

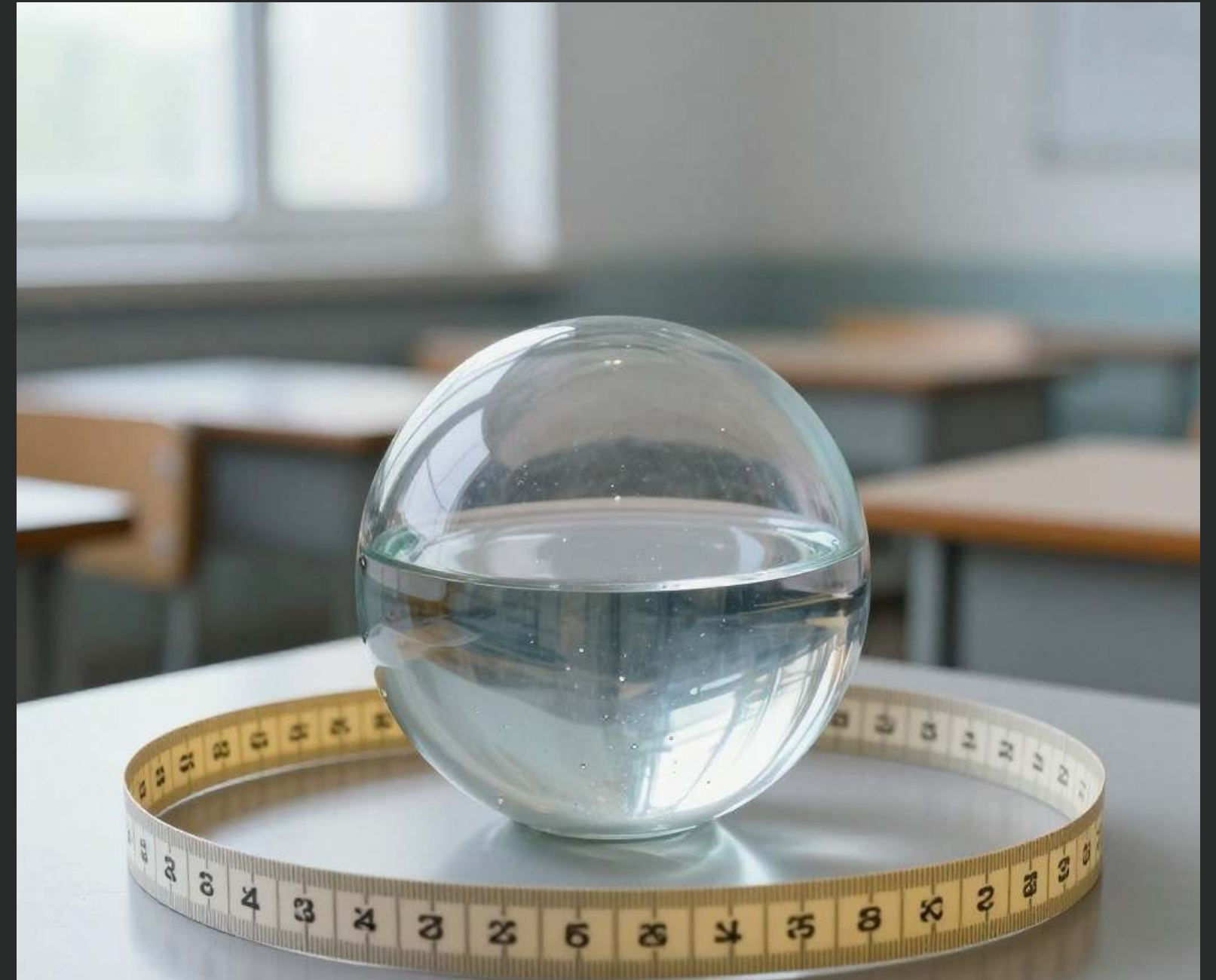
Вычисление площади поверхности и объёма шара

Разберём, как находить площадь и объём шара по радиусу.



Шар: главные величины и формулы

Шар — это тело, у которого все точки поверхности равноудалены от центра. Для расчётов используют радиус, диаметр и число π , а результат записывают в квадратных или кубических единицах.



Обозначения в задачах на шар

Центр шара

Центр шара обычно обозначают буквой O . Это точка, от которой отсчитывают радиус до любой точки поверхности, поэтому она помогает правильно читать и строить чертёж.

Радиус и диаметр

Радиус обозначают r , а диаметр — d . Диаметр проходит через центр шара и всегда в два раза больше радиуса, поэтому записывают $d = 2r$.

Если дан диаметр

Когда в условии указан диаметр, сначала находят радиус, разделив его на 2. Без этого шага подставлять число в формулы площади и объёма нельзя.

