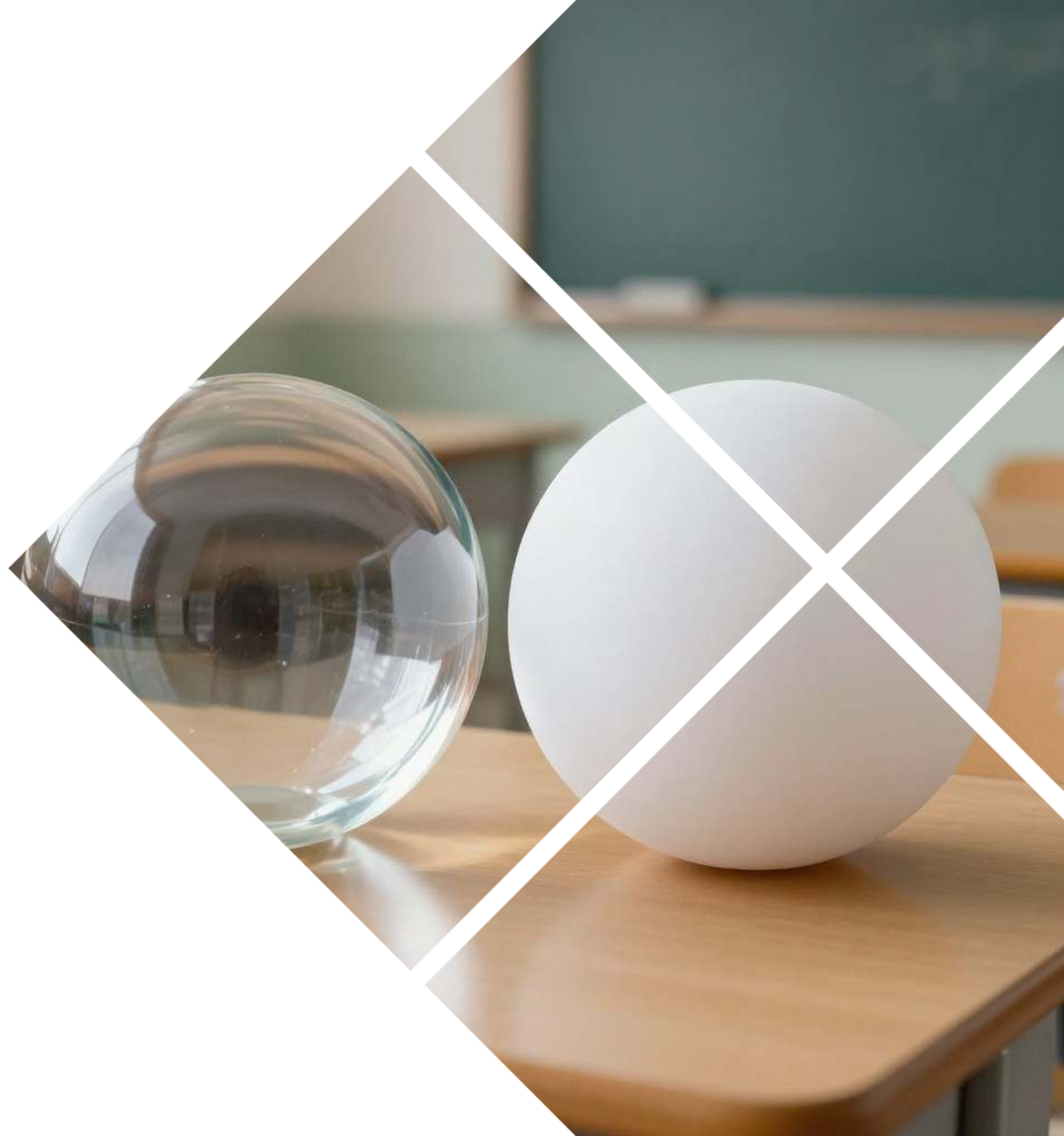


Сфера и шар: основные геометрические фигуры в пространстве

В стереометрии изучают сферу и шар:
первая задаёт только поверхность, второй
— ещё и внутренность.



Почему тема важна в 7 классе

Сфера и шар помогают перейти от плоских фигур к объёмным: учат измерять размеры, понимать центры и радиусы, составлять чертежи и решать задачи. В быту и технике шарообразные формы встречаются повсюду — от мячей до капель воды.



