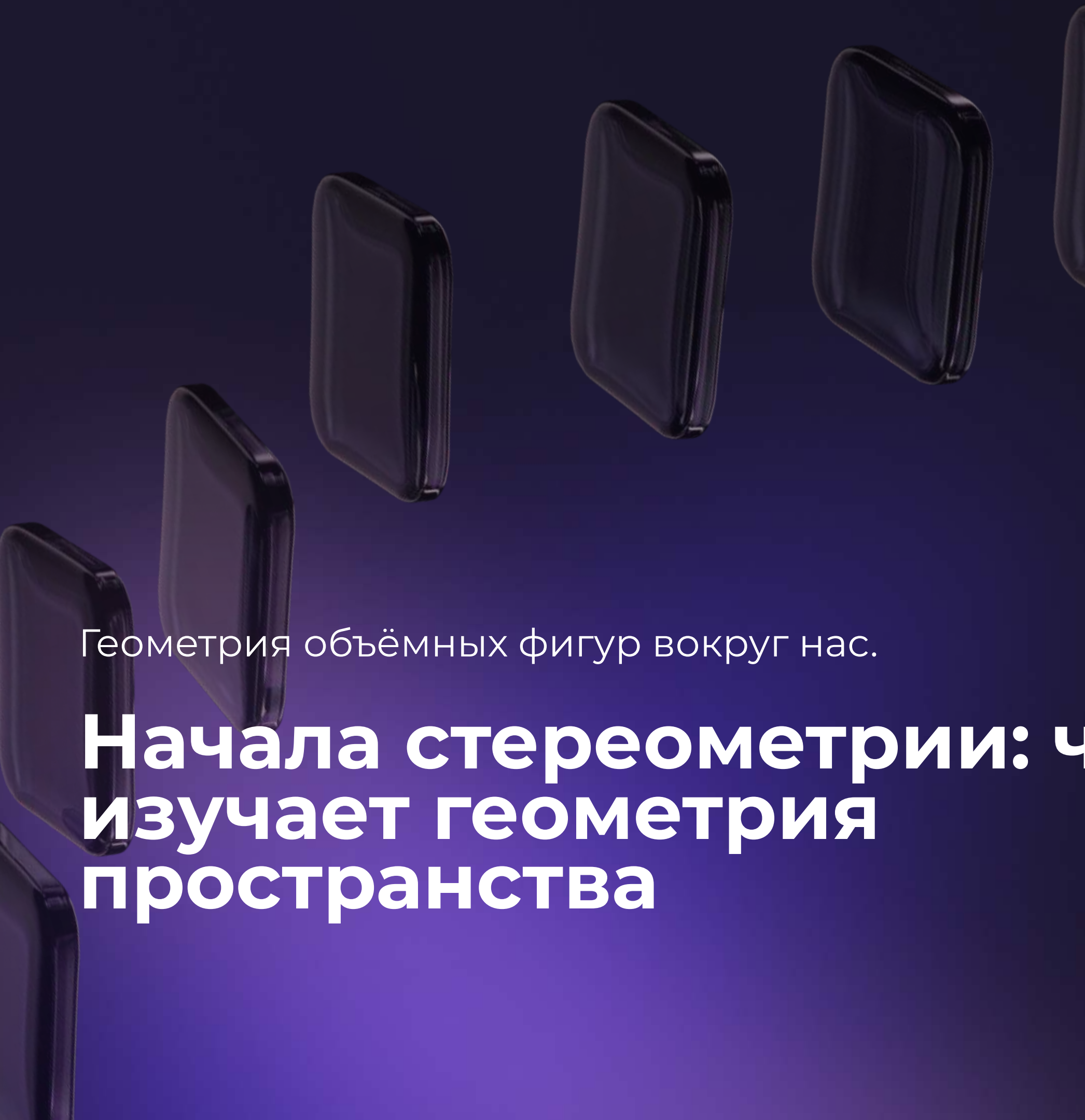




Геометрия объёмных фигур вокруг нас.

Начала стереометрии: что изучает геометрия пространства



A classroom scene with a whiteboard in the background showing two 3D pyramids. In the foreground, a wooden desk holds a transparent triangular prism, a ruler, a compass, and several dark-colored rings. Large windows in the background let in natural light.

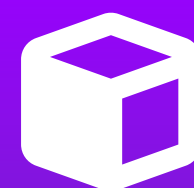
Почему в 9 классе начинается изучение пространства

Планиметрия учит видеть фигуры на плоскости, а стереометрия — в объёме. Здесь нужно представлять скрытые рёбра, сечения и взаимное положение объектов в трёх измерениях — это основа дальнейшей геометрии в 9 классе и старше.

Основные объекты стереометрии

Прямая

Прямая бесконечна в обе стороны и задаёт направление. В стереометрии она помогает описывать рёбра, линии пересечения и параллельные направления, а также строить рассуждения о расстояниях и углах.



Объёмные фигуры

Многогранники и тела вращения объединяют фигуры, у которых есть объём. Их изучают через грани, рёбра, вершины, основания и оси симметрии, чтобы находить размеры, площади поверхности и объёмы.



