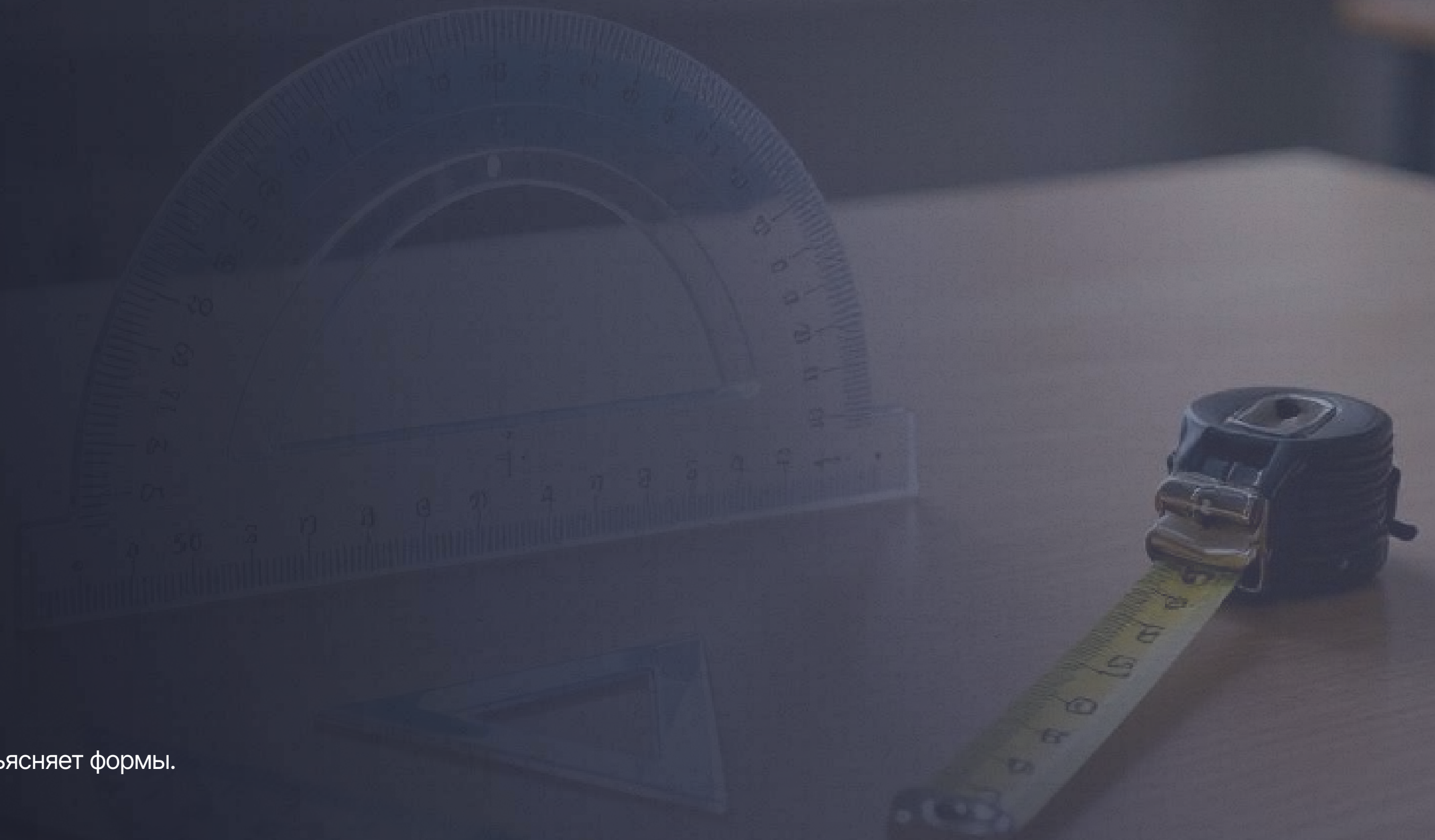


Синус, косинус, тангенс: зачем они нужны

Тригонометрия измеряет недоступное и объясняет формы.



