

Центральная симметрия и изометрия в геометрии 9 класса

Фигуры меняют положение,
но сохраняют форму и размеры.



Как преобразования сохраняют равенство фигур

Геометрические преобразования переводят точки по правилу, а изометрии сохраняют расстояния. Поэтому равные фигуры остаются равными, а их стороны, углы, периметр и площадь не меняются.

180°

поворот вокруг центра полностью описывает центральную симметрию.

Именно такой поворот переносит каждую точку на противоположную сторону от центра на равное расстояние.

Определение центральной симметрии и её связь с поворотом на 180°

Построение образа точки и простой фигуры

Проведи прямую

Соедини точку A с центром O и продолжи эту линию за центр. На этой же прямой будет расположен образ точки, что задаёт правильное направление построения.

Отложи равное расстояние

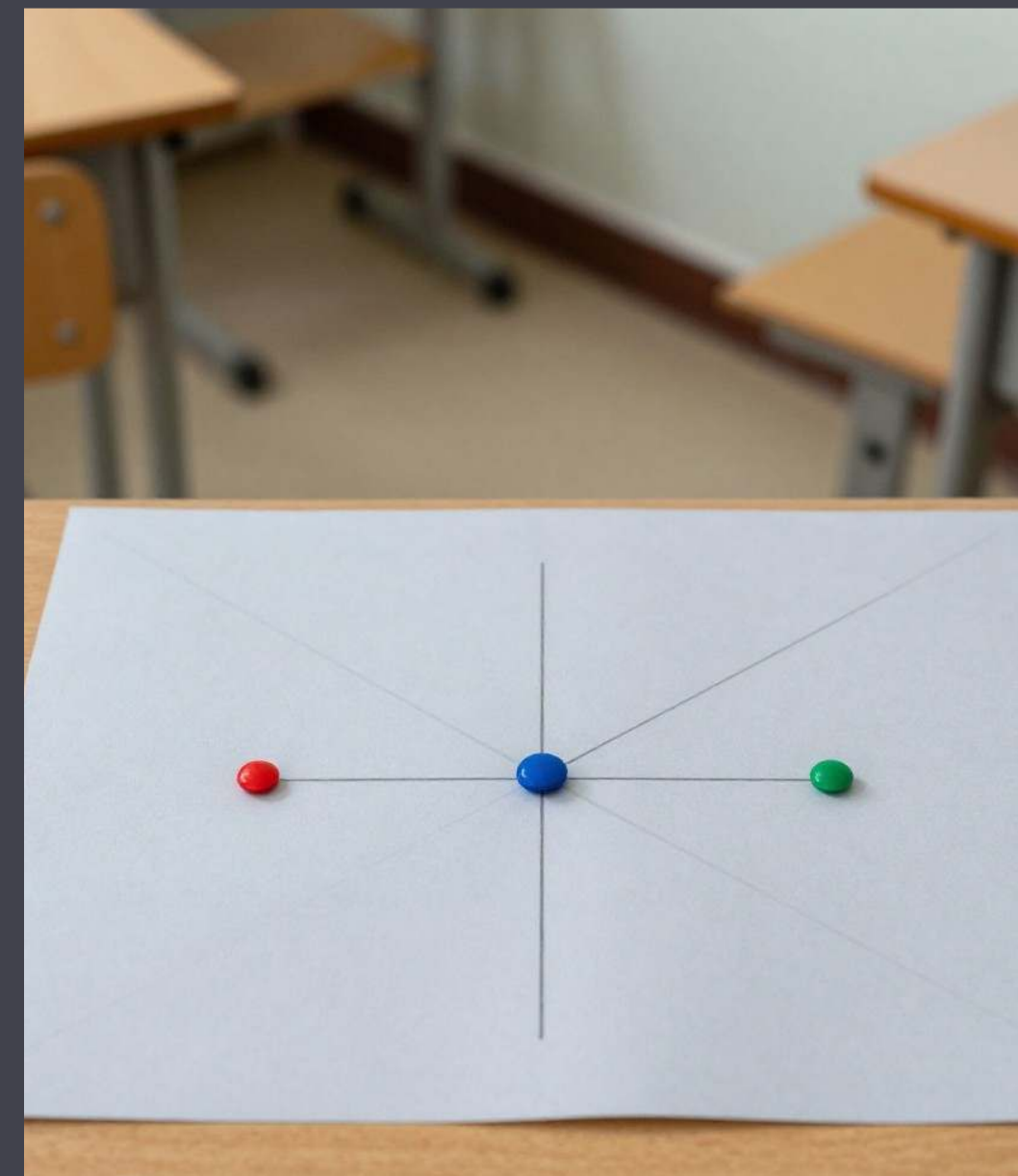
На продолжении луча отметь точку A' так, чтобы отрезки OA и OA' были равны. Тогда центр O окажется серединой отрезка AA' , как требует определение.

