

Пропорциональ ные переменные

Как две величины меняются вместе по правилу



Зачем изучать пропорциональ ность в 7 классе

Эта тема соединяет формулы, графики и задачи из жизни, где нужно быстро находить неизвестное значение, проверять ответ и понимать смысл величин.

Переменные и зависимые величины



Что такое переменная

Переменная — это величина, значение которой может меняться. В алгебре её часто обозначают буквами x , y , t и используют в формулах и таблицах значений.



Независимая величина

Независимая величина задаётся первой. Её значение выбирают или измеряют отдельно, а затем по ней находят другую величину по известному правилу.



Зависимая величина

Зависимая величина меняется вслед за другой. Например, стоимость покупки зависит от количества товаров, а пройденный путь — от скорости и времени движения.



Связь между величинами

Если одна величина изменяется, а другая следует за ней по устойчивому правилу, такие величины называют связанными. Именно такие связи и изучает пропорциональность.

Прямая пропорциональность

1 Изменение в одном направлении

При прямой пропорциональности обе величины ведут себя одинаково: одна растёт — растёт и другая, одна уменьшается — уменьшается и другая.

2 Формула зависимости

Такую связь записывают формулой $y = kx$. Здесь k показывает постоянное отношение между величинами и не меняется для всей зависимости.

3 Постоянное отношение

Для любых значений отношение y/x остаётся одинаковым. Это удобный признак, который помогает отличить прямую пропорциональность от других зависимостей.

4 Как использовать признак

Если известна одна пара значений, можно найти k , а затем вычислить новые значения. Это ускоряет решение задач и помогает проверять ответ.

Примеры прямой пропорциональности

Ситуация	Пример	Проверка
Тетради	25 → 50 → 100	В 2 раза больше
Путь при 40 км/ч	40 → 80 → 120	Отношение постоянно
Товар на развес	Масса ↑, цена ↑	Цена за 1 кг неизменна

В таблице показаны ситуации, где стоимость, путь или вес меняются по одному и тому же правилу.

Во всех примерах сохраняется отношение y/x : увеличение одной величины вызывает такое же по смыслу увеличение другой.

Учебные примеры по теме пропорциональности

График прямой пропорциональности

Обе линии проходят через начало координат, но при большем коэффициенте прямая поднимается быстрее.

Чем больше коэффициент k , тем круче график; форма остаётся прямой, потому что отношение величин постоянно.

Схематический график по формулам $y = x$ и $y = 2x$

5

показывает, сколько приходится
на одну единицу первой величины

Если $y = 5x$, то коэффициент сразу говорит, какое значение y соответствует $x = 1$. По нему удобно быстро находить новые пары чисел.

Формула прямой пропорциональности $y = kx$

Прямая пропорция в магазине

Одна ручка

Если одна ручка стоит 30 рублей, цена покупки меняется пропорционально количеству: стоимость каждой следующей покупки можно найти по той же цене за один предмет.

Пять ручек

Если купить 5 одинаковых ручек, получится 150 рублей. Это удобно проверять: цена одной ручки остаётся постоянной, поэтому вся сумма зависит только от количества.



Две и три ручки

За 2 ручки нужно 60 рублей, а за 3 — 90 рублей. Количество увеличивается, и стоимость растёт в том же отношении, без лишних вычислений.

Почему это пропорция

Здесь стоимость и количество связаны постоянной ценой за 1 предмет. Значит, это пример прямой пропорциональности, а не случайного изменения цен.

Обратная пропорциональность

1 Противоположное изменение

При обратной пропорциональности одна величина увеличивается, а другая уменьшается. Такая связь часто встречается в задачах о работе, скорости и делении на части.

2 Формула зависимости

Эту зависимость записывают формулой $y = k/x$. В ней x и y связаны так, что изменение одного значения влияет на другое в обратную сторону.