Тригонометрия в жизни и в школе

01

Эти функции возникли из практических измерений
и помогают находить стороны, углы и закономерности
на графиках.

Что такое прямоугольный треугольник

Главный признак

Прямоугольный треугольник всегда имеет один угол 90° . Остальные два угла острые, а одна сторона, лежащая напротив прямого угла, называется гипотенузой.

Два катета

Для выбранного острого угла один катет находится рядом с ним, а другой — напротив него. Так легче сравнивать стороны и строить отношения между ними.

Основа функций

Именно через эти три стороны определяют синус, косинус и тангенс. Поэтому треугольник становится удобной моделью для измерений и вычислений.

Определения $\sin$, $\cos$ и $\tan$

01

1. Синус

Синус угла находят как отношение противолежащего катета к гипотенузе. Это показывает, какую часть самой длинной стороны составляет высота треугольника.

02

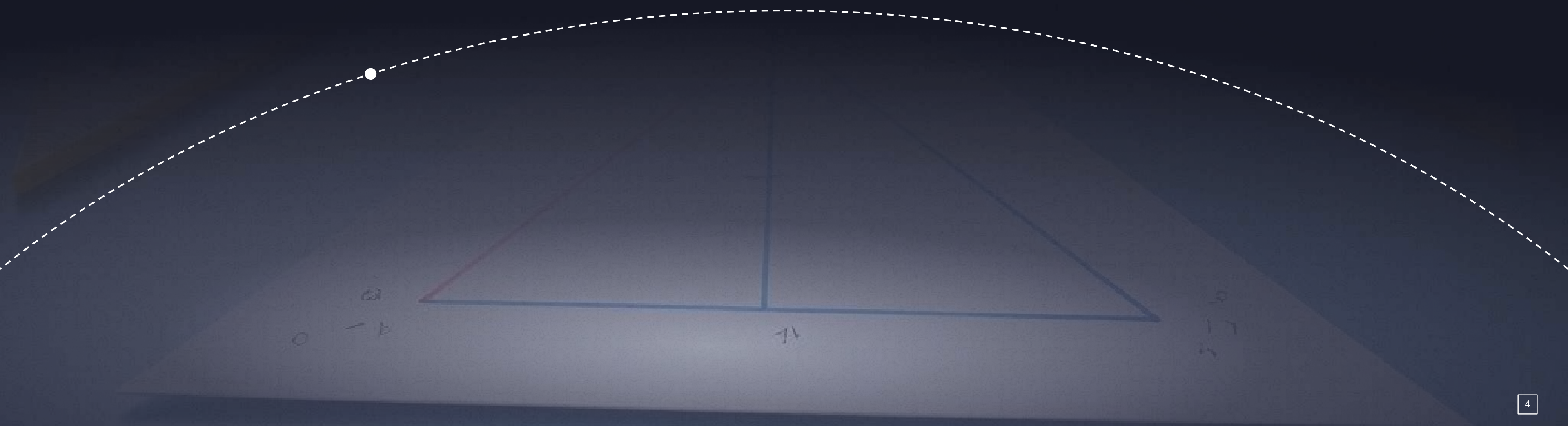
2. Косинус

Косинус угла — это отношение прилежащего катета к гипотенузе. Он помогает понять, насколько сторона «смотрит» вдоль выбранного угла.

03

3. Тангенс

Тангенс угла равен отношению противолежащего катета к прилежащему катету. Эта функция особенно удобна, когда известны два катета.



Три наглядных примера углов

Угол 30°

Для угла 30° противолежащий катет вдвое меньше гипотенузы. Это один из самых удобных случаев, потому что соотношение сторон легко запомнить и проверить.

Угол 45°

При угле 45° оба катета равны. Такой треугольник помогает быстро увидеть, как одинаковые стороны влияют на значения функций.

Угол 60°

Угол 60° даёт другое соотношение сторон, но правила остаются теми же. Важно не запоминать только числа, а понимать сам смысл отношений.



Как читать единичную окружность



Координаты точки

Точка на единичной окружности показывает сразу две координаты: x соответствует $\cos$, а y соответствует $\sin$. Поэтому угол можно связать с положением точки.