Построй все вершины

Для многоугольника повтори тот же приём для каждой вершины. После нахождения образов всех точек соединяй их в том же порядке, чтобы фигура не исказилась.

Проверь результат

На чертеже удобно показать центр O , исходную точку A и образ A' . Если расстояния до центра совпадают, построение выполнено верно и фигура получилась симметричной.



Фигуры с центром симметрии

Фигура	Центр
Круг	есть
Параллелограмм	пересечение диагоналей
Отрезок	середина
Равнобедр. треугольник	нет

У разных фигур центр симметрии расположен по-разному, а иногда его нет совсем.

Наличие центра симметрии определяется строением фигуры: у одних фигур он есть, у других — нет.

Свойства основных геометрических фигур

Центральная симметрия на координатной плоскости

1

Начало координат

Если центр симметрии совпадает с началом координат, точка $(x; y)$ переходит в точку $(-x; -y)$. Это самый удобный случай для быстрых построений на клетчатой бумаге.

2

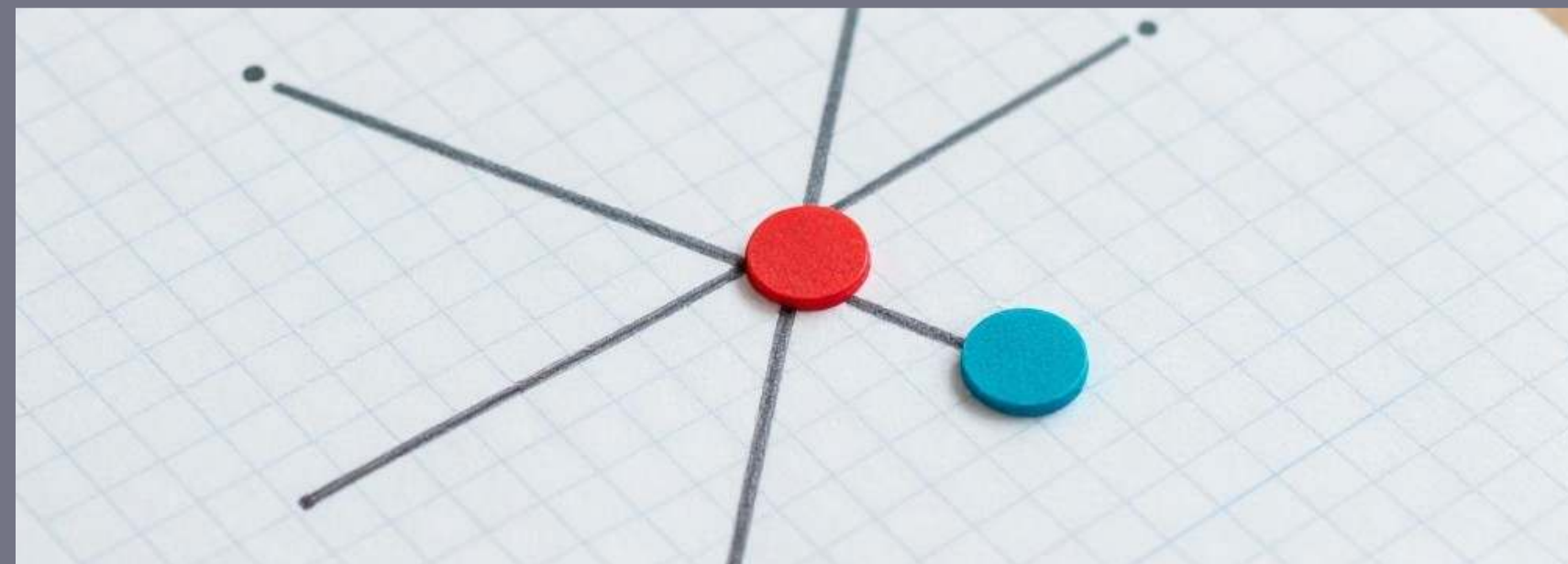
Произвольный центр

Для центра $O(a; b)$ координаты образа находят по формуле $(2a - x; 2b - y)$. Она помогает точно проверить, правильно ли построена симметричная точка.

3

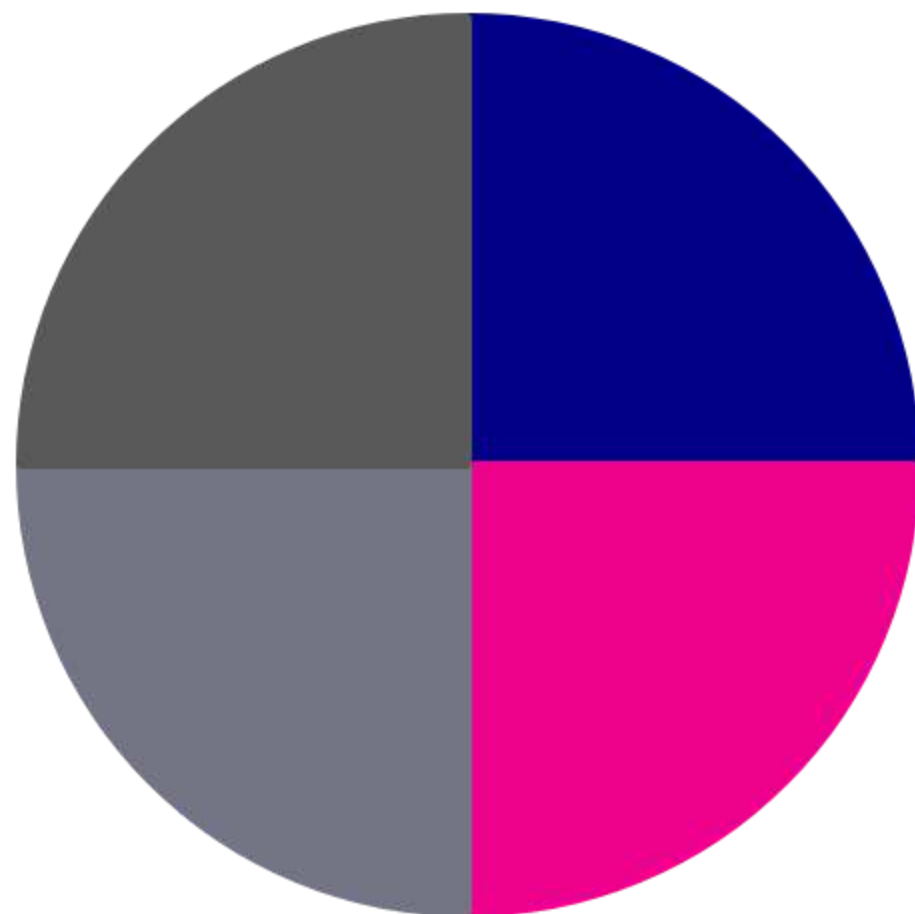
Проверка построений

Координатный способ полезен не только для чертежа, но и для самопроверки. Если вычисленные координаты не совпадают с рисунком, значит, в построении допущена ошибка.