Определение сферы и шара

Сфера — это множество всех точек пространства, которые находятся на одинаковом расстоянии от одной точки. Эта точка называется центром, а расстояние до неё — радиусом.

Шар — это часть пространства, ограниченная сферой. Значит, подходят не только точки на поверхности, но и все точки внутри неё, образуя целое «тело».

Сфера и шар связаны одними параметрами: они имеют общий центр и один и тот же радиус. Поэтому, меняя радиус, мы меняем и поверхность сферы, и размеры шара.

Сфера и шар наглядно: оболочка и тело

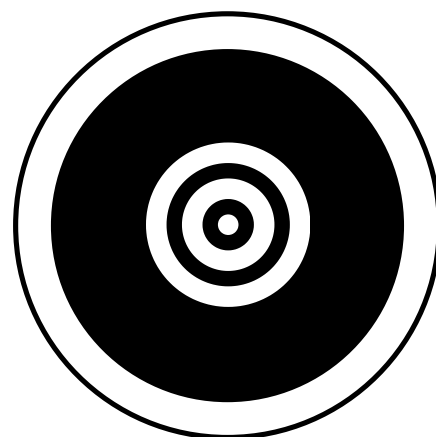
Сфера как оболочка

Сфера похожа на тонкую «оболочку»: она задаёт только поверхность. У любой точки сферы расстояние до центра одинаковое, поэтому граница получается ровной и замкнутой.

Шар как заполненное пространство

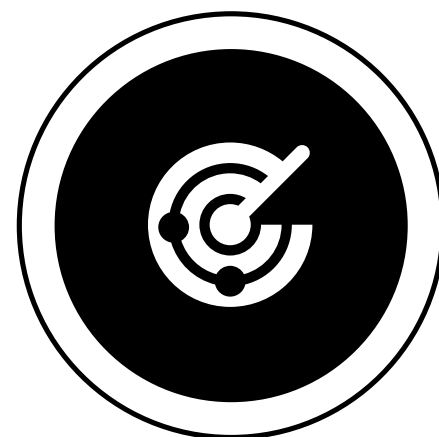
Шар похож на мяч или воздушный шарик: он занимает объём. Внутри шара есть все точки, лежащие на расстоянии не больше радиуса от центра, а не только на поверхности.

Основные элементы сферы и шара



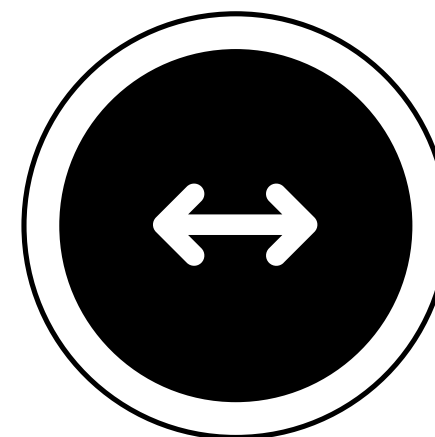
Центр

Центр — это точка, от которой измеряют расстояние до поверхности. Именно к ней «привязаны» все остальные элементы: радиус, диаметр и построение точек на сфере.



Радиус

Радиус соединяет центр с любой точкой сферы и показывает расстояние до поверхности. Для сферы он один и тот же для всех направлений, поэтому фигура получается симметричной.



Диаметр

Диаметр проходит через центр и соединяет две точки поверхности. Он равен удвоенному радиусу: $d = 2r$, поэтому при изменении радиуса меняется и длина отрезка по поверхности.