Знаки в четвертях

По четвертям сразу видно знаки функций: в разных частях окружности координаты меняют знак. Это помогает быстро проверять ответ без длинных вычислений.

Как читать график функции

01

Оси графика

По горизонтали на графике откладывают угол, а по вертикали — значение функции. Так можно увидеть, как синус или косинус меняется при движении по окружности.

02

Нули функции

Нули показывают точки, где значение функции равно 0. Для $\sin$ и $\cos$ они помогают быстро находить важные углы без полного построения таблицы.

03

Пики и впадины

Максимумы и минимумы показывают, где функция достигает 1 или -1. Эти точки сразу выделяют вершины волны и делают график понятнее.

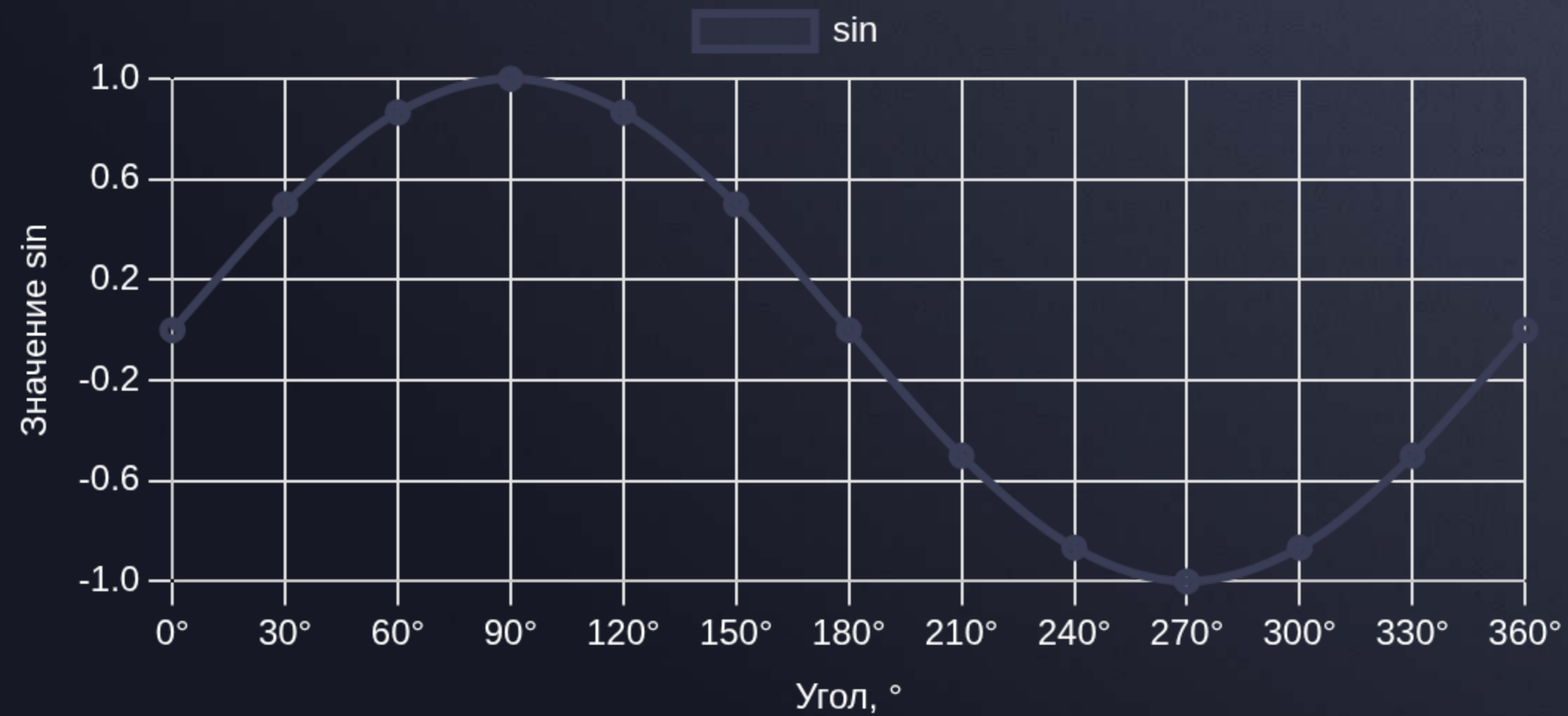
04

Повторение формы

Если видеть повторение формы, легче понять период и сдвиг графика. Это особенно полезно при сравнении $\sin$ и $\cos$.