Преобразования, сохраняющие размеры фигур

■ Параллельный перенос ■ Осевая симметрия
■ Центральная симметрия ■ Поворот

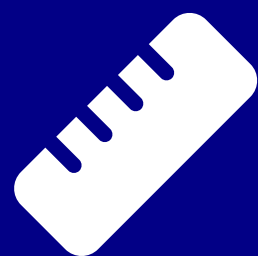


Все четыре вида движений по-разному меняют положение фигуры, но не её форму. Они удобны для сравнения равных фигур и построения чертежей.

Равные доли на диаграмме показывают, что каждое движение относится к преобразованиям без искажения размеров.

Классификация движений плоскости в школьной геометрии

Что такое изометрия



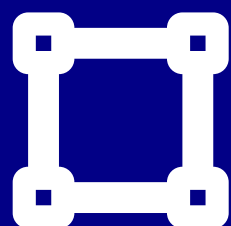
Сохраняет длины

Изометрия не изменяет расстояния между любыми двумя точками, поэтому отрезки после преобразования остаются такой же длины, как и были до него.



Сохраняет углы

Если фигура повернулась, отразилась или перенеслась, её углы остаются равными. Это позволяет сравнивать фигуры без дополнительных измерений и вычислений.



Не искажает форму

Изометрия меняет положение фигуры на плоскости, но не растягивает и не сжимает её. Поэтому контур и пропорции сохраняются полностью.

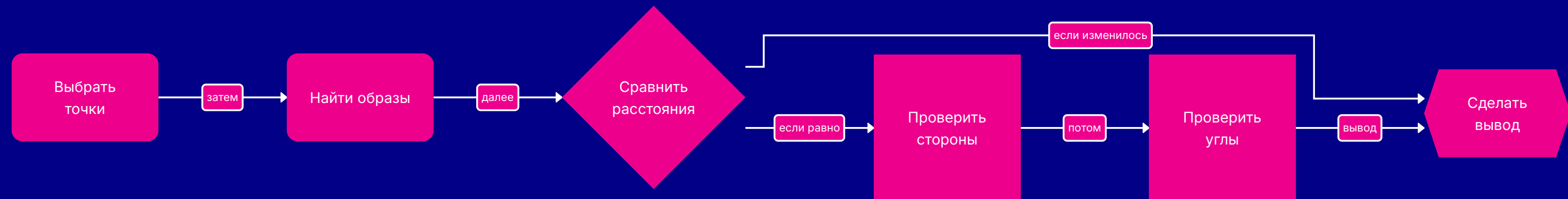


Сохраняет свойства фигуры

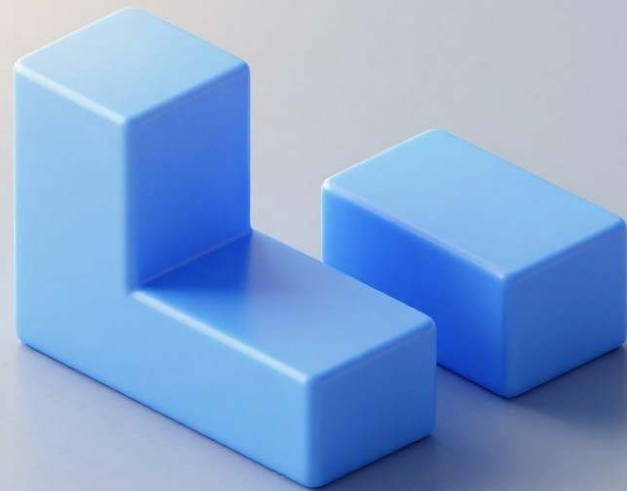
При изометрии сохраняются периметр и площадь, а значит исходная фигура и её образ равны. Отличие может быть только в расположении или ориентации.