3 Постоянное произведение

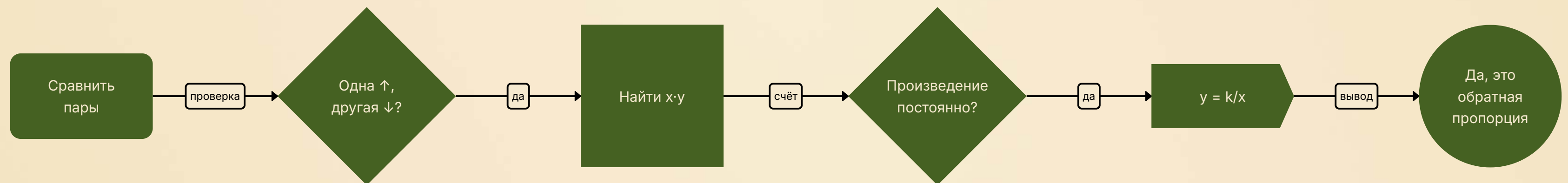
Для обратной пропорциональности произведение $x \cdot y$ остаётся одинаковым. Если одна величина стала вдвое больше, другая должна стать вдвое меньше.

4 Где встречается

Такую связь удобно замечать, когда нужно распределить работу между людьми, найти время на известное расстояние или разделить одно целое на равные части.

Как распознать обратную пропорциональность

Проверка по значениям и произведению $x \cdot y$



Примеры обратной пропорциональности

В таблице показаны ситуации, где увеличение одной величины сопровождается уменьшением другой. Во всех примерах сохраняется постоянное произведение.

Если произведение величин не меняется, зависимость является обратной пропорциональностью.

Учебные примеры обратной пропорциональности из курса алгебры 7 класса

Ситуация	Связь величин	Пример
Работа	Больше людей — меньше времени	3 раб. — 6 ч; 6 раб. — 3 ч
Движение	Выше скорость — меньше время	30 км/ч — 4 ч; 60 км/ч — 2 ч
Части числа	Больше частей — меньше доля	2 части — больше, 4 части — меньше

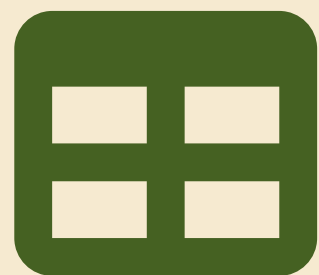
График обратной пропорциональности

При увеличении x значения y уменьшаются неравномерно: сначала быстро, затем медленнее. Это хорошо видно на кривой.

График убывает и не является прямой линией; при положительных значениях он расположен в первой четверти.

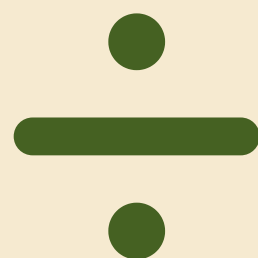
Схематический график зависимости $y = 12/x$

Как таблица помогает проверить зависимость



Сравнить значения

Таблица показывает несколько пар чисел сразу. По ней удобно заметить, меняются ли величины вместе, в противоположных направлениях или без общего правила.



Проверить отношение

Для прямой пропорциональности находят отношение y/x в каждой строке. Если оно одинаково, зависимость действительно прямая, а коэффициент можно определить по любой паре значений.



Проверить произведение

Для обратной пропорциональности вычисляют $x \cdot y$. Постоянный результат подтверждает тип связи и помогает выбрать правильную формулу ещё до построения графика.

Пропорциональность рядом с нами

Рецепт на большее число порций

Если нужно приготовить не две, а четыре порции, все продукты увеличивают в два раза. Для теста, крема и начинки сохраняется одно и то же соотношение, поэтому рецепт остаётся точным и удобным для пересчёта.

Масштаб на карте

Карта помогает увидеть большое расстояние на маленьком листе. Чем меньше масштабный отрезок на рисунке, тем аккуратнее нужно считать реальное расстояние, используя указанное соответствие между сантиметрами и километрами.

Типичные ошибки при решении задач на пропорциональность

1 Путают вид зависимости

Иногда прямую и обратную пропорциональность определяют только по интуиции. Чтобы не ошибиться, нужно смотреть, что происходит с величинами одновременно: растут ли они вместе или в противоположных направлениях.

