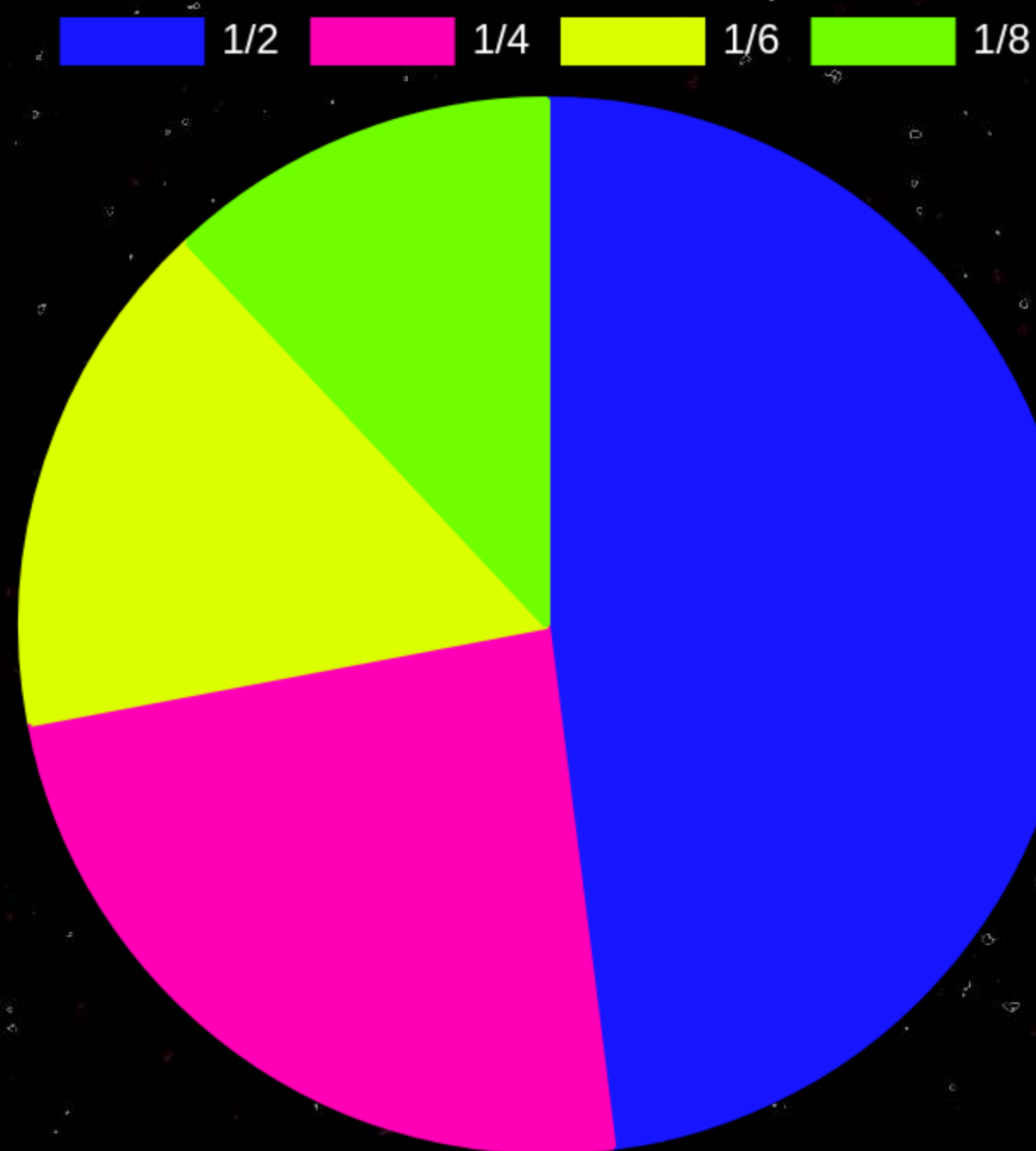
Круговые диаграммы отображают доли в виде секторов. Полный круг равен 100%, половина — 50%, четверть — 25%. Поэтому площади секторов наглядно показывают, какая категория больше или меньше.