Если дан радиус

Если радиус уже известен, его сразу подставляют в нужную формулу. Это ускоряет решение и уменьшает риск перепутать величины или сделать лишние вычисления.

Зачем нужны обозначения

Точные обозначения помогают не смешивать данные и не терять нужные величины. В задачах на шар аккуратная запись особенно важна, потому что формулы отличаются степенью радиуса.

Формула площади поверхности шара

Главная формула

Площадь поверхности шара находят по формуле $S = 4\pi r^2$. Сначала возводят радиус в квадрат, затем умножают результат на 4 и на π .

Что означает формула

Эта формула относится только к внешней поверхности шара. Она показывает, сколько материала нужно, чтобы покрыть шар снаружи, но не описывает его внутренний объём.

Пример вычисления

Если радиус равен 3 см, то $S = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi \text{ см}^2$. Приблизённо это $113,1 \text{ см}^2$, если взять $\pi \approx 3,14$.

Единицы ответа

Площадь всегда записывают в квадратных единицах: см^2 , м^2 и других. Если вместо них написать обычные сантиметры, ответ будет оформлен неверно.



Зависимость площади и объёма от радиуса

На графике видно, что с ростом радиуса обе величины увеличиваются, но объём растёт заметно быстрее. При одинаковом радиусе числовые значения могут отличаться очень сильно.

Площадь зависит от квадрата радиуса, а объём — от куба, поэтому при увеличении размеров шар «растёт» по объёму быстрее.

Расчёт по формулам $S = 4\pi r^2$ и $V = \frac{4}{3}\pi r^3$,
при $\pi \approx 3,14$

Основные формулы и единицы измерения

Величина	Формула	Единицы
Площадь	$S = 4\pi r^2$	см ² , м ²
Объём	$V = 4/3\pi r^3$	см ³ , м ³
Радиус	$r = d/2$	см

Школьные формулы для шара

Таблица помогает быстро сопоставить величину, формулу и правильные единицы измерения для задач на шар.

Площадь и объём различаются не только формулами, но и единицами: квадратными и кубическими. Радиус служит исходной величиной для всех расчётов.

Алгоритм нахождения площади поверхности шара

Найти радиус

Сначала внимательно читают условие и определяют, чему равен радиус шара. Если дан диаметр, его обязательно делят на 2, чтобы получить нужную величину.

1

Подставить в формулу

Затем записывают формулу $S = 4\pi r^2$ и подставляют найденное значение радиуса. Важно не забыть, что радиус должен быть возведён в квадрат.

2

Выполнить вычисления

После подстановки сначала находят квадрат радиуса, затем умножают его на 4 и на π . Так получают числовое значение площади поверхности шара.

3

Записать ответ

В конце обязательно пишут единицы измерения в квадрате, например см^2 или м^2 . Если их нет, ответ считают неполным, даже когда число найдено верно.

4

Алгоритм нахождения объёма шара

01 Определить радиус

Сначала находят радиус шара по условию задачи. Если указан диаметр, его делят на 2, потому что формула объёма использует именно радиус.

02 Использовать формулу

Далее записывают формулу $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Она показывает, что объём зависит от куба радиуса, поэтому степень здесь особенно важна.

