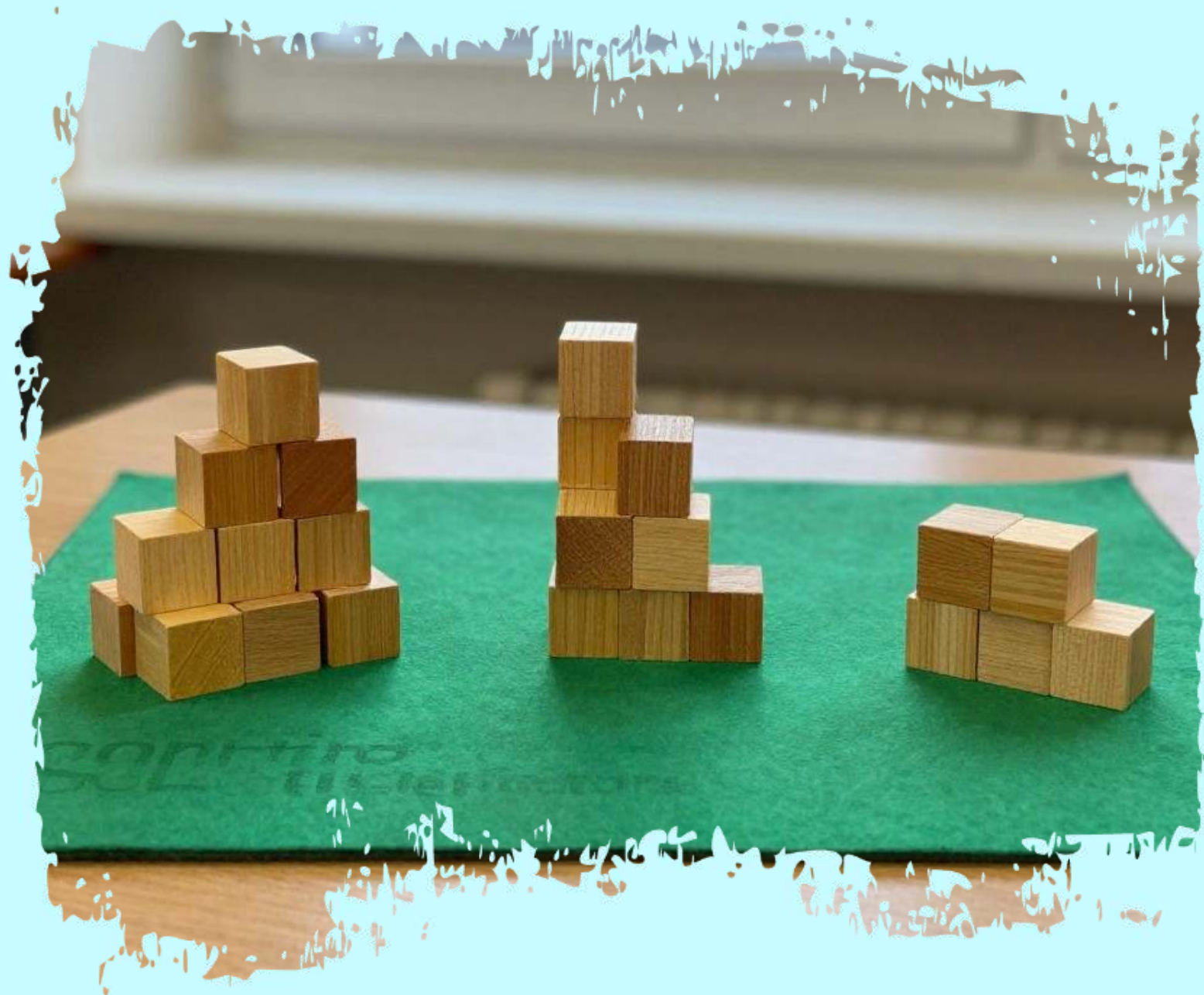




Свойства степени с целым показателем

Разберём степени,
их показатели и основные
правила вычислений.

Зачем нужны степени в 7 классе

Степени помогают короче записывать умножение, упрощать выражения и работать с дробями. Эти правила нужны не только в алгебре, но и в формулах по физике и информатике.



4

одинаковых множителя содержит
запись 3^4

Степенная запись заменяет длинное умножение короткой формой. Это делает вычисления удобнее и помогает быстрее читать выражения.

Определение степени числа в курсе алгебры 7 класса

Степень с нулевым показателем

1

Главное правило

Любое ненулевое число в нулевой степени равно 1. Запись $a^0 = 1$ верна только при $a \neq 0$, поэтому основание всегда нужно проверять перед вычислением.