Пирог и дольки

Если пирог разрезать на одинаковые дольки, каждый кусок — это сектор с соответствующим углом. Чем больше угол, тем больше площадь. Так легко увидеть связь «сколько отрезали» и результат.

Доли круга и их площади



Для круга радиуса 8 см общая площадь равна $64\pi \approx 201,06 \text{ см}^2$. Каждая доля получает соответствующую часть этой площади, поэтому числа на диаграмме согласуются с пропорцией.

Чем меньше доля, тем меньше площадь сектора: во сколько раз доля уменьшается, во столько же раз уменьшается и площадь. Это подтверждает прямую зависимость площади от доли круга.

Расчёт по формуле $S = \pi r^2$ при $r = 8 \text{ см}$ (значения округлены до десятых), без внешних данных.

Площадь кольца

Кольцо — это часть плоскости между двумя концентрическими окружностями с одним центром. Его площадь находят как разность площадей двух кругов, чтобы убрать «внутреннюю дырку».

Формула площади кольца: $S = \pi(R^2 - r^2)$, где R — внешний радиус, r — внутренний радиус. Разность в скобках показывает, какую часть «оставляют» внешние границы.

Пример: $R = 7$ см и $r = 3$ см. Тогда $S = \pi(7^2 - 3^2) = \pi(49 - 9) = 40\pi$ см².

Численно: $40\pi \approx 125,6$ см² (если брать $\pi \approx 3,14$). Такую площадь можно использовать, например, для оценки материала кольцевой заготовки.

Круг, сектор и кольцо: сравнение формул

Фигура	Что это	Формула площади
Круг	Вся внутренняя область	$S = \pi r^2$
Сектор	Часть круга	$S = \pi r^2 \times \alpha / 360^\circ$
Кольцо	Между окружностями	$S = \pi(R^2 - r^2)$

Сравните, какие размеры нужны и как вычисляется площадь: для круга — радиус, для сектора — радиус и угол, для кольца — два радиуса.

Одинаковый радиус/угол определяет, какая «доля» площади попадает в ответ: сектор — через $\alpha / 360^\circ$, кольцо — через разность двух площадей.

Систематизация формул из школьной геометрии (без внешних измерений).

Типичные ошибки при решении задач

Самая частая ошибка — подставить диаметр вместо радиуса. Напоминайте себе: в формулах площади стоит r , поэтому d нужно сначала делить на 2, иначе результат будет неверным.

Ещё одна причина ошибок — забыть возвести радиус в квадрат. Площадь растёт не линейно, а пропорционально r^2 , поэтому без квадрата вычисления сильно «занижаются» или «завышаются».

Путают единицы: длина записывается в сантиметрах, а площадь — в квадратных единицах (см^2 , м^2). Также могут спутать окружность и круг: площадь относится к кругу, не к линии окружности.

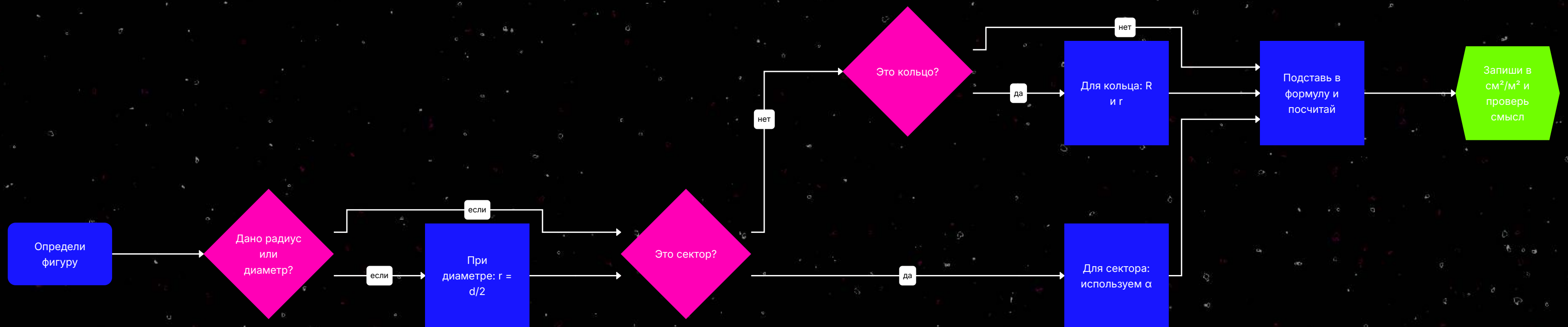
1

2

3

Алгоритм вычисления площади части круга

Последовательность действий для круга, сектора и кольца (выбор данных и формулы).