Хорда

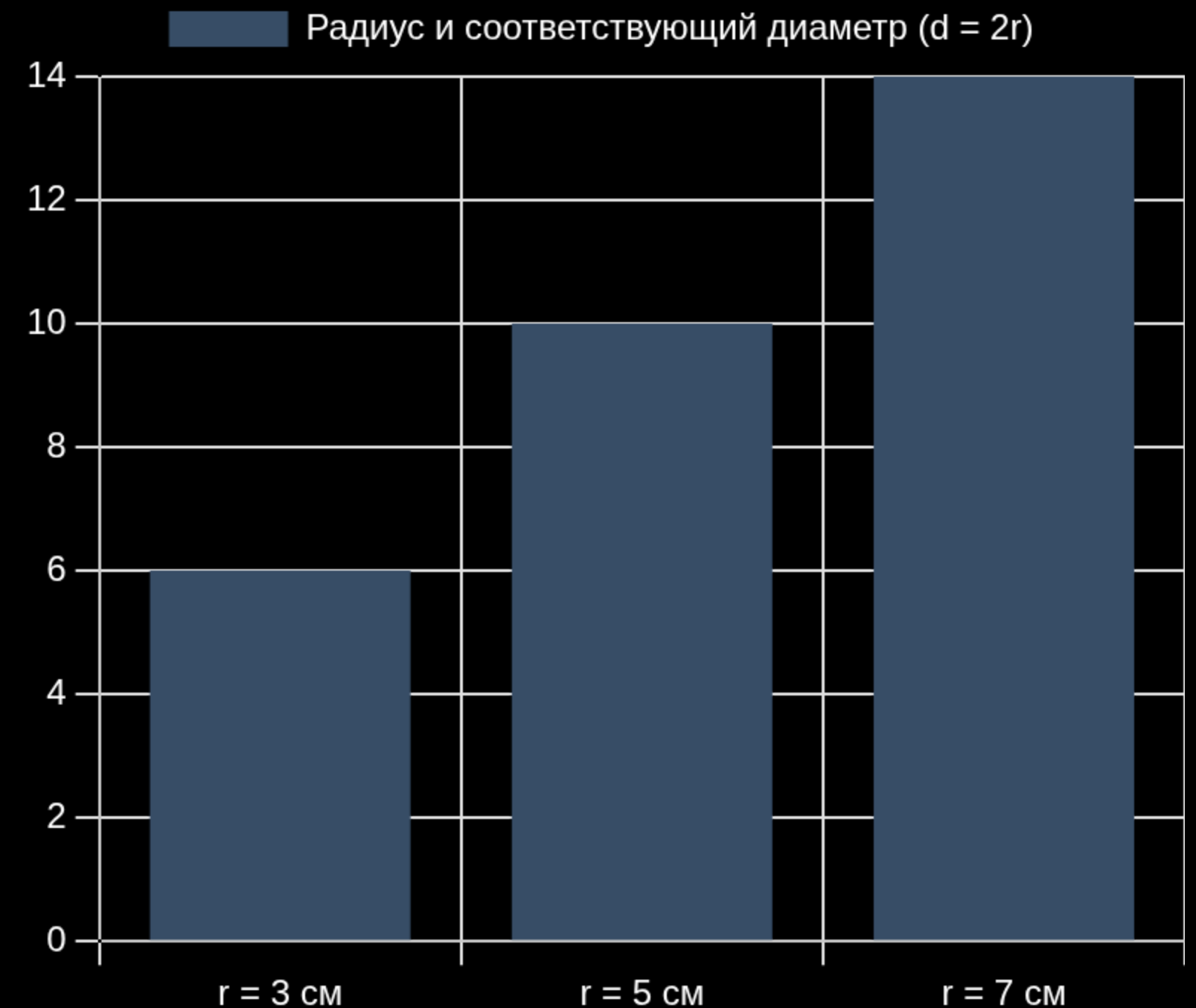
Хорда соединяет две точки сферы. Она не обязана проходить через центр: хорда может быть «выше» или «ниже», а связь с радиусом тогда всё равно сохраняется через положение точек.

Связь радиуса, диаметра и размеров фигуры

Поскольку d всегда вдвое больше r , изменение радиуса автоматически масштабирует диаметр без дополнительных формул.

Диаграмма показывает прямую пропорциональность: увеличили радиус — пропорционально вырос диаметр, а значит, и размеры шара.

Школьный курс геометрии 7 класса;
зависимость $d = 2r$.