Как проверить изометрию преобразования

Алгоритм основан на сравнении расстояний до и после преобразования.



Основные виды изометрий на плоскости



Фигура, которая сдвинулась

Параллельный перенос удобен тем, что каждая точка фигуры смещается на одно и то же расстояние и в одном направлении. Из-за этого изображение остаётся полностью равным исходной фигуре, только оказывается в новом месте плоскости.



Фигура в зеркале оси

При осевой симметрии фигура как будто отражается относительно прямой. Её стороны и углы сохраняются, но расположение меняется на противоположное, поэтому на чертеже легко увидеть «зеркальный» образ.



Фигура, повернутая вокруг точки

Центральная симметрия и поворот на 180° дают один и тот же результат: точка переходит на противоположную сторону от центра. Такая фигура выглядит так же, как и была, только иначе ориентирована.



Фигура после поворота

Поворот переносит фигуру вокруг выбранной точки на заданный угол, не меняя её размеров. Если угол поворота не равен 180° , образ всё равно остаётся равным исходной фигуре и сохраняет все измеримые свойства.

Почему центральная симметрия связана с поворотом на 180°

Исходное положение

Берём точку A и центр O . До преобразования точка находится на одной стороне от центра и задаёт начало построения симметричного образа.

Поворот на 180°

Если повернуть точку вокруг O на половину оборота, она окажется на продолжении прямой OA по другую сторону от центра и на том же расстоянии.

Итог

Полученная точка A' совпадает с образом при центральной симметрии. Поэтому центральную симметрию рассматривают как поворот на 180° вокруг точки O .

Центральная и осевая симметрия: сходство и различие

Признак	Центральная	Осевая
Опора	точка O	прямая l
Преобразование	поворот 180°	отражение
Образ лежит	за центром	за осью
Результат	движение	движение

Сравнение двух видов симметрии показывает, чем они похожи и чем отличаются. Обе сохраняют размеры фигуры, но задаются разными элементами.

Обе симметрии сохраняют расстояния и углы, но центральная задаётся точкой, а осевая — прямой.

Школьный курс геометрии: определения центральной и осевой симметрии

Центральная симметрия в окружающем мире

Орнаменты и узоры

В орнаментах центральная симметрия помогает повторять элементы вокруг общего центра. Такие узоры выглядят уравновешенно и легко воспринимаются глазом, потому что противоположные части совпадают по форме и расположению.

Архитектура

В зданиях симметричные детали создают ощущение порядка и устойчивости. Центратно-симметричные элементы фасада или декора помогают сделать композицию более строгой и гармоничной, не нарушая пропорций.