2

Связь с делением

Правило удобно понимать через деление одинаковых степеней: $a^m : a^m = a^{(m-m)} = a^0$. Но число, отличное от нуля, делённое само на себя, равно 1.

3

Примеры записи

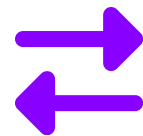
Поэтому $7^0 = 1$, а $(-3)^0 = 1$. Нулевая степень не делает число нулём, а показывает, что результат сохраняется равным единице.

Степень с отрицательным показателем



Обратное число

Отрицательный показатель означает, что вместо степени получается обратная дробь: $a^{-n} = 1/a^n$. При этом основание не должно быть равно нулю, иначе запись не имеет смысла.



Переход в знаменатель

Если показатель отрицательный, степень можно мысленно перенести в знаменатель. Так проще увидеть, почему 2^{-3} превращается в $1/2^3$, а затем в $1/8$.

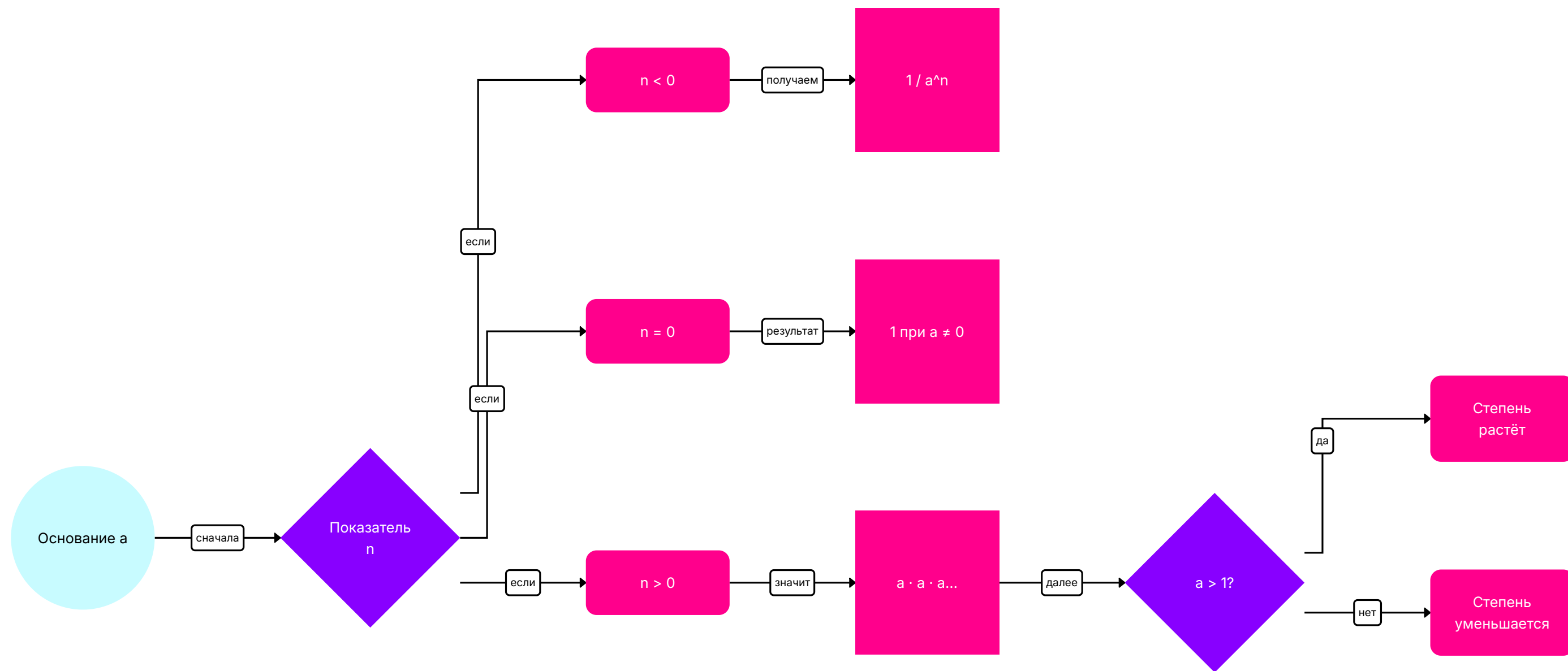


Полезные примеры

По этому правилу $5^{-2} = 1/25$, а $2^{-3} = 1/8$. Отрицательная степень не усложняет вычисление, а показывает, что нужно взять обратное число.