2 Берут одну пару

Одна удачная пара чисел ещё не доказывает правило. Важно проверить несколько значений и убедиться, что отношение y/x или произведение $x \cdot y$ остаются постоянными.

3 Забывают единицы

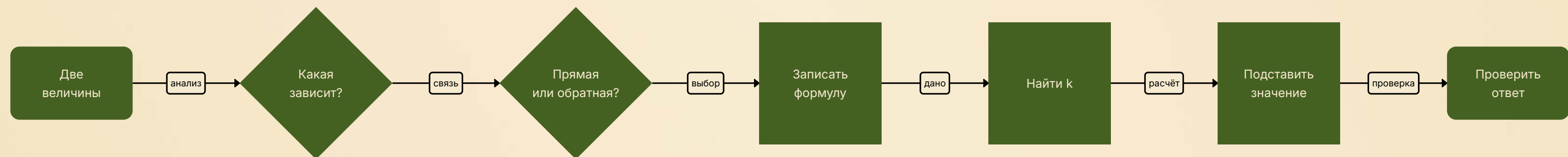
Без единиц измерения легко перепутать рубли, часы, километры и килограммы. Перед вычислением нужно понимать, что именно измеряется, иначе ответ может оказаться верным только по числам, но не по смыслу.

4 Называют пропорцией всё подряд

Не каждая зависимость является пропорциональной. Если величины меняются по разным правилам или не сохраняют постоянное отношение либо произведение, такую связь нельзя записывать формулой пропорциональности.

Как решать задачи на пропорциональность

Порядок действий основан на том, какой тип связи задан в условии и какие значения уже известны.



Сравнение прямой и обратной пропорциональности

У двух видов связи разные признаки, поэтому важно проверять не только числа, но и смысл задачи. Это ускоряет выбор формулы.

Если величины изменяются одинаково, подходит прямая пропорциональность; если в противоположных направлениях — обратная.

Сравнительные признаки пропорциональных зависимостей из курса алгебры 7 класса

Где встречаются пропорциональные переменные



Движение

При расчёте пути, времени и скорости пропорциональные зависимости помогают быстро находить неизвестное значение, если одна из величин уже известна и движение происходит равномерно.



География и масштаб

На картах и планах один сантиметр может означать километры на местности. Пропорция позволяет перевести изображение в реальное расстояние без лишних вычислений.



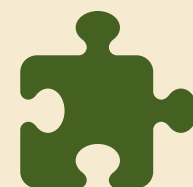
Растворы и смеси

Когда смешивают вещества, важно сохранять нужное соотношение. Если увеличить объём одной части, остальные части тоже изменяют в том же отношении.



Стоимость покупок

Цена нескольких одинаковых предметов зависит от количества и цены одного предмета. Такой расчёт часто используют в магазине, когда нужно быстро узнать стоимость набора.



Деление результата

Если общий результат делят на равные части, размер одной части зависит от их количества. Чем больше частей, тем меньше каждая из них.

Что важно запомнить перед проверочной работой

1 Формулы

Прямая пропорциональность записывается как $y = kx$, а обратная — как $y = k/x$. По формуле сразу видно, как связаны величины и какой коэффициент нужно искать.

2 Главные признаки

Для прямой связи сохраняется отношение y/x , а для обратной — произведение $x \cdot y$. Именно эти проверки помогают быстро отличить один тип зависимости от другого.

3 Таблица и график

Таблица значений показывает закономерность в числах, а график помогает увидеть общий вид зависимости. Вместе они дают более надёжную проверку, чем один способ по отдельности.

4 Смысл задачи

Всегда нужно читать условие внимательно и проверять единицы измерения. Если не понять, что именно измеряется, можно правильно посчитать, но получить неверный ответ по смыслу.



Пропорциональность помогает видеть правило в числах

Прямая и обратная пропорциональность показывают, как одна величина связана с другой. Если научиться узнавать формулу, коэффициент, таблицу и график, задачи становятся понятнее и решаются увереннее.