Снежинки и розетки

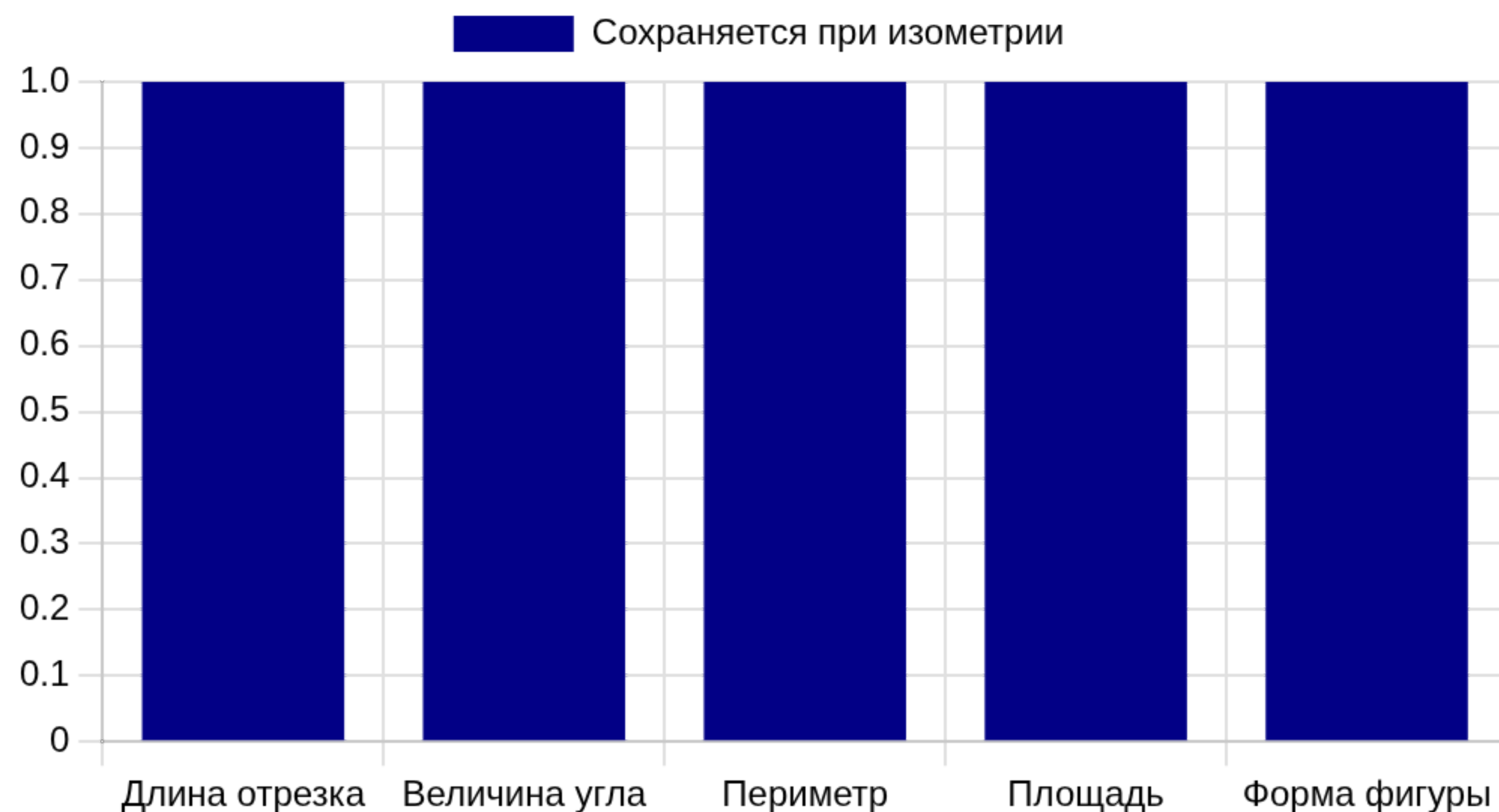
У снежинок и розеток часто можно заметить симметрию относительно центра. Повторение одинаковых частей вокруг одной точки делает изображение цельным и подчёркивает его природную или декоративную красоту.

Техника и чертежи

В технике симметрия упрощает проектирование деталей, которые нужно точно совмещать и поворачивать. Благодаря ей чертежи становятся удобнее для изготовления, а элементы конструкции — более надёжными.



Что сохраняется при изометрии



Изометрия не меняет внутренние свойства фигуры: все перечисленные характеристики остаются такими же, как и до преобразования.

Все основные характеристики сохраняются, поэтому изометрии называют преобразованиями без искажения.