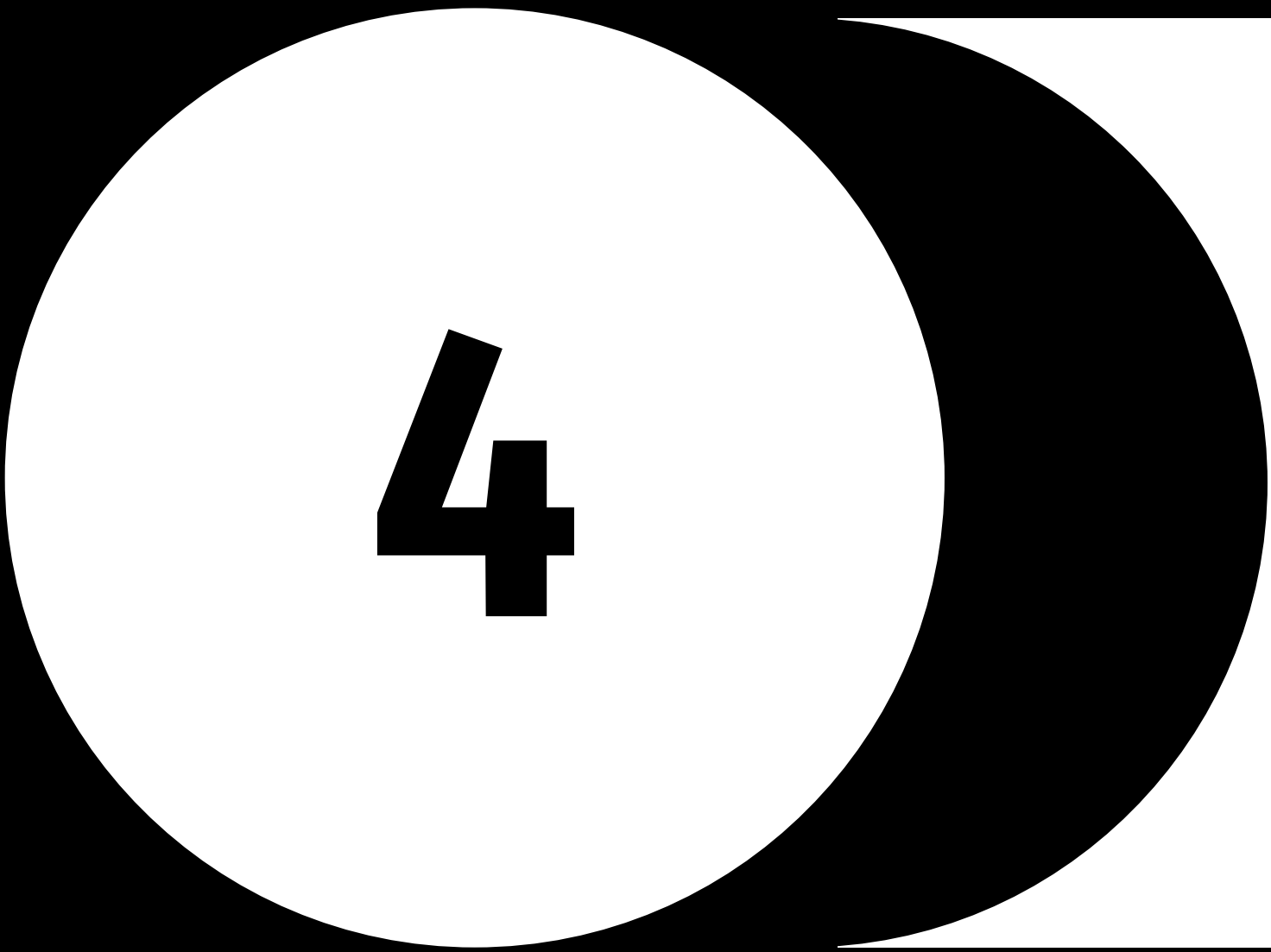


Главные формулы по теме

Используйте радиус r , чтобы находить диаметр, площадь поверхности сферы и объём шара, а также площадь большого круга.

Площадь зависит от r^2 , а объём — от r^3 : при росте радиуса объём увеличивается заметно быстрее площади.

Величина	Формула
Диаметр d	$d = 2r$
Площадь поверхности сферы S	$S = 4\pi r^2$
Объём шара V	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$
Площадь большого круга	$S = \pi r^2$



4

Если радиус
увеличить вдвое,
площадь оболочки
станет больше в
четыре раза.

Площадь поверхности показывает, сколько
материала нужно для покрытия сферы. Поскольку S
 $= 4\pi r^2$, она растёт быстрее, чем сам радиус.

Школьный курс геометрии 7 класса; $S = 4\pi r^2$.

Объём шара

Объём шара показывает, сколько пространства внутри него «занято».