Точка

Точка показывает только положение в пространстве и не имеет размеров. Её используют как опору для построения остальных объектов, обозначая вершины, пересечения и места, где начинается или заканчивается отрезок.

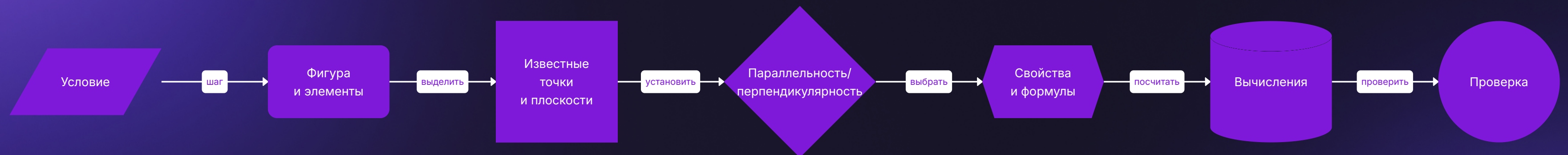


Плоскость

Плоскость бесконечна во всех направлениях, но на рисунке показывается лишь её часть. Она служит моделью поверхности стола, стены или листа бумаги и нужна для изучения пересечений и параллельности.

Общий порядок рассуждений в задачах по стереометрии

Последовательность помогает связать условие, рисунок и вычисления без потери данных.



Как плоскость выглядит на рисунке и в жизни

На чертеже

Плоскость на рисунке обычно изображают параллелограммом, хотя в действительности она не имеет края и продолжается бесконечно. Такой способ помогает показать её положение относительно других фигур.

В окружающем мире

Примерами плоскости могут быть поверхность стола, пол, стена или лист бумаги. Эти объекты удобны для сравнения, потому что их можно мысленно продолжать в стороны без изменения направления.

Зачем это нужно

Если понимать, что рисунок лишь условно показывает плоскость, легче читать схемы с кубами, призмами и линиями. Тогда проще замечать, где фигура лежит на поверхности, а где находится над ней.



Куб и прямоугольный параллелепипед как первые модели объёмных фигур

01 Куб как эталон

Куб удобен для первых задач, потому что все его грани равны, а рёбра имеют одинаковую длину. На нём легко тренировать счёт элементов и сравнение размеров.

02 Параллелепипед в жизни

Прямоугольный параллелепипед часто напоминает книгу, коробку или кирпич. У него все грани прямоугольные, а соседние рёбра образуют прямые углы, что делает чертёж особенно наглядным.



03 Почему их изучают первыми

Эти фигуры проще всего изображать, измерять и проверять. На их примере удобно понимать, как связаны длина, ширина, высота, площадь поверхности и объём.