Свойства движений в школьной геометрии

Типичные ошибки при построении симметрии

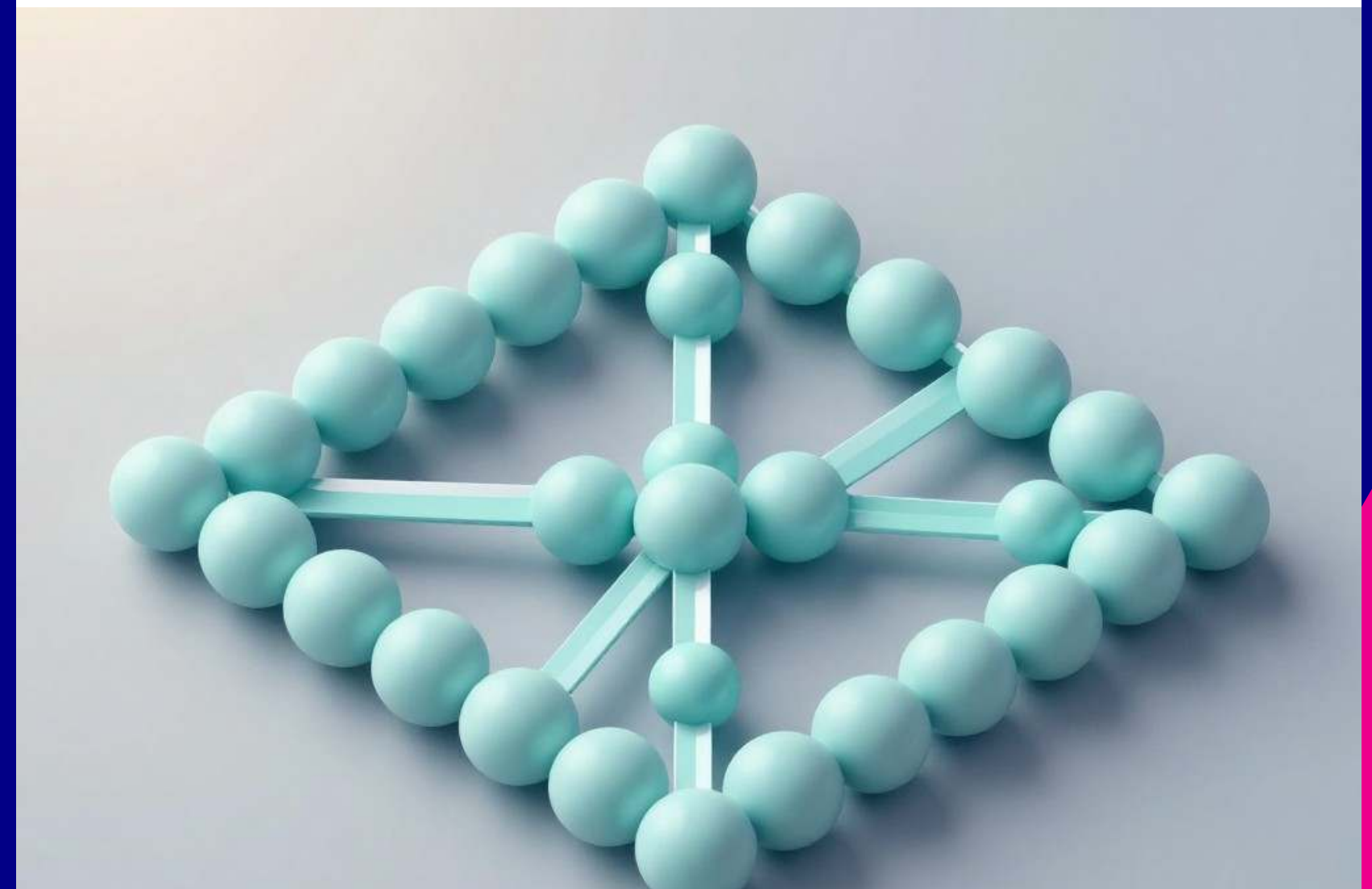
Центр выбран неверно

Частая ошибка — взять точку, которая не делит отрезок пополам. Тогда образ получается смещённым, и фигура уже не совпадает с требуемой центральной симметрией. На рисунке это заметно по нарушению равных расстояний от центра.