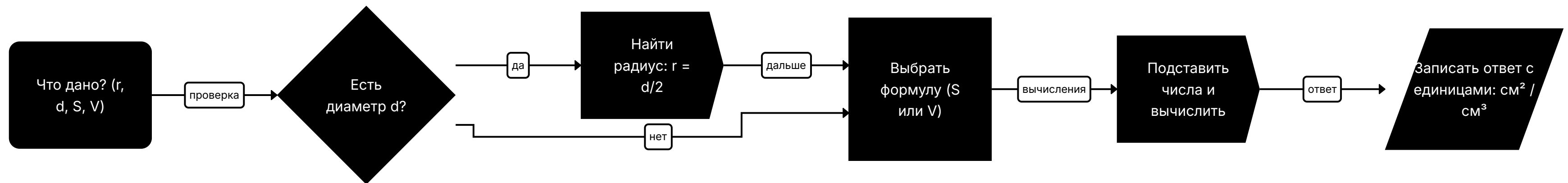
Формула $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ связывает этот объём именно с радиусом и его изменениями.

Если увеличить радиус в 2 раза, то объём вырастет в 8 раз: куб радиуса даёт сильный рост. Поэтому масштабирование шарообразных тел заметно меняет «размер места».

Эта зависимость помогает оценивать реальные эффекты в задачах: большой шар требует намного больше материала и места, чем кажется по внешним размерам.

Алгоритм решения задач на сферу и шар

Школьный курс геометрии 7 класса: связь между радиусом, диаметром, площадью поверхности и объёмом.



Сфера и шар в природе: где мы видим эти формы каждый день



Планеты и тяготение: «округление» больших тел

Почти шарообразными становятся многие крупные небесные тела. Сила тяжести стремится выровнять поверхность: форма подстраивается так, чтобы внутри и снаружи сохранялось более равномерное распределение. Поэтому Земля и другие планеты близки к сфере.



Капли воды: шар как результат движения и условий

Капли воды часто приобретают форму, близкую к шару. Поверхностное натяжение «собирает» поверхность, уменьшая её площадь. В условиях невесомости или свободного падения капля выглядит особенно близкой к правильной форме.



Мыльный пузырь: наглядная разница между оболочкой и «внутри»

Мыльный пузырь — пример тонкой сферической оболочки. На поверхности хорошо видно границу между тем, что составляет сам пузырь, и тем, что находится внутри. Из-за тонкой стенки можно легко представить, чем сфера отличается от шара.

Шарообразные формы вокруг нас: спорт и повседневные вещи

Мячи в играх

Футбольный, баскетбольный и волейбольный мячи близки к шару. Такая форма помогает катиться, менять траекторию при броске и ровно распределять нагрузку на ладонь.

Игровые шарики

В настольных и напольных играх встречаются стальные, пластиковые и стеклянные шарики. Они удобны тем, что при движении сохраняют устойчивое «катящееся» поведение по круговым траекториям.

Ёлочные игрушки и украшения

Шарики на ёлке и декоративные элементы часто делают сферическими. Они красиво отражают свет со всех сторон и хорошо подходят для подвешивания на одинаковом расстоянии от точки крепления.