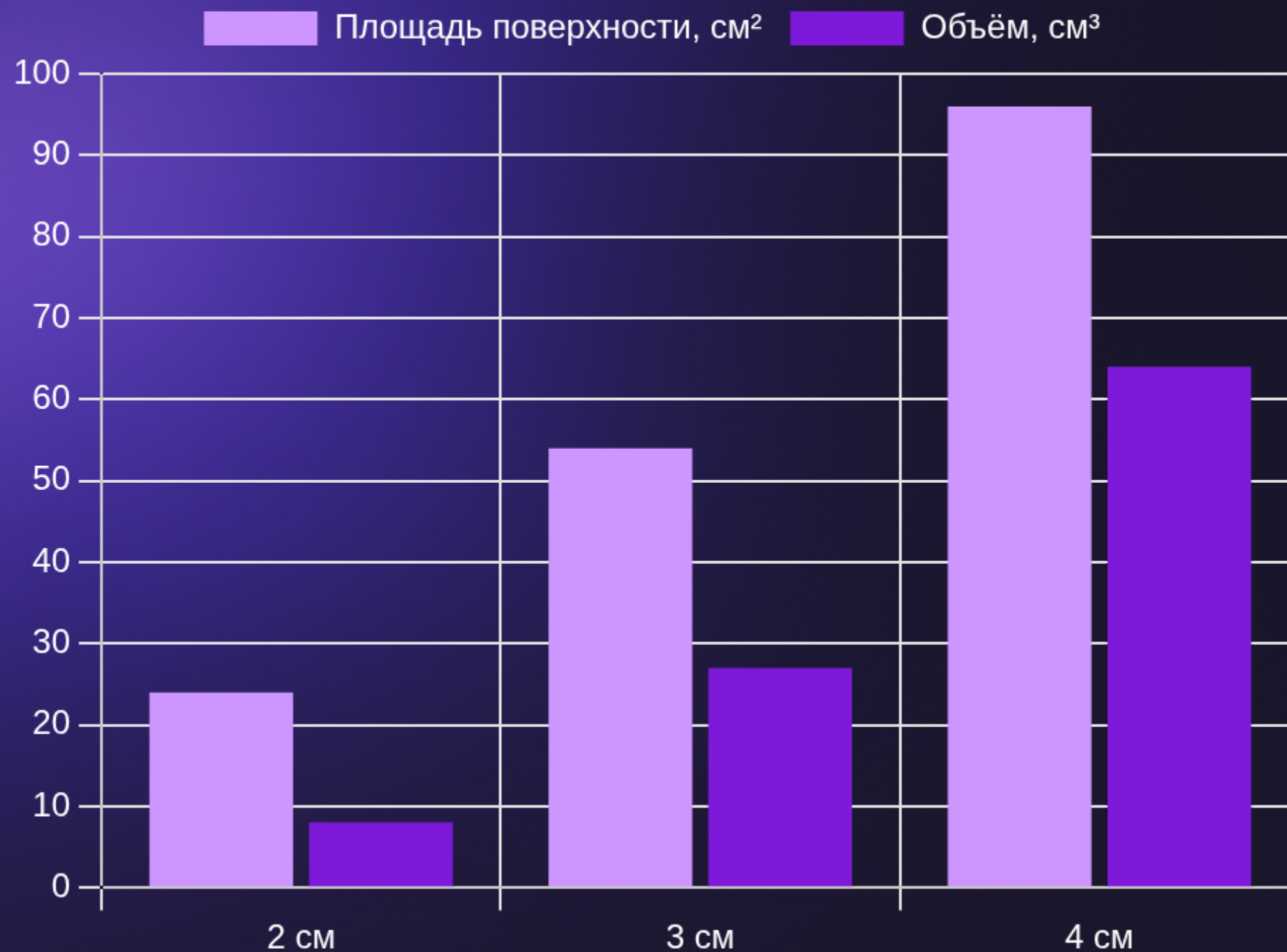
Основные объёмные фигуры и их признаки

Фигура	Признак	Вершины	Пример
Куб	6 квадратных граней	8	кубик
Пирамида	1 основание, боковые треугольники	зависит	шатёр
Тело вращения	гладкая поверхность	обычно нет	мяч

Короткое сравнение помогает быстрее узнавать фигуры и выбирать нужный способ измерения.

Внешний вид фигуры подсказывает, какие элементы считать и какие величины находить.

Как растут площадь поверхности и объём куба



Обе величины зависят от ребра куба, но растут по-разному. Это помогает увидеть, почему увеличение размера даёт очень разные результаты.

Объём увеличивается быстрее площади поверхности: при удвоении ребра — в 8 раз против 4.

Расчёт по формулам $S=6a^2$ и $V=a^3$ для $a=2, 3, 4$ см

Рёбра, грани и вершины: язык описания многогранников

■ Грани

Грани — это плоские части поверхности многогранника. Они образуют его внешнюю форму и помогают понять, из каких плоских фигур составлено тело.

■ Рёбра

Рёбра — отрезки, по которым две грани встречаются друг с другом. По рёбрам удобно считать стороны, определять направление и находить соединения между частями фигуры.

■ Вершины

Вершины — точки, где сходятся рёбра. Именно по вершинам обычно удобно задавать фигуру на чертеже, отмечать её углы и различать элементы одинаковой формы.



Как пересекаются прямые и плоскости в пространстве

Две плоскости

Если две плоскости имеют общую линию, они пересекаются по прямой. Это один из самых важных случаев, потому что он часто встречается в задачах на сечения и модели тел.

Прямая и плоскость

Прямая может пересекать плоскость в одной точке, полностью лежать в ней или быть параллельной ей. Нужно внимательно смотреть, где именно находится линия относительно поверхности.