Как меняется значение степени

Схема показывает, как значение зависит от знака показателя и величины основания.



Умножение степеней с одинаковым основанием

1

Складываем показатели

Если основания одинаковые, показатели при умножении складываются: $a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$. Это правило сокращает длинную запись и помогает быстро объединять одинаковые множители.

2

Почему это работает

Смысл правила в том, что все множители остаются теми же, только их становится больше. Поэтому цепочки умножения можно соединить в одну общую степень без потери значения.

3

Пример вычисления

Например, $2^3 \cdot 2^4 = 2^7 = 128$. Сначала складываются показатели, а затем вычисляется степень, что заметно экономит время при решении примеров.

Деление степеней с одинаковым основанием

Вычитаем показатели

При делении степеней с одинаковым основанием показатели вычитаются: $a^m : a^n = a^{(m-n)}$. Это правило верно только при $a \neq 0$, чтобы деление было допустимым.

Что происходит с одинаковыми степенями

Если показатели равны, получается a^0 . По правилу нулевой степени это равно 1, поэтому выражение упрощается до единицы. Так удобно сокращать дроби и алгебраические записи.

Пример на практике

Запись $5^6 : 5^2 = 5^4 = 625$ показывает, как сначала сокращается разность показателей, а затем выполняется обычное вычисление степени.

Возведение степени в степень

Потом — внешний показатель

При возведении степени в степень внешний показатель умножает внутренний: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$. Так определяется итоговое число повторений множителя.

Сначала — внутренняя степень

Если выражение уже содержит степень в скобках, нужно понять, сколько раз она повторяется. Внутренний показатель описывает один уровень умножения.

Проверка на примере

Например, $(3^2)^4 = 3^8 = 6561$.
Здесь каждая двойка внутри скобок повторяется четыре раза, поэтому показатели перемножаются.

Степень произведения

Раскрываем скобки

Степень произведения распределяется на каждый множитель: $(ab)^n = a^n \cdot b^n$. Это позволяет работать с выражением по частям и не считать всё сразу.

Удобно для упрощения

Правило особенно полезно, когда произведение состоит из простых чисел или переменных. Тогда каждую часть можно возвести в степень отдельно и затем перемножить результаты.

Проверка на примере

Вычисление $(2 \cdot 5)^3 = 2^3 \cdot 5^3 = 8 \cdot 125 = 1000$ показывает, что разложение на множители делает пример понятным и быстрым.

Степень частного

1

Разделяем степень

Если степень записана в виде дроби, её можно распределить отдельно на числитель и знаменатель. Это удобно, когда нужно упростить выражение и сохранить порядок вычислений.