Технические детали

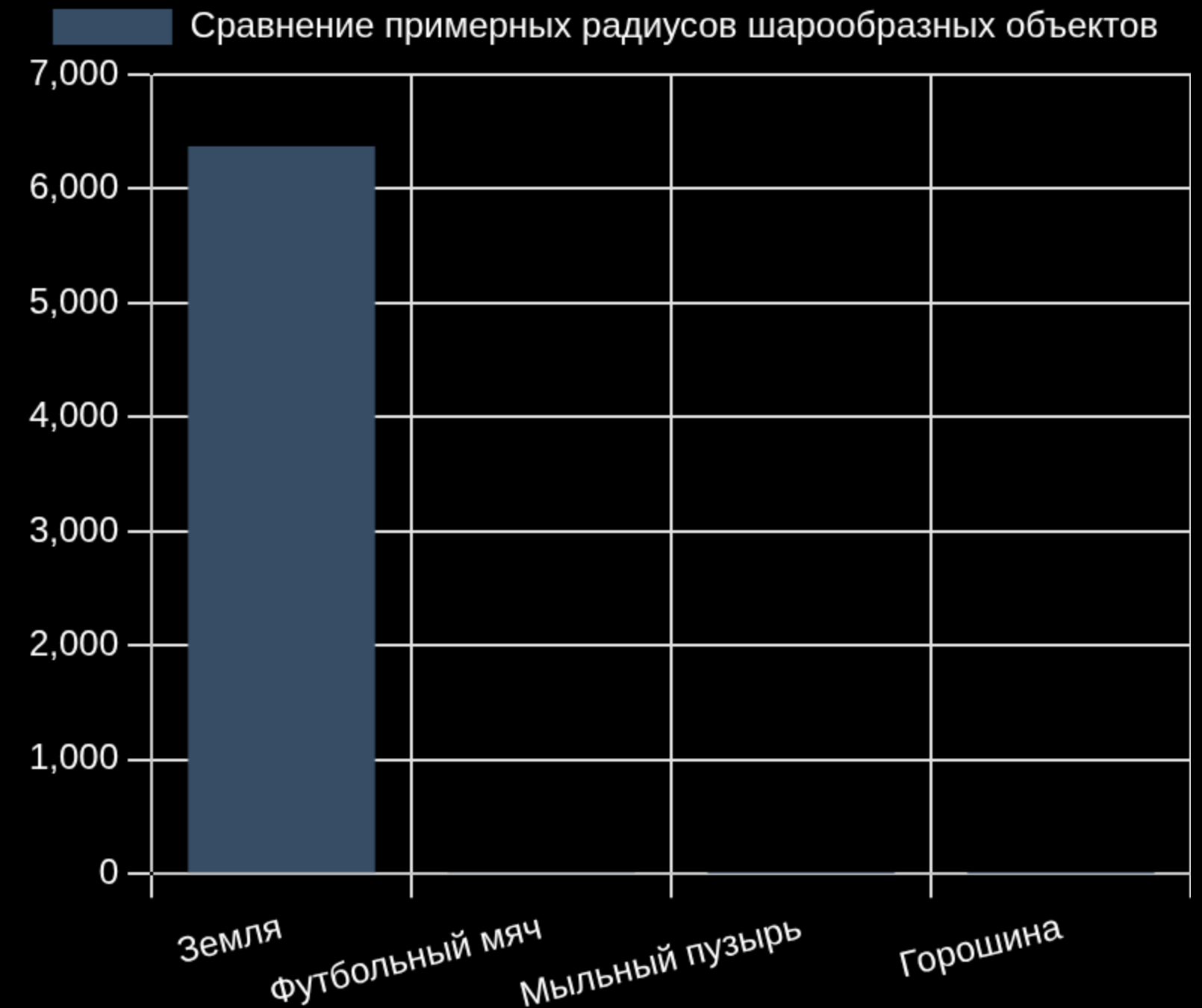
Некоторые части приборов делают шарообразными, чтобы уменьшать неравномерность соприкосновения. Гладкая форма помогает лучше скользить и сохранять предсказуемое движение механизмов.

Сравнение размеров шарообразных объектов

Несмотря на разный масштаб, одни и те же геометрические идеи описывают и огромные тела, и маленькие предметы.

При росте радиуса размеры становятся несоизмеримо больше: даже небольшая прибавка масштаба заметна по объёму.

Оценки радиусов: Земля — 6371 км (средний радиус), футбольный мяч — около 11 см, мыльный пузырь — несколько см, горошина — около 0,4 см (учебные приближения)



Сечения шара и сферы

Если шар разрезать плоскостью, получаем сечение в форме круга. Это удобно для задач: по кругу легко находить радиус и диаметр сечения.

Наибольший круг внутри шара получается, когда разрез проходит через центр. Такое сечение называют большим кругом — оно имеет максимальный радиус.

Если плоскость пересекает сферу, линия пересечения — окружность. В отличие от шара, здесь берётся только поверхность, а не всё внутреннее пространство.

Свойство сечений помогает в черчении и построении моделей: по окружностям можно представлять скрытые части фигуры и находить нужные размеры.

Сфера, шар, круг и окружность: различия

► Сравните, какие объекты являются поверхностями, какие включают внутреннюю часть, а какие относятся к плоским фигурам. Это помогает не перепутать похожие по названию термины.

► Сфера и шар — пространственные объекты, а круг и окружность — плоские. Поэтому они по-разному «живут» в задачах и имеют разные единицы измерения.