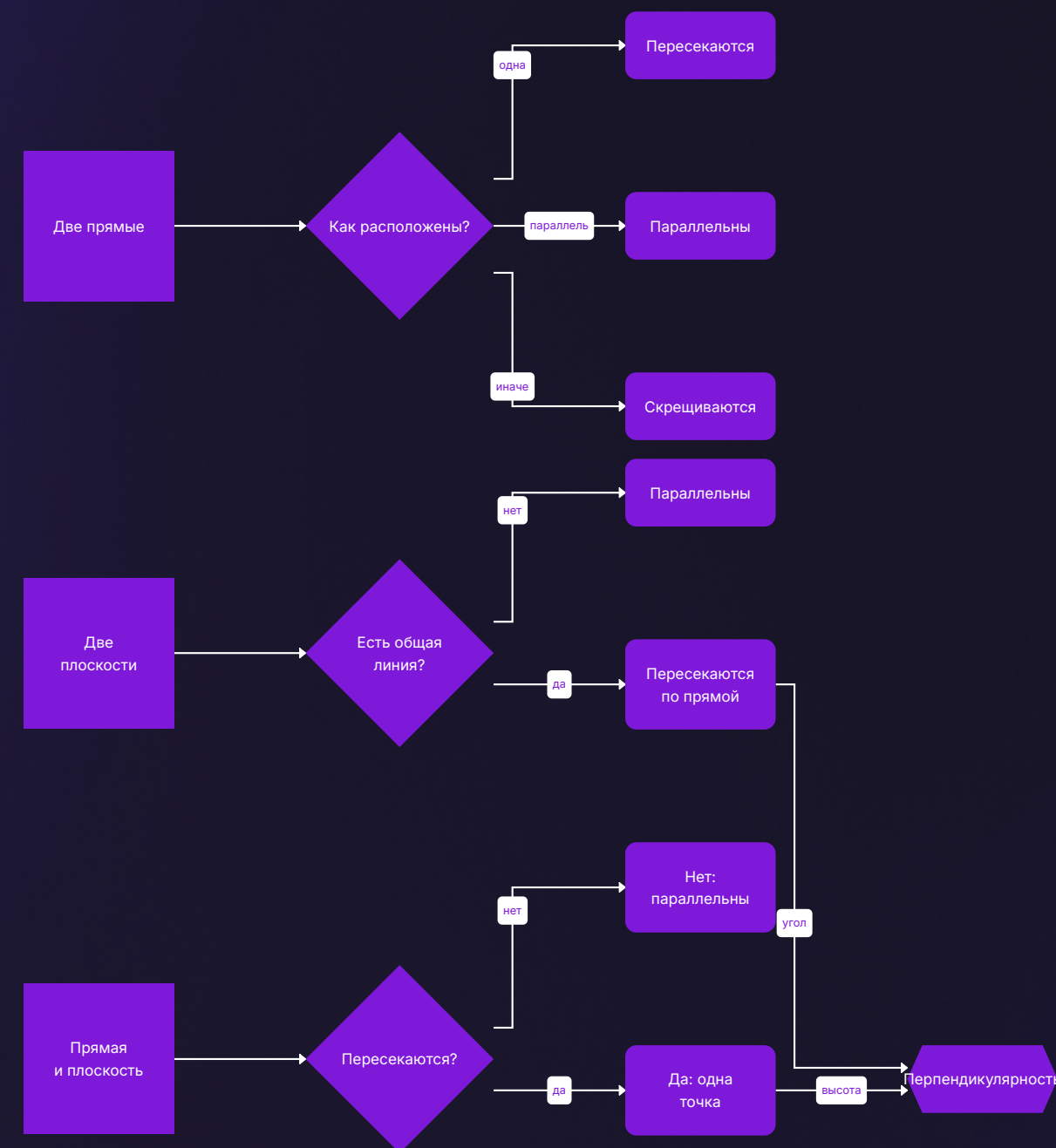
Почему это важно

Понимание таких положений помогает находить углы, расстояния и основания перпендикуляров. Без этого трудно правильно читать чертёж и выбирать нужное геометрическое свойство.



Отношения фигур в пространстве

Основные случаи взаимного положения прямых и плоскостей в стереометрии



Как читать изображение объёмной фигуры

01

Сначала видимые рёбра

Сплошные линии показывают части фигуры, которые видны наблюдателю. С них удобно начинать чтение чертежа, чтобы быстро понять форму, вершины и направление рёбер.

02

Потом скрытые элементы

Пунктиром отмечают невидимые рёбра и стороны, которые находятся за передней частью фигуры. По этим линиям восстанавливают полную модель и находят диагонали, высоты и сечения.