Геометрия круга в жизни и технике



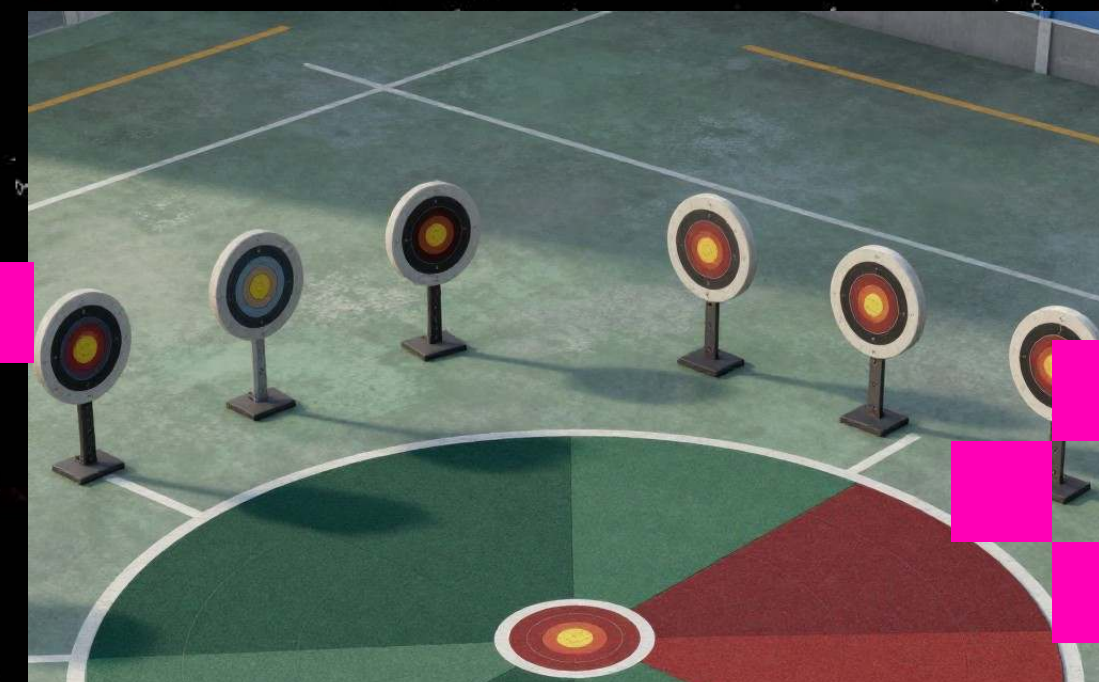
Колёса и запас пути

Колесо катится по дороге, но геометрия его круга помогает понимать, сколько материала и формы нужно для изготовления. Когда считают площадь «рабочей части», проще планировать размеры деталей и сопоставлять их с задачами на прочность.