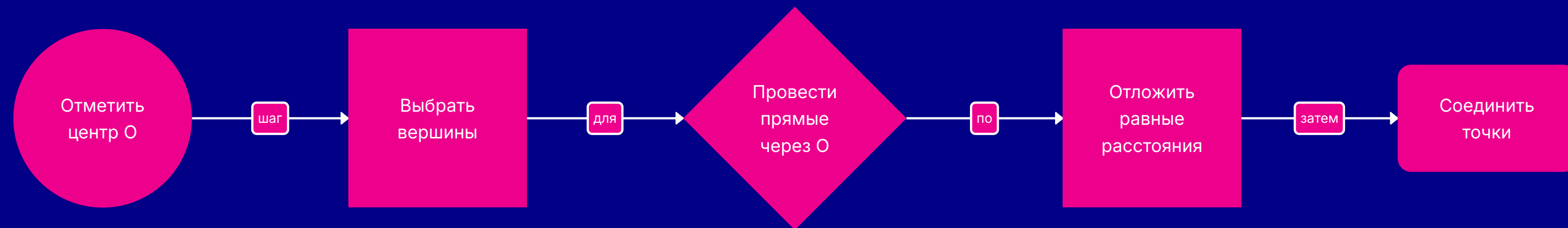
Вершины соединены не по порядку

Иногда ученик правильно находит образы точек, но соединяет их в случайной последовательности. Из-за этого получается искажённая фигура, хотя сами точки построены верно. Важно сохранять тот же порядок вершин, что и в исходной фигуре.



Алгоритм построения центрально-симметричной фигуры

Последовательность построения по правилу симметрии относительно точки O



Применение изометрии в задачах по геометрии

1

Равенство треугольников

Изометрия помогает показать, что два треугольника равны: если фигура получена движением, соответствующие стороны и углы совпадают. Это удобно при доказательствах и сравнении чертежей.

2

Поиск неизвестных величин

Когда известно, что фигуры изометричны, можно переносить равные отрезки и углы из одной части чертежа в другую. Так находят длины, углы и периметры без лишних вычислений.

3

Проверка построений

Если построенная фигура должна быть образом другой, изометрия позволяет быстро проверить правильность: совпадают ли расстояния, порядок вершин и форма. Ошибка сразу становится заметной на рисунке.



Краткая памятка по преобразованиям

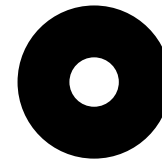
Преобразование	Сохраняет	Пример
Перенос	расстояния, углы	сдвиг фигуры
Поворот	расстояния, углы	поворот вокруг точки
Осевая симметрия	расстояния, углы	отражение от прямой
Центральная симметрия	расстояния, углы	поворот на 180°

Сравнивая основные преобразования, легко увидеть, что именно остаётся неизменным и почему все они относятся к движениям.

Во всех случаях сохраняются форма и размеры фигуры, а меняется только её положение или ориентация.

Школьный курс геометрии: свойства движений

Связь темы с другими разделами геометрии



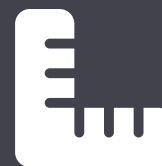
Точки и отрезки

Центральная симметрия строится на точном расположении точек, отрезков и середины. Без этих понятий невозможно определить, где находится образ фигуры и почему он расположен именно так.



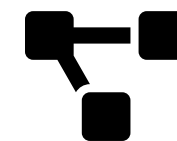
Координатная плоскость

На координатной плоскости удобно записывать симметричные точки и проверять построения по формулам. Это помогает быстро находить образы фигур и избегать ошибок при работе на клетчатой бумаге.



Равенство фигур

Изометрия тесно связана с равенством фигур: если расстояния сохраняются, соответствующие стороны и углы совпадают. Это основа для сравнения чертежей и строгих геометрических выводов.



Доказательства и построения

Тема помогает переходить от рисунка к доказательству. Свойства симметрии и изометрии удобно использовать в задачах на построение, проверку условий и перенос результатов между фигурами.

Главный вывод по теме

Центральная симметрия и изометрия показывают, что фигура может менять своё положение, но сохранять форму и размеры. Эти преобразования делают геометрические построения точными, наглядными и удобными для доказательств.