3

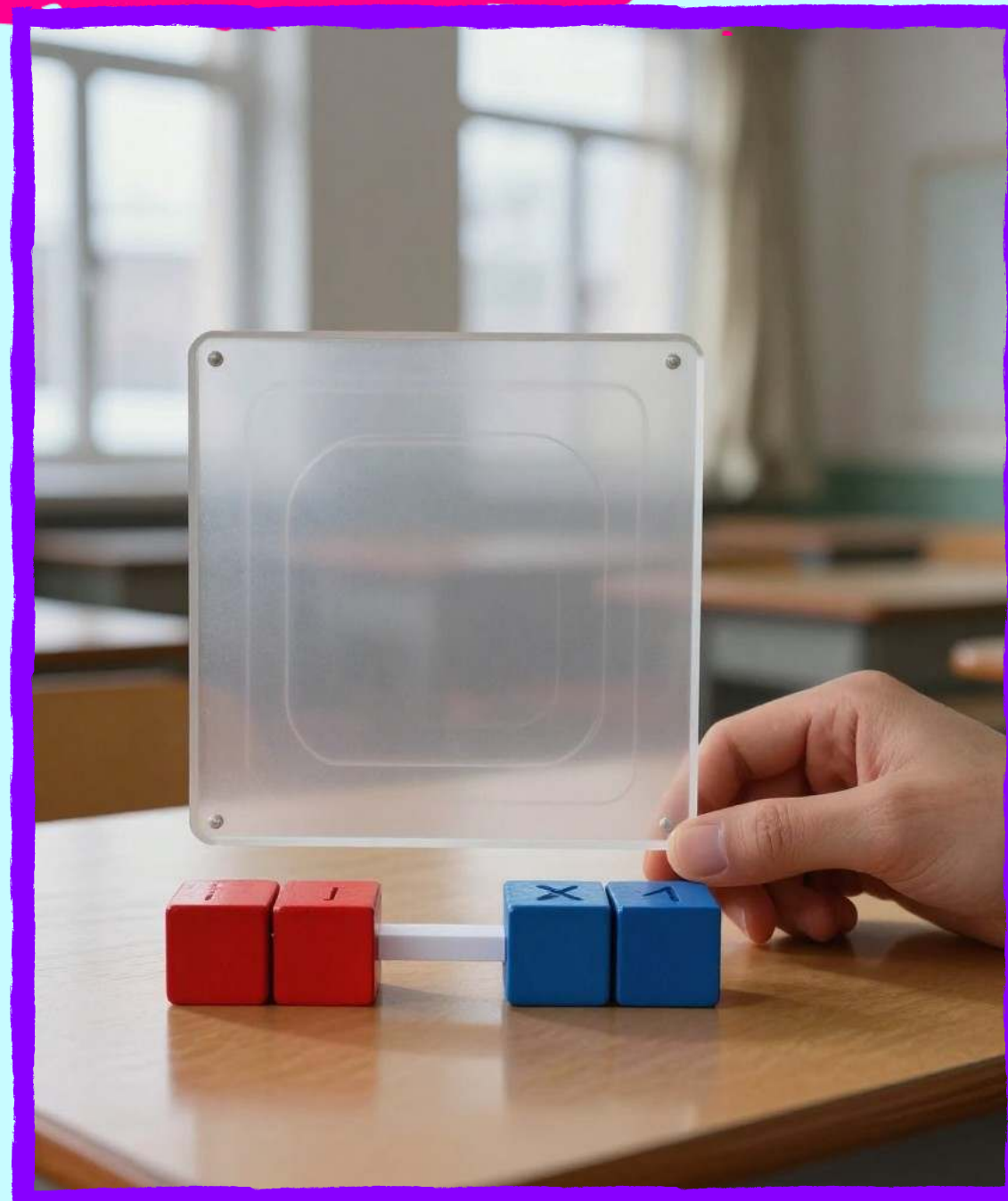
Понятный пример

Для выражения $(\frac{3}{2})^2$ получаем $\frac{3^2}{2^2}$, то есть $\frac{9}{4}$. Такой приём помогает быстро работать с дробями и не раскрывать скобки через умножение.

2

Главное условие

Правило работает только при ненулевом знаменателе, потому что деление на ноль невозможно. Поэтому перед преобразованием обязательно проверяют, что b не равно нулю.