03 Посчитать значение

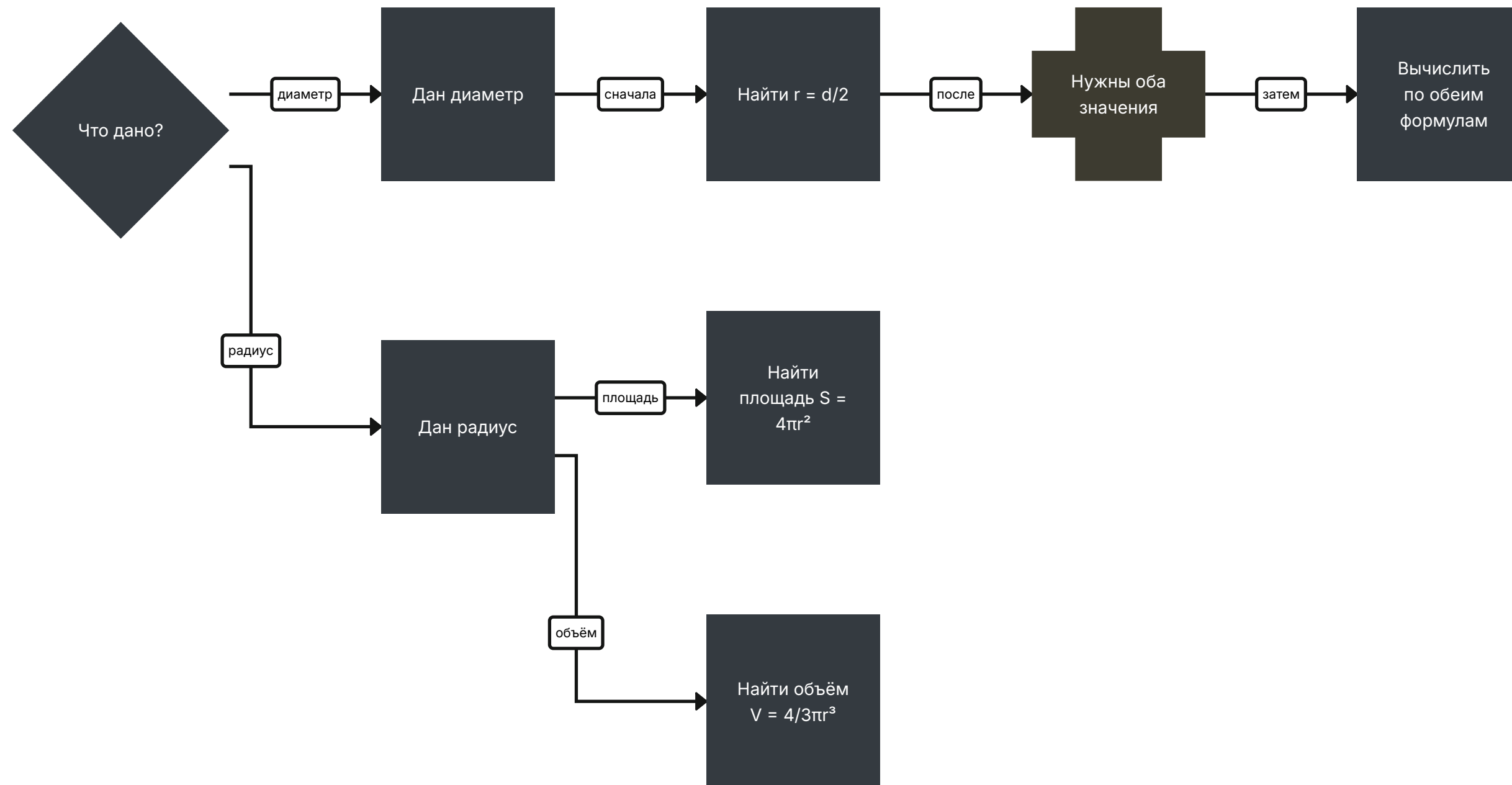
Сначала вычисляют куб радиуса, затем умножают результат на $\frac{4}{3}$ и на π . Такой порядок действий помогает не запутаться в дроби и степени.

04 Оформить результат

Ответ записывают в кубических единицах: см^3 , м^3 и подобных. Это подчёркивает, что речь идёт о внутреннем пространстве шара, а не о поверхности.

Как выбрать нужную формулу

Схема показывает, с чего начинать решение задачи и какую формулу использовать дальше.



Пример вычислений для шара радиусом 5 см



Площадь поверхности

Для радиуса 5 см используем формулу $S = 4\pi r^2$. Получаем $S = 4\pi \cdot 25 = 100\pi$, то есть примерно 314 см^2 .

1

Объём шара

Ту же величину подставляем в формулу объёма: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Выходит $V = \frac{4}{3}\pi \cdot 125 = \frac{500}{3}\pi$, примерно $523,3 \text{ см}^3$.

2

Что показывает пример

Один и тот же радиус даёт разные результаты для площади и объёма. Это помогает запомнить, что у этих величин разные формулы и разные единицы измерения.

3

6 см

— это радиус шара при диаметре 12 см.

Сначала находят радиус, и только потом подставляют его в формулы площади и объёма. Без этого ответ получается неверным.

Сравнение шаров разного размера

Даже небольшое увеличение радиуса заметно меняет результат. Поэтому для крупных шаров разница между площадью и объёмом становится особенно большой.

Объём растёт быстрее площади: это видно по резкому увеличению значений при одинаковом шаге радиуса.

Расчёт по формулам $S = 4\pi r^2$ и $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Типичные ошибки при решении задач на шар

Ошибка	Как правильно
Радиус вместо диаметра	Найти r
Забыли π	Подставить π
Нет степеней	Возвести r

Таблица показывает самые частые причины неверного ответа и напоминает, как их избежать.

Большинство ошибок связано не с формулами, а с невнимательностью: перепутанными величинами, степенями и единицами измерения.