График синуса

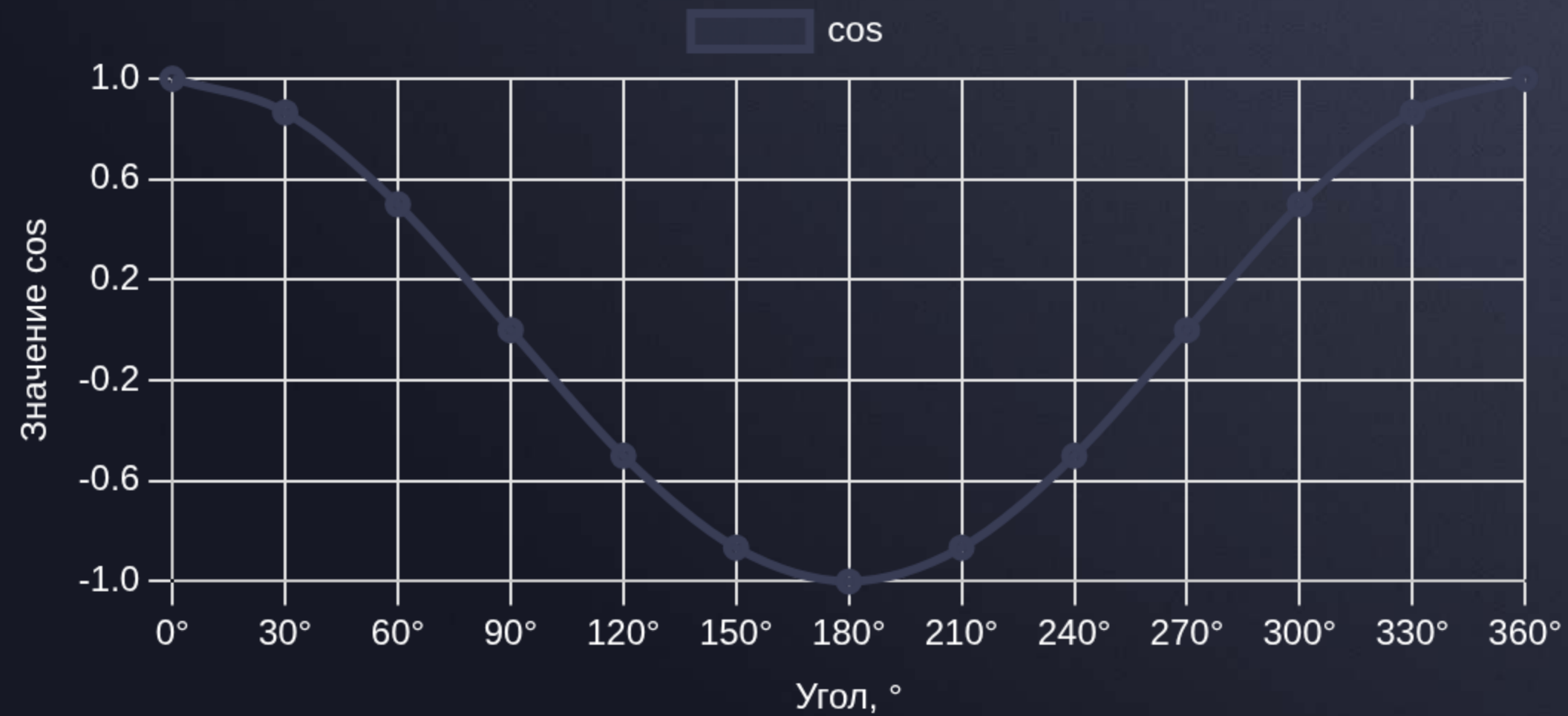


На графике видно, что синус плавно меняется без скачков и симметрично проходит через ноль.