Основные свойства степеней

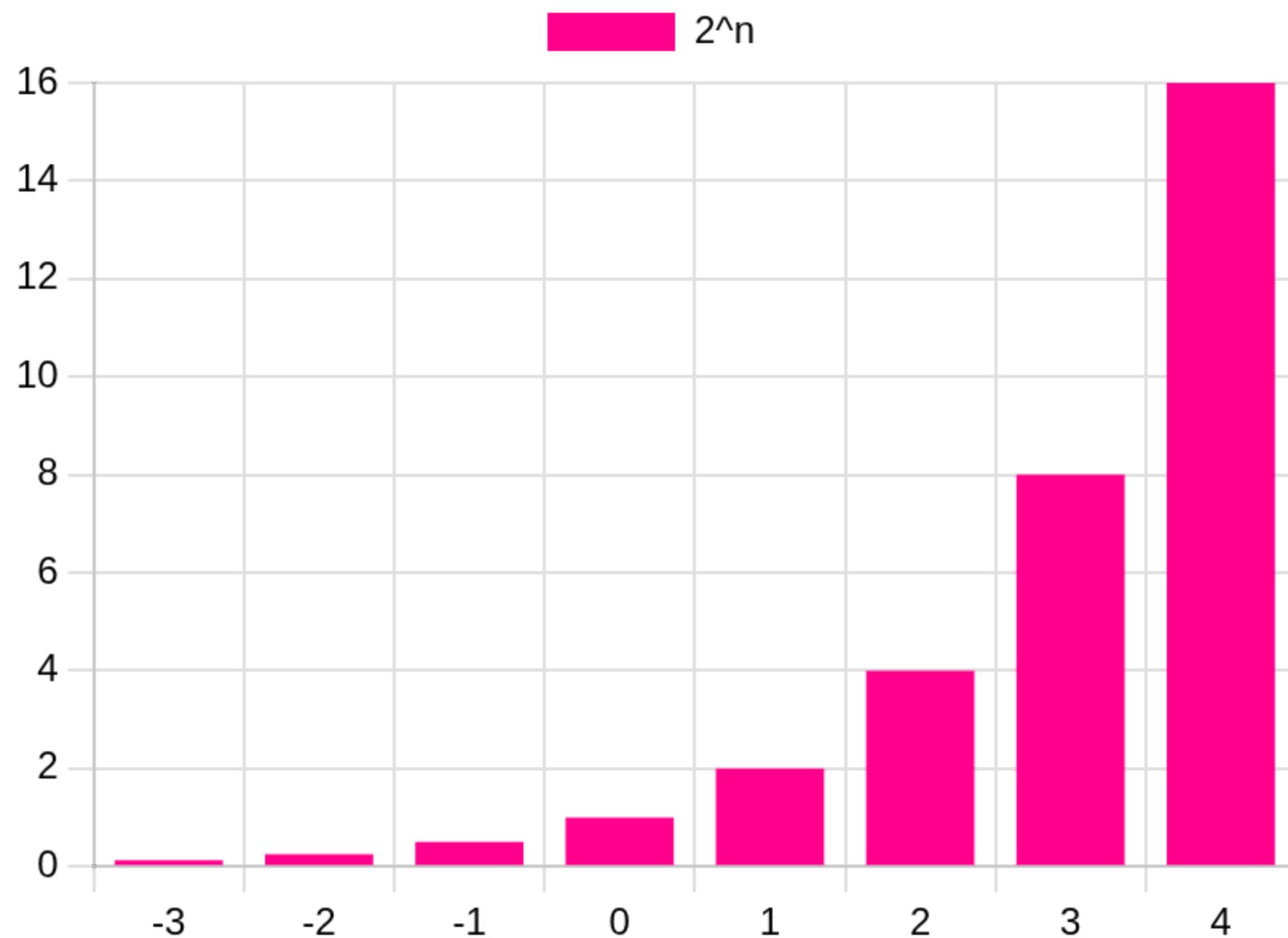
Таблица показывает самые важные правила работы со степенями и их краткие примеры. Они помогают сокращать записи и упрощать вычисления.

Все свойства сводят длинные записи к более коротким и помогают быстрее выполнять преобразования.

Правила свойств степени с целым показателем из школьного курса алгебры

Свойство	Формула	Пример
Умножение	$a^m \cdot a^n$	$2^3 \cdot 2^4 = 2^7$
Деление	$a^m : a^n$	$5^6 : 5^2 = 5^4$
Степень степени	$(a^m)^n$	$(3^2)^4 = 3^8$
Степень произведения	$(ab)^n$	$(2 \cdot 5)^3 = 2^3 \cdot 5^3$
Степень частного	$(a/b)^n$	$(3/2)^2 = 9/4$

Как меняется значение 2^n при разных показателях



На графике виден переход от дробей к целым числам: каждый шаг показателя заметно изменяет значение степени.

При отрицательных показателях получается дробь, а при положительных значениях число растёт очень быстро.

Вычисления по значениям 2^n для n от -3 до 4

Степени в записи больших и маленьких чисел

Когда число слишком велико

Представьте расстояние до далёкой планеты или количество песчинок на большой площади. Обычная запись становится длинной и неудобной, а степень десяти сразу делает число компактным и понятным. Так легче сравнивать величины и не теряться в нулях.