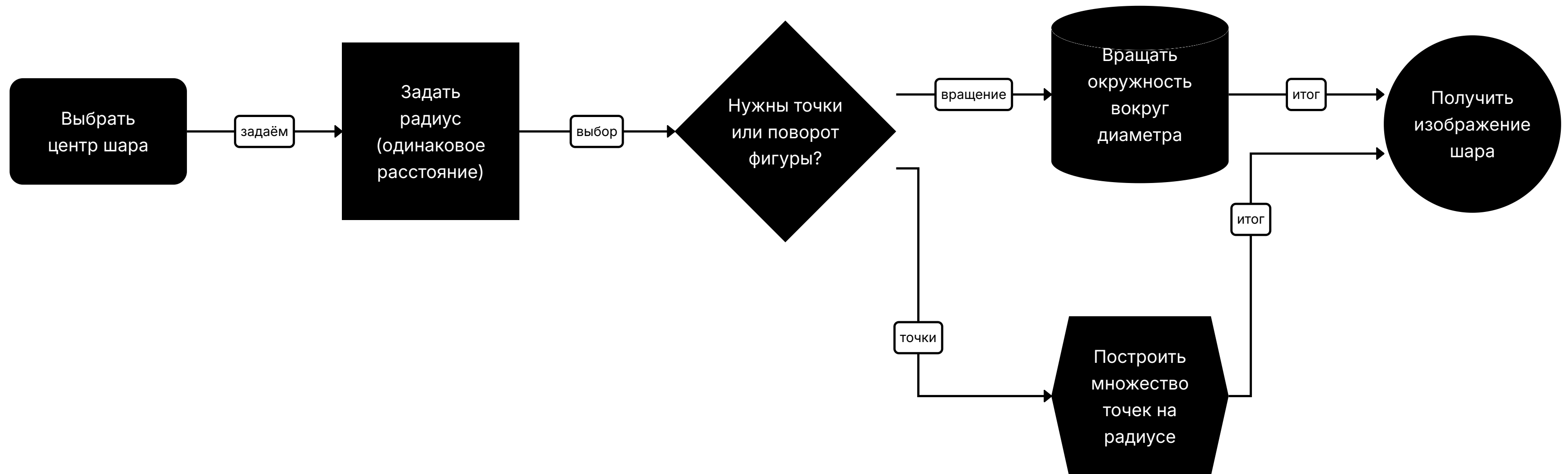
Фигура	Размерность	Что входит	Ключевая идея
Сфера	2D-поверхность	Поверхность	Только граница
Шар	3D-тело	Поверхность + внутри	Полное тело
Окружность	1D-линия	Только граница круга	Замкнутая линия
Круг	2D-плоская	Вся область круга	Есть внутренняя часть

Где используются сферические формы

- Шарики в подшипниках уменьшают трение между деталями. Благодаря форме контакт получается более ровным, а движение — более плавным при вращении механизма.
- Сферические резервуары и баки могут выдерживать нагрузку за счёт распределения давления. Когда давление распределяется равномерно, конструкция становится устойчивее.
- Купола зданий часто напоминают часть сферы и перекрывают большие пространства. Такая форма помогает направлять нагрузку и экономить материал по сравнению с плоскими перекрытиями.

Построение модели шара: от центра к точкам

Процесс используют в черчении и моделировании: сначала задают центр и радиус, затем формируют точки на заданном расстоянии от него.



Типичные ошибки при изучении темы

Частая ошибка — путать сферу и шар. Сфера — это только поверхность, а шар включает и поверхность, и внутреннюю область, поэтому в задачах меняются ответы и смысл величин.

Ещё одна ошибка — считать диаметр равным радиусу. На самом деле диаметр в 2 раза больше радиуса: $d = 2r$, и это влияет на вычисления сразу на первом шаге.

Нередко путают формулы площади поверхности и объёма. Площадь считается по $S = 4\pi r^2$ и измеряется в квадратных единицах, а объём — по $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ в кубических.

Чтобы избежать ошибок, проверяйте единицы измерения в конце решения. Если получилась «см³» в задаче на площадь или «см²» в задаче на объём, значит, формула была выбрана неверно.

Что растёт быстрее: площадь или объём

Если рассматривать радиусы 1, 2 и 3, величины выражаются через π . По числам видно: объём опережает рост площади.

Анализ показывает, что объём зависит от куба радиуса, поэтому начинает обгонять площадь при увеличении r .

В основе — формулы $S = 4\pi r^2$ и $V = \frac{4}{3}\pi r^3$; значения рассчитаны для $r = 1, 2, 3$ (единицы радиуса — произвольные)



Главные выводы о сфере и шаре

Сфера задаёт поверхность, а шар включает и поверхность, и внутреннюю область. Ключевые элементы — центр, радиус и диаметр. Формулы $S = 4\pi r^2$ и $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ помогают видеть, как меняются размеры с ростом радиуса.