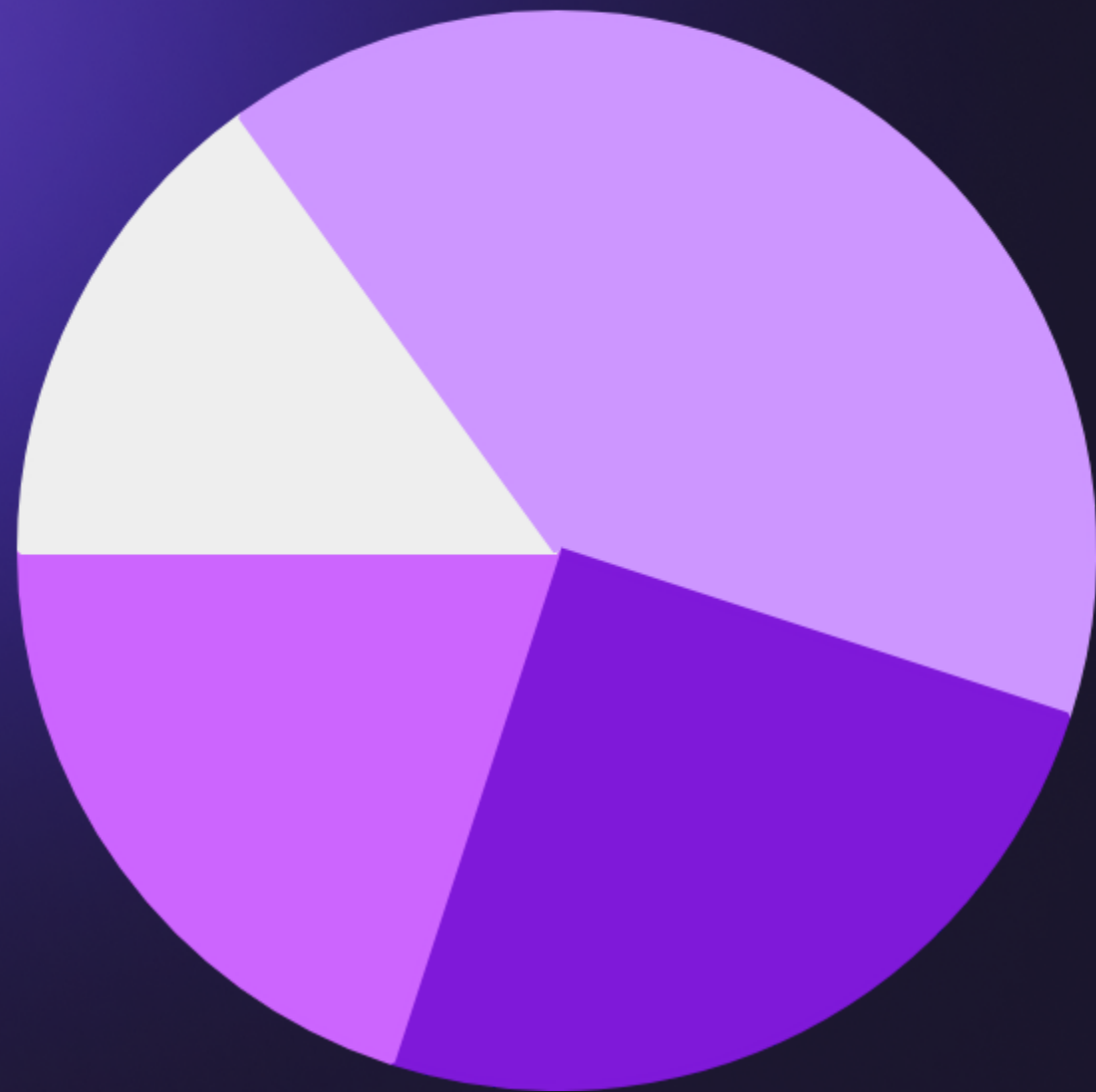
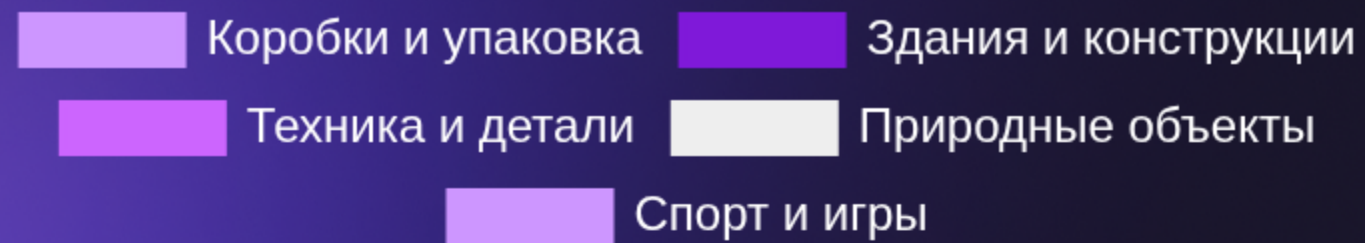
03

Проверяйте обозначения

Подписи вершин, рёбер и углов важнее внешнего сходства рисунка с предметом. Чертёж не сохраняет реальные размеры, поэтому нужно опираться на обозначения и условия задачи.



Где в жизни встречаются объёмные фигуры



Стереометрия помогает описывать как простые предметы, так и сложные конструкции, если рассматривать их форму, размеры и взаимное расположение частей.

Больше всего примеров связано с упаковкой и строительством: именно там объёмные модели особенно удобны для расчётов и проектирования.

Учебные примеры по теме «Начала стереометрии»

Как возникло изучение пространства



Евклид и строгий порядок

В Древней Греции геометрию начали строить как науку с чёткими правилами. Евклид в III веке до н. э. собрал известные сведения в систему, где каждое утверждение опирается на доказательство.



Архимед и измерение тел

Архимед исследовал площади поверхностей и объёмы тел, показывая, что даже сложные формы можно изучать точно. Его работы о шаре, цилиндре и конусе стали важной частью геометрии пространства.



Античные модели и чертежи

Для представления пространственных фигур использовали простые образы: сферу, цилиндр, куб и другие тела. Такие изображения помогали связывать реальные предметы с геометрическими понятиями и развивать пространственное мышление.

Что нужно уметь в начале изучения стереометрии



Эта таблица показывает основные навыки, без которых трудно читать чертежи, сравнивать фигуры и решать первые задачи по пространственной геометрии.

Начальный курс опирается на распознавание фигур, понимание их элементов и умение переводить рисунок в геометрическое описание.

Умение	Пример
Узнавать фигуру	куб, призма
Считать элементы	грани, рёбра
Читать чертёж	видимое, пунктир



Типичные ошибки при первом знакомстве со стереометрией

Плоскость и поверхность

Плоскость в геометрии бесконечна, а поверхность предмета всегда ограничена его размерами. Если смешивать эти понятия, трудно правильно понимать условия и делать выводы.

Рисунок не равен модели

Чертёж показывает форму, а не точные размеры. Из-за этого нельзя измерять отрезки по картинке линейкой и считать, что все углы на рисунке изображены без искажений.