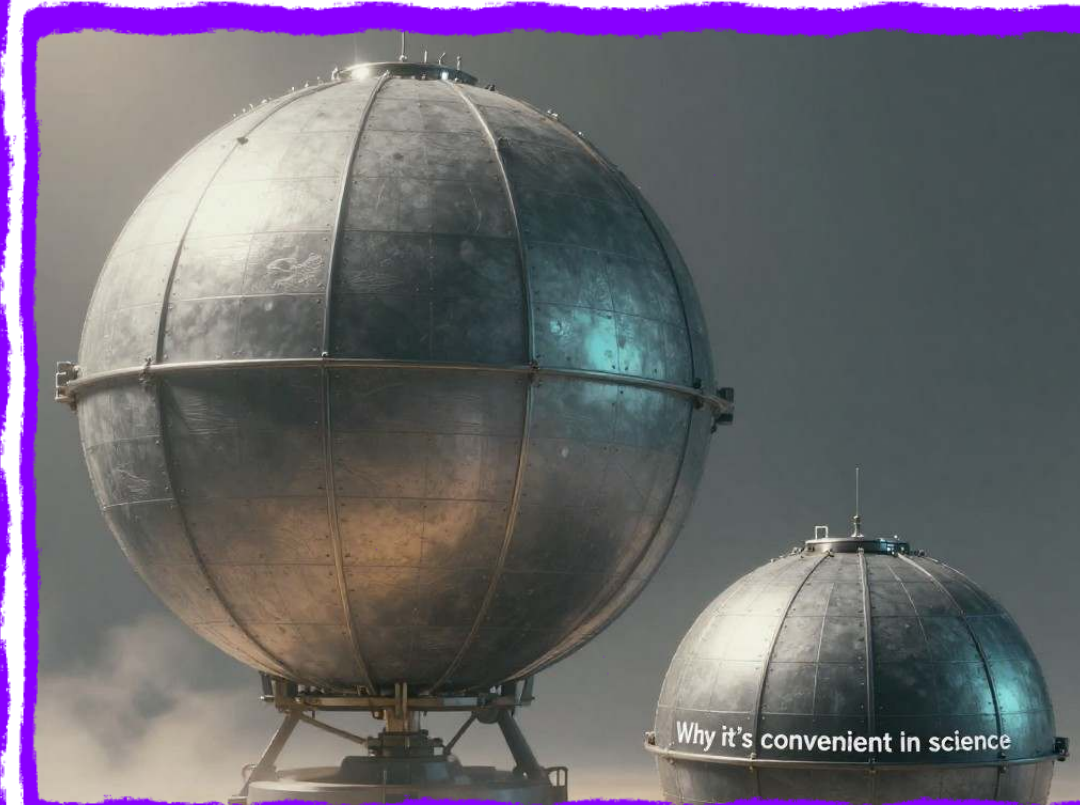
Когда число слишком мало

Для размеров бактерий, толщины волоса или концентрации вещества часто нужны очень маленькие числа. Здесь помогают отрицательные степени десяти: они показывают дробные значения короче, чем обычная запись, и делают данные удобными для чтения.



Почему это удобно в науке

Учёные и инженеры постоянно работают с огромными и крошечными величинами. Степенная запись позволяет быстро передавать информацию без лишних цифр, а на иллюстрации это можно показать через контраст очень малого объекта и очень большого объекта.

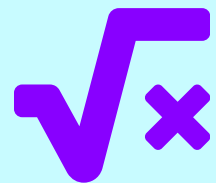


Типичные ошибки при работе со степенями



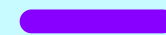
Путают сложение и умножение

Складывать показатели нельзя при обычном сложении чисел в скобках. Показатели изменяются только тогда, когда степени умножают, делят или возводят в степень.



Неверно понимают нулевую степень

Запись a^0 не означает ноль. Для любого ненулевого основания результат равен 1, поэтому важно не подменять правило привычным предположением.

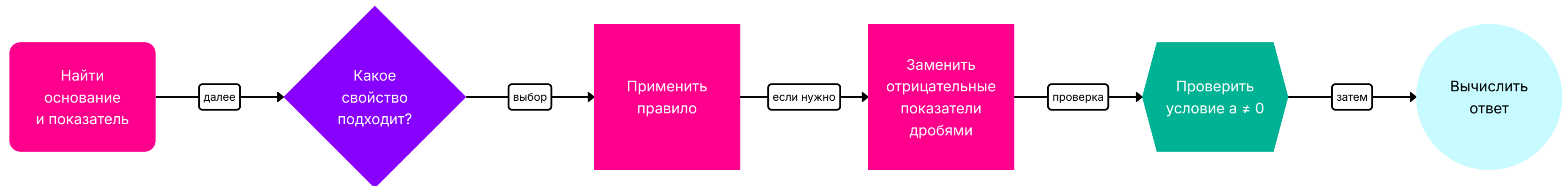


Смешивают знак и показатель

В выражении a^{-n} минус относится к показателю степени, а не к самому числу. Это значит, что нужно взять обратную дробь, а не просто поставить минус перед степенью.

Алгоритм упрощения выражений со степенями

Последовательность действий при преобразовании выражений по свойствам степеней.