Анализ типичных ошибок при решении задач на шар

Где применяются площадь поверхности и объём шара



Упаковка и украшения

Ёлочные шары, декоративные сферы и упаковочные оболочки связаны с площадью поверхности, потому что именно она определяет, сколько краски, плёнки или покрытия понадобится.



Мыльный пузырь

Мыльный пузырь хорошо иллюстрирует поверхность шара: плёнка стремится занять наименьшую площадь, а форма остаётся почти идеальной сферой.



Мяч

Для футбольного или баскетбольного мяча важно знать площадь оболочки: она помогает оценить количество материала, которым покрыта поверхность, и понять особенности формы.



Воздушный шар

У воздушного шара главную роль играет объём: он показывает, сколько воздуха или газа может поместиться внутри, а значит, насколько шар способен наполниться.



Модель Земли

Шарообразная модель планеты помогает понимать, как геометрия используется в науке и технике, когда нужно описать большие тела, близкие по форме к шару.

Шарообразная форма в природе и технике



Почему планеты похожи на шар

Под действием силы тяжести большие небесные тела стремятся принять форму, при которой масса распределяется равномернее. Поэтому многие из них становятся близкими к шару. Земля тоже почти шарообразна, хотя немного сплюснута у полюсов.



Шар как образ в привычных предметах

В повседневной жизни шар легко узнать по мячам, новогодним украшениям и мыльным пузырям. Такая форма удобна, потому что выглядит симметрично и позволяет равномерно распределять поверхность или внутренний объём.



Шарообразные детали в технике

В технике сферическая форма встречается там, где важны прочность, плавность поверхности и равномерность нагрузки. Шар используют в моделях, соединительных элементах и отдельных деталях, когда нужно сочетать компактность и надёжность.

Сравнение численных значений площади и объёма при одном радиусе

При одинаковом радиусе числа могут совпасть, но смысл величин остаётся разным. Это показывает важность правильных единиц измерения.

Одинаковые числа не означают одинаковые величины: площадь и объём различаются по смыслу и по единицам измерения.

Расчёт по формулам $S = 4\pi r^2$ и $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ при $r = 3 \text{ см}$

Как проверить разумность ответа

Проверь радиус

Если радиус увеличивается, площадь поверхности и объём тоже должны увеличиваться. Уменьшение результата при большем радиусе сразу указывает на ошибку в вычислениях или формуле.

Смотри на единицы

Площадь всегда записывают в квадратных единицах, а объём — в кубических. Если в ответе стоят только сантиметры без степени, значит, запись неполная.

Найди π

В формулах шара число π обязательно появляется в ответе, если не выполнено точное округление. Его отсутствие часто означает, что формулу применили неправильно или забыли множитель.

Проверь степень

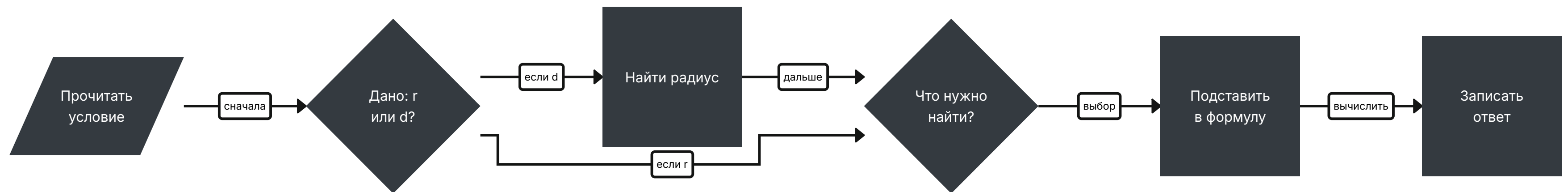
Радиус должен быть возведён в квадрат при нахождении площади и в куб при вычислении объёма. Пропуск степени — одна из самых частых ошибок в таких задачах.

Не округляй рано

Если слишком рано заменить π или округлить промежуточные значения, итог может заметно исказиться. Лучше сначала выполнить все действия, а затем записать окончательный ответ.

Полный путь решения задачи о шаре

Последовательность действий при вычислении площади поверхности или объёма шара



Памятка формул для шара

Величина	Формула
Площадь	$S = 4\pi r^2$
Объём	$V = 4/3\pi r^3$
Диаметр	$d = 2r$
Число π	$\approx 3,14$

Основные формулы для шара из курса геометрии

Краткая таблица помогает быстро выбрать нужную формулу и не перепутать единицы измерения.

Главная величина для расчётов — радиус. Если дан диаметр, его нужно перевести в радиус до подстановки в формулу.

Главные выводы по теме

Для шара важнее всего радиус: от него зависят и площадь поверхности, и объём. Если дан диаметр, его обязательно переводят в радиус, а объём растёт быстрее площади.