Синус повторяется через полный оборот и остаётся в пределах от -1 до 1 .

Стандартные значения синуса для углов 0° – 360°

График косинуса и фазовый сдвиг



Косинус имеет ту же волну, но начинает движение с максимума, поэтому график смещён относительно синуса.

Форма совпадает с синусом, но начало сдвинуто на четверть периода.

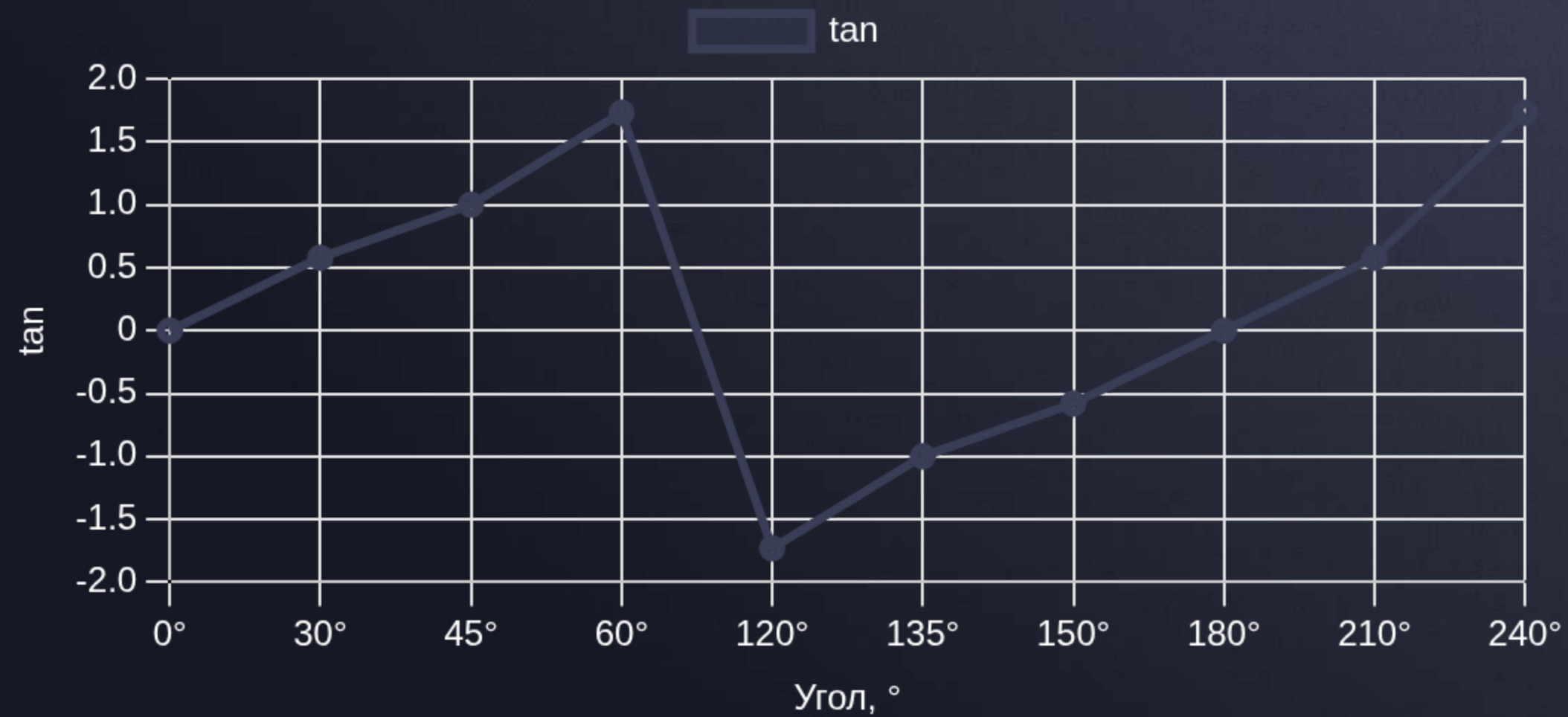
Стандартные значения косинуса для углов 0°–360°

$\frac{1}{4}$ периода

соответствует сдвигу между
графиками синуса
и косинуса.