Примеры преобразований выражений

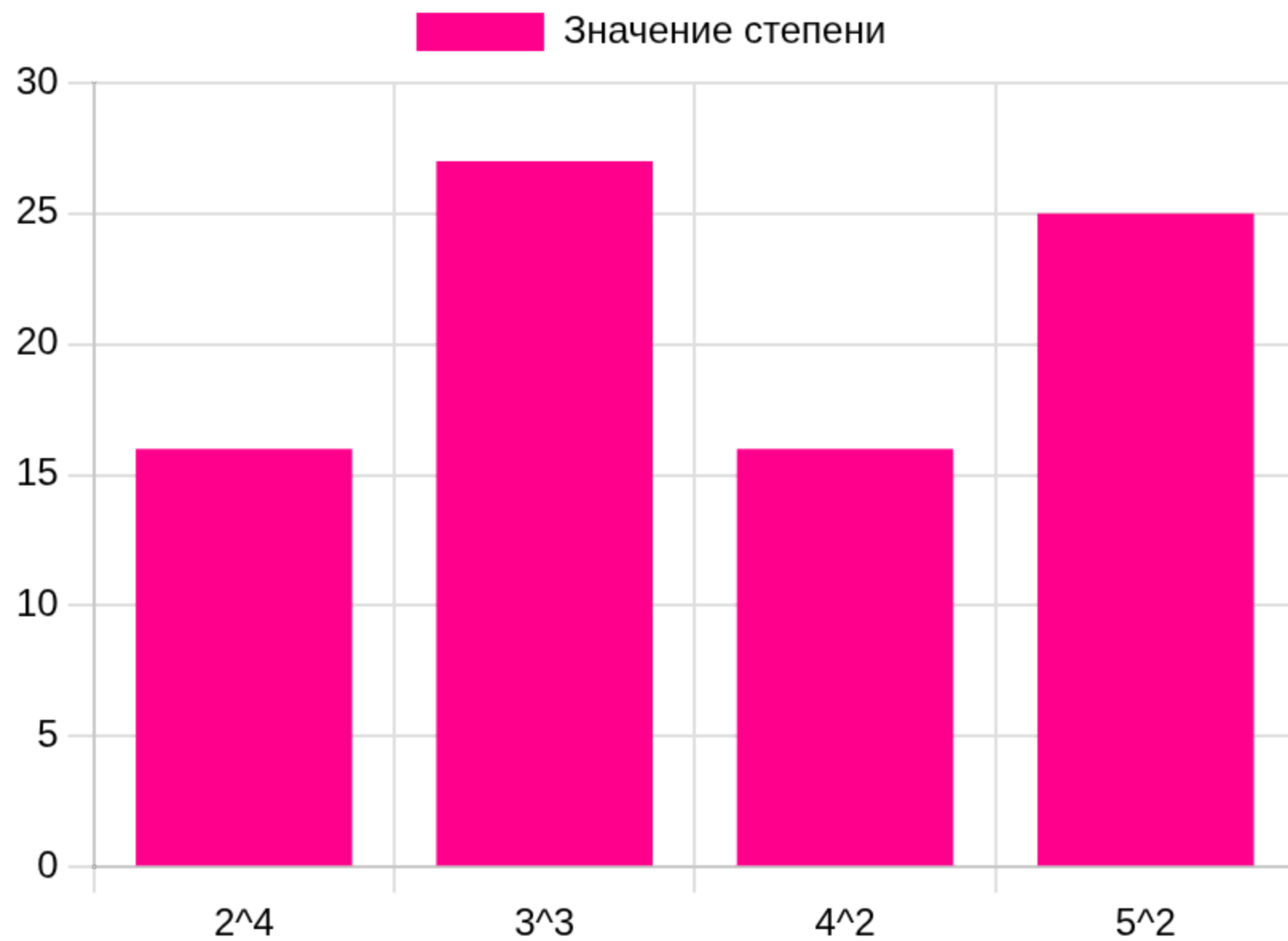
В таблице показано, как разные свойства степеней помогают быстро перейти от записи к ответу без лишних вычислений.

Одно и то же правило может работать в разных видах заданий: с произведением, степенью степени, нулевой и отрицательной степенью.

Примеры из школьного курса алгебры

Выражение	Преобразование	Ответ
$2^3 \cdot 2^5$	2^8	256
$(4^2)^3$	4^6	4096
7^0	1	1
3^{-2}	$1/3^2$	1/9
$(2/5)^2$	4/25	4/25

Сравнение значений разных степеней



Сравнение показывает, что одинаковый результат может получаться у разных выражений, если основание и показатель сочетаются по-разному.

Не только основание, но и показатель сильно влияет на итог; даже небольшое увеличение степени быстро меняет значение.

Вычисления по выражениям 2^4 , 3^3 , 4^2 и 5^2

Где применяются свойства степеней

Упрощение выражений

В алгебре свойства степеней позволяют сокращать длинные записи и быстрее преобразовывать выражения. Это особенно полезно при решении уравнений и работе с дробями.