Краска по кругу: от трафарета до окраски деталей

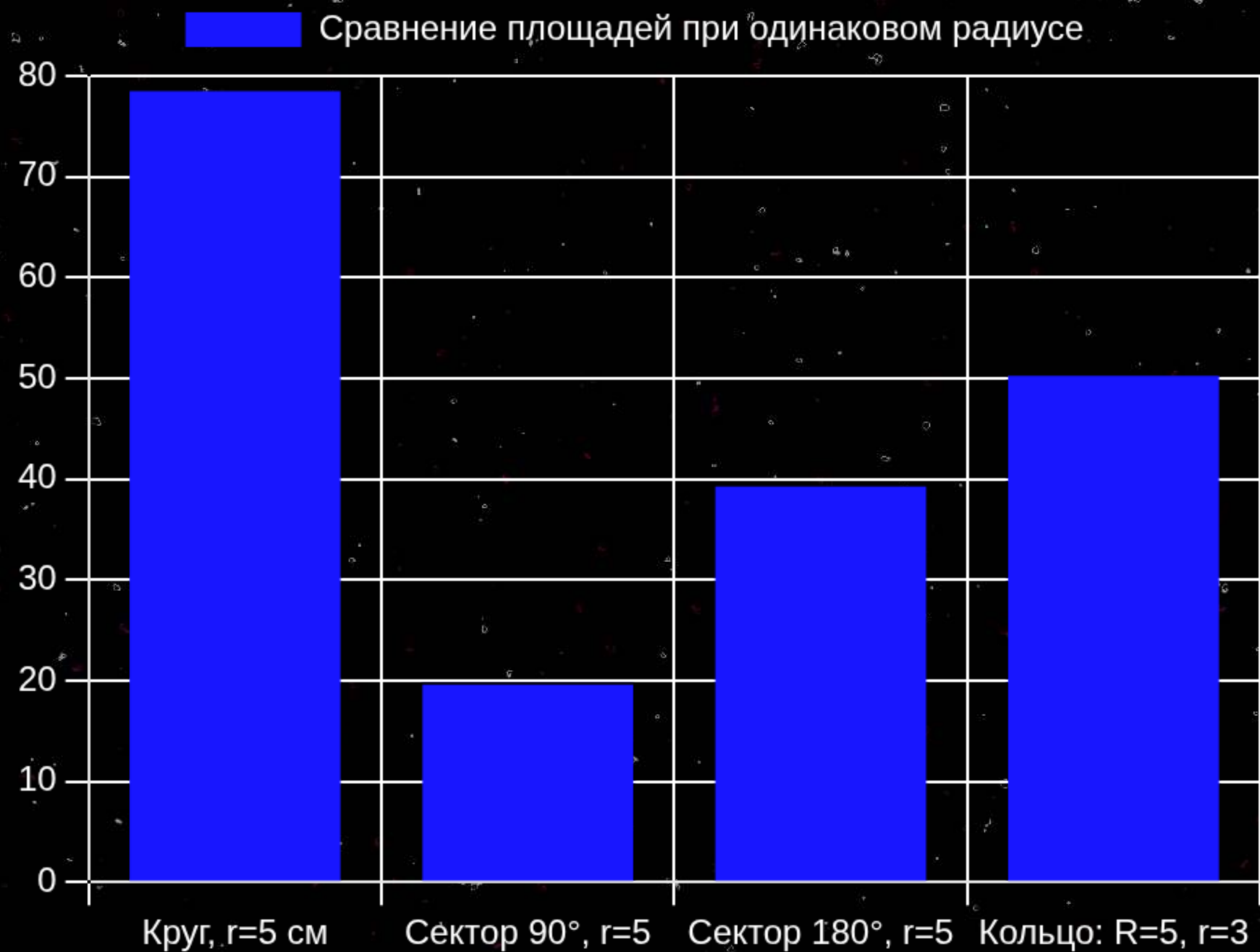
Если на поверхности есть круглая область, площадь подсказывает, сколько краски или лака понадобится. По формуле легко оценить расход на круг, а для кольцевых деталей — сколько уйдёт на обод. Так математика становится практичной.



Тарелки, мишени и разметка площадок

Круглые мишени и разметка площадок часто делят на доли. Тогда площадь сектора помогает сравнивать зоны разной важности и выбирать нужные размеры. Даже в быту круговые формы делают вычисления понятнее и нагляднее.

Сравнение площадей при одном радиусе



При $r = 5$ см полный круг имеет 78,5 см². Сектор на 90° занимает четверть круга, поэтому его площадь заметно меньше.

Диаграмма показывает: тип части круга сильно влияет на площадь. Даже при тех же радиусах разные углы или разность радиусов дают разные результаты.

Расчёты по формулам $S = \pi r^2$, $S = \pi r^2 \times \alpha/360^\circ$ и $S = \pi(R^2 - r^2)$; значения округлены ($\pi \approx 3,14$).

Площадь круга — это «правило r^2 »

Площадь круга вычисляют по $S = \pi r^2$,
а площади частей — через долю от
целого или разность площадей.
Радиус, диаметр и число π — ключ к
задачам и реальным формам.