Площадь и объём

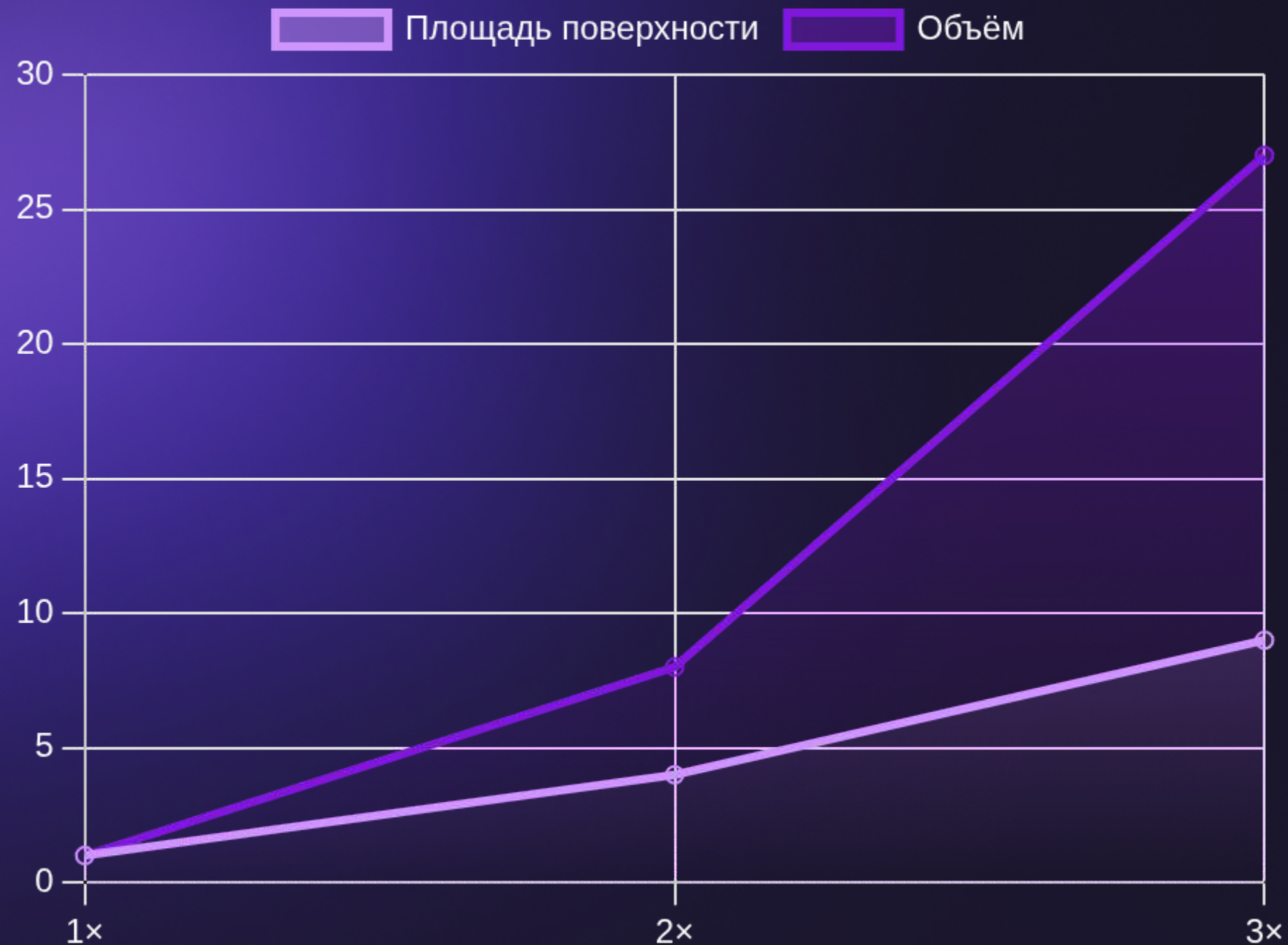
Площадь описывает поверхность, а объём — место, которое занимает тело. Эти величины имеют разные единицы измерения, поэтому их нельзя подменять друг другом в решении.

Внутренние и наружные отрезки

Диагональ внутри тела не совпадает с ребром и не всегда видна на чертеже. Чтобы не ошибиться, нужно сначала выделить, где проходит отрезок и какие точки он соединяет.



Как меняются размеры фигуры при изменении ребра



Для куба зависимость от ребра особенно наглядна: одна и та же фигура меняет площадь и объем с разной скоростью.

Площадь растёт как квадрат, а объем — как куб. Поэтому при увеличении ребра объем увеличивается значительно быстрее поверхности.