Геометрия и измерения

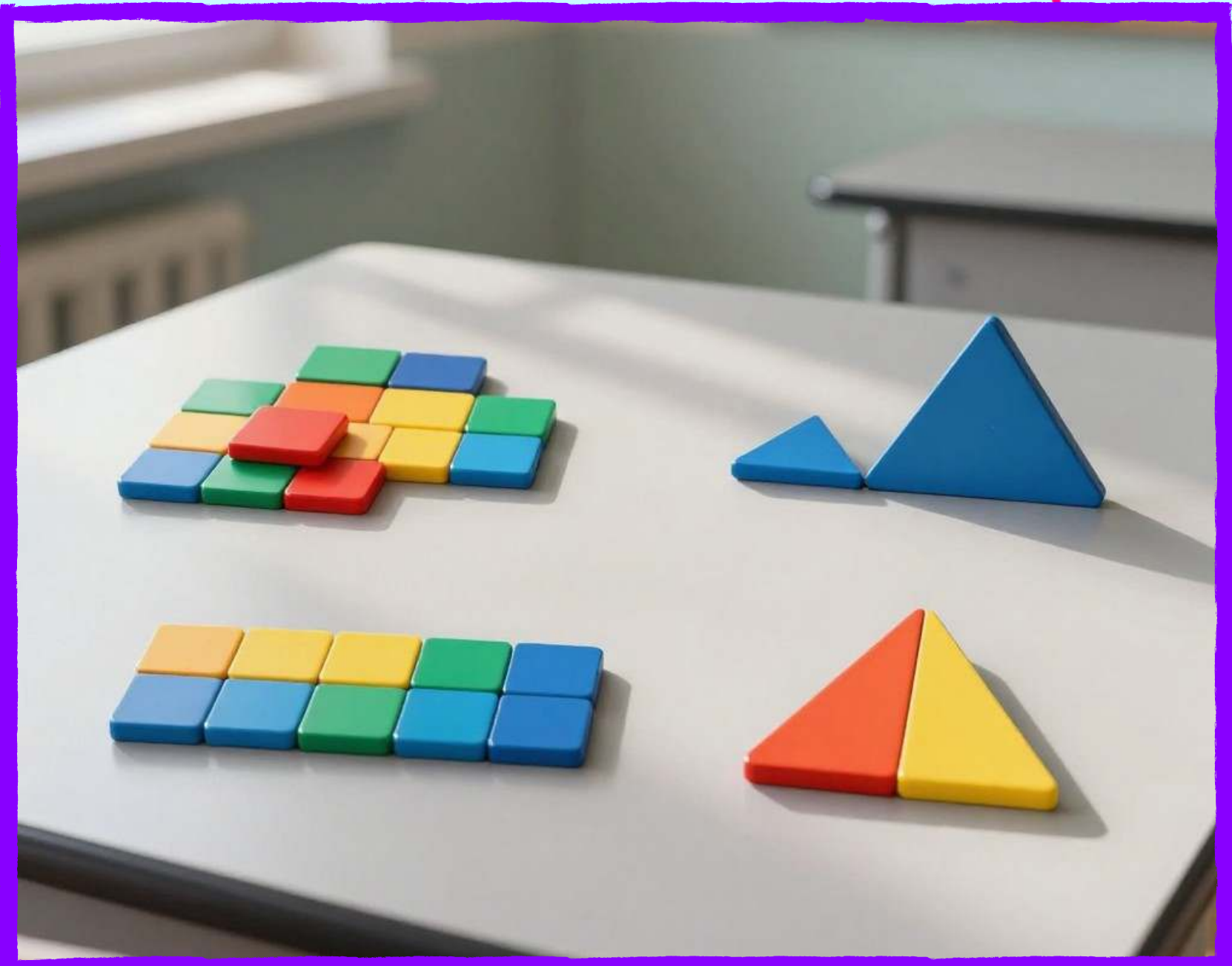
Степени часто встречаются в формулах площади и объёма. Они помогают записывать зависимости между длиной, шириной, высотой и другими величинами без лишних повторов.

Информатика

В информатике степени двойки связаны с объёмом памяти и количеством вариантов. Например, $2^{10} = 1024$, поэтому такие числа часто появляются в задачах о данных.

Физика и химия

В естественных науках степени удобны для записи очень больших и очень малых величин. Такая форма делает формулы компактными и облегчает сравнение результатов измерений.



Степени: кратко о главном

Степень с целым показателем бывает положительной, нулевой и отрицательной. Знание её свойств помогает упрощать выражения, экономить время и уверенно решать задачи по алгебре и другим предметам.