Одинаковые волны могут начинаться в разных точках,
поэтому пики и нули у $\sin$ и $\cos$ не совпадают.

График тангенса



На графике тангенса удобно видеть, как функция резко меняется рядом с углами, где косинус обращается в ноль.

График повторяется через 180° и быстро уходит вверх или вниз возле точек разрыва.

Школьные табличные значения тангенса и его периодичность.



2

**точки разрыва особенно
заметны при 90° и 270° .**

Две точки разрыва в пределах одного периода
показывают, где деление на ноль делает функцию
невычислимой.

Свойство $\tan = \sin / \cos$ в школьной тригонометрии.

4

**четверти достаточно, чтобы
заранее проверить знак
ответа.**

Правила знаков тригонометрических функций по четвертям.

Четыре четверти плоскости помогают быстро определить знак $\sin$, $\cos$ и $\tan$ без лишних вычислений.

Знаки по четвертям

В каждой четверти знаки тригонометрических функций меняются по строгому правилу.

Таблица позволяет быстро проверить знак результата и избежать ошибок при решении задач.

Четверть	Знаки
I	+ + +
II	+ — +
III	— — +
IV	— + -

Правила знаков $\sin$, $\cos$ и $\tan$ по четвертям.

Таблица ключевых углов

Угол	Значения
0°	$\sin 0$; $\cos 1$; $\operatorname{tg} 0$
30°	$\sin \frac{1}{2}$; $\cos \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{3}}$
45°	$\sin \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\operatorname{tg} 1$
60°	$\sin \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos \frac{1}{2}$; $\operatorname{tg} \sqrt{3}$
90°	$\sin 1$; $\cos 0$; tg не опр.

Стандартная таблица значений тригонометрических функций для основных углов.

Стандартные значения для основных углов помогают считать без калькулятора и узнавать типовые ответы в задачах.

Эти пять углов — база для проверки вычислений и упрощения многих школьных задач.

1

**формула объединяет
вычисления в одну проверку.**

Тождество $\tan \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$.

Одна формула связывает три функции и позволяет находить $\tan$ через уже известные значения $\sin$ и $\cos$.

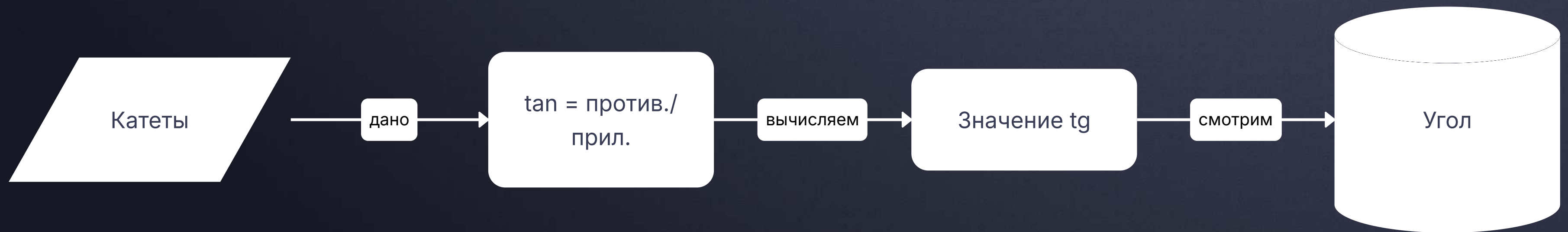
Как найти высоту по углу

Решение через прямоугольный треугольник и отношение сторон.



Как найти угол по сторонам

По отношению сторон сначала находят тангенс, затем определяют угол по таблице или калькулятору.



4

**ошибки стоит проверять
перед сдачей решения.**

Типичные ошибки при изучении синуса, косинуса и тангенса в школе.

Четыре типичные ошибки чаще всего мешают получить
верный ответ в задачах на тригонометрию.

Что важно запомнить

Синус, косинус и тангенс помогают переводить геометрию в числа и обратно. Если помнить отношения сторон, знаки по четвертям и таблицу углов, задачи становятся заметно проще.