Вывод по формулам $S = 6a^2$ и $V = a^3$

Координаты в пространстве

Три числа

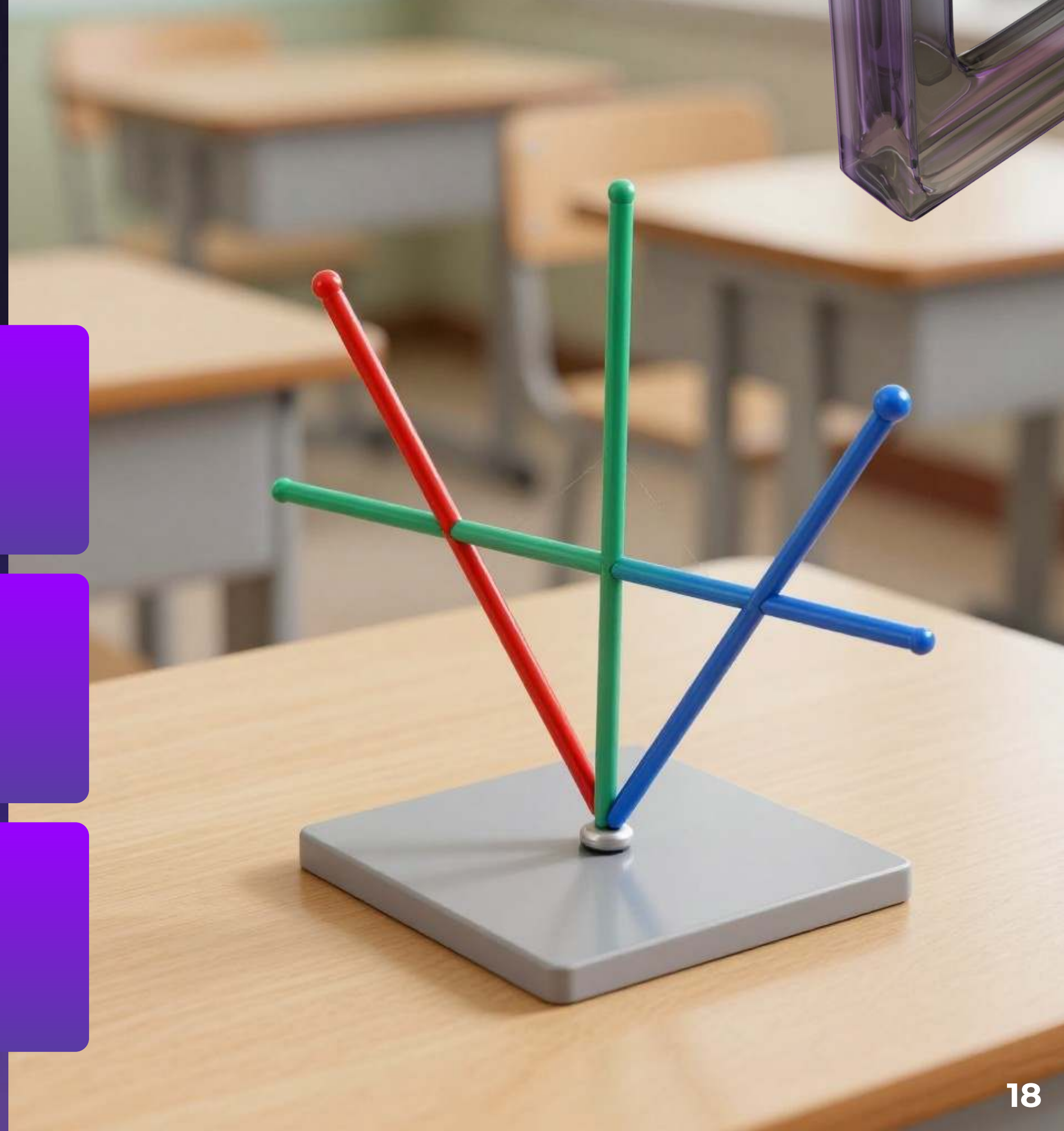
Положение точки задают координаты x , y и z . Вместе они точно указывают, где находится объект относительно трёх взаимно перпендикулярных осей.

Измерение расстояний

Координаты помогают сравнивать точки, находить расстояние между ними и описывать перемещение. Это делает пространственную геометрию более удобной для вычислений и построений.

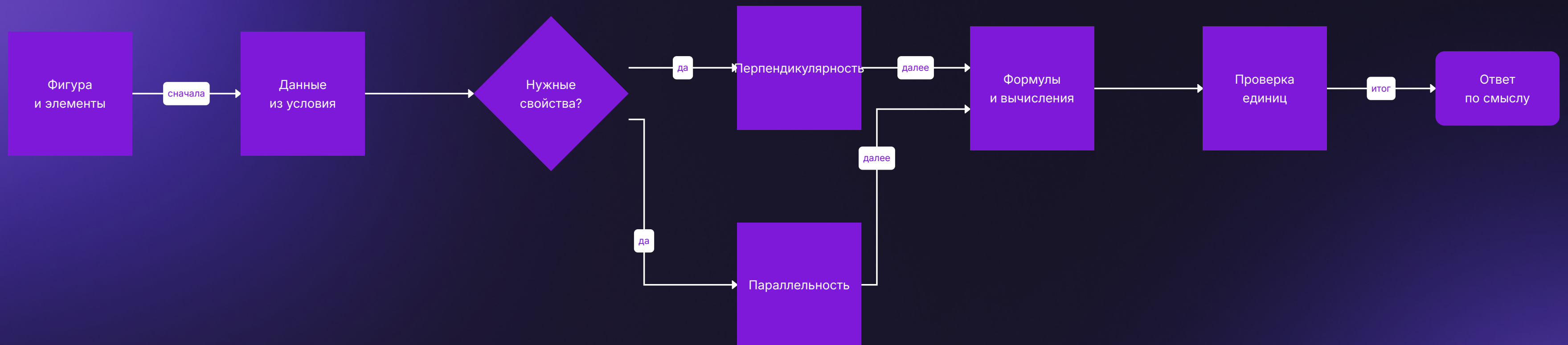
Связь с фигурами

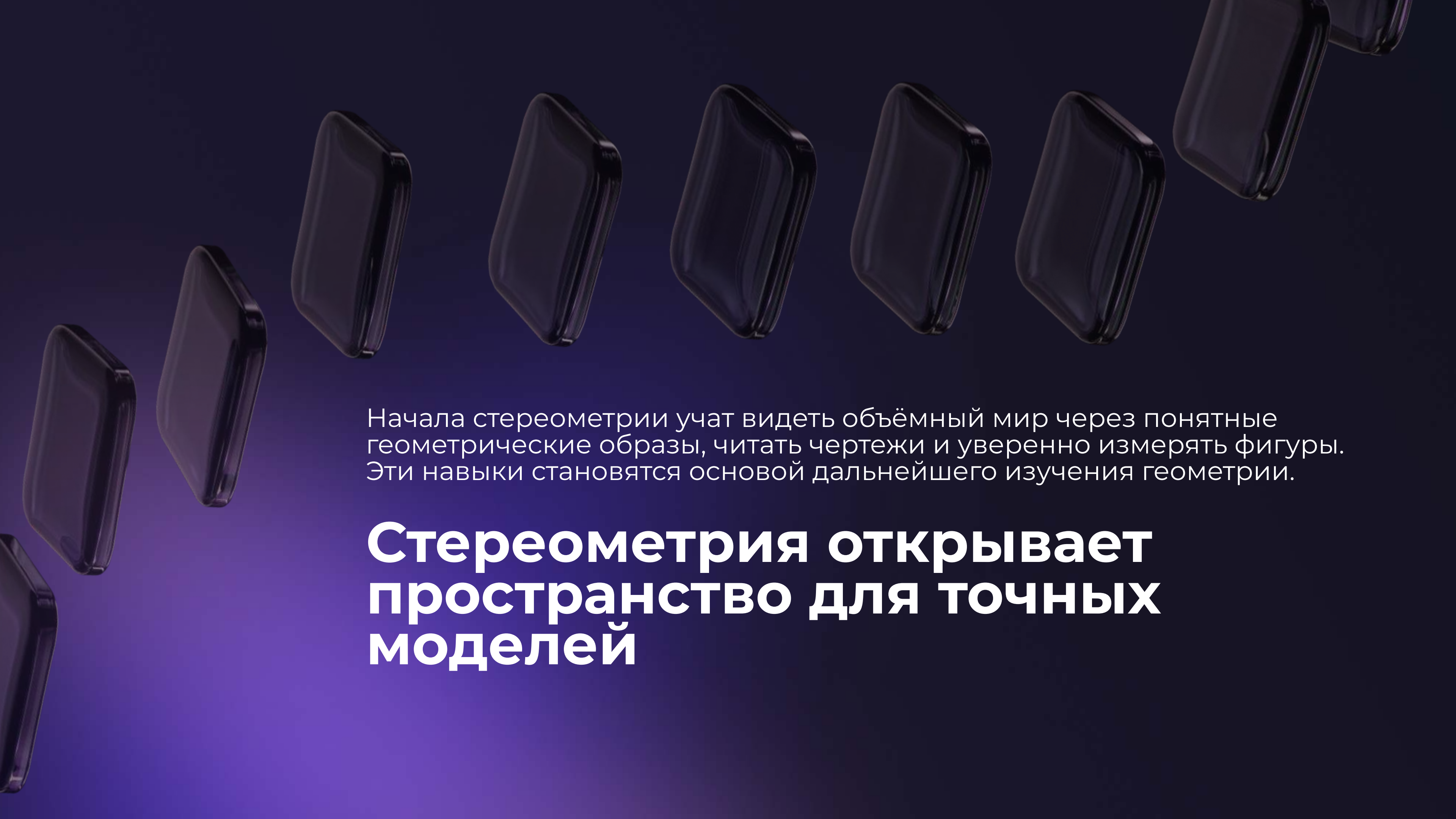
Если фигура изображена в координатной системе, легче проследить, как расположены её вершины и рёбра. Так можно описывать кубы, призмы и другие тела.



Порядок решения первых задач по стереометрии

Типовой алгоритм для задач на длины, площади, объёмы и углы





Начала стереометрии учат видеть объёмный мир через понятные геометрические образы, читать чертежи и уверенно измерять фигуры. Эти навыки становятся основой дальнейшего изучения геометрии.

Стереометрия открывает пространство для точных моделей