



Длина окружности и площадь круга

Изучаем круг, окружность, число π и формулы для расчётов.

Почему круг важен в геометрии

/2



Окружность задаёт границу круга, а радиус и диаметр помогают находить длину и площадь. Эти вычисления нужны не только в геометрии, но и в технике, физике, архитектуре и прикладных задачах.

Окружность, круг, радиус и диаметр

/3

Центр окружности



Центр — это точка, от которой до любой точки окружности расстояние одинаково. Именно с неё начинается описание всех элементов круга и построение формул для вычислений.

Радиус



Радиус соединяет центр с любой точкой окружности и обозначается буквой r . Все радиусы одной окружности равны, поэтому они удобно используются в формулах длины и площади.

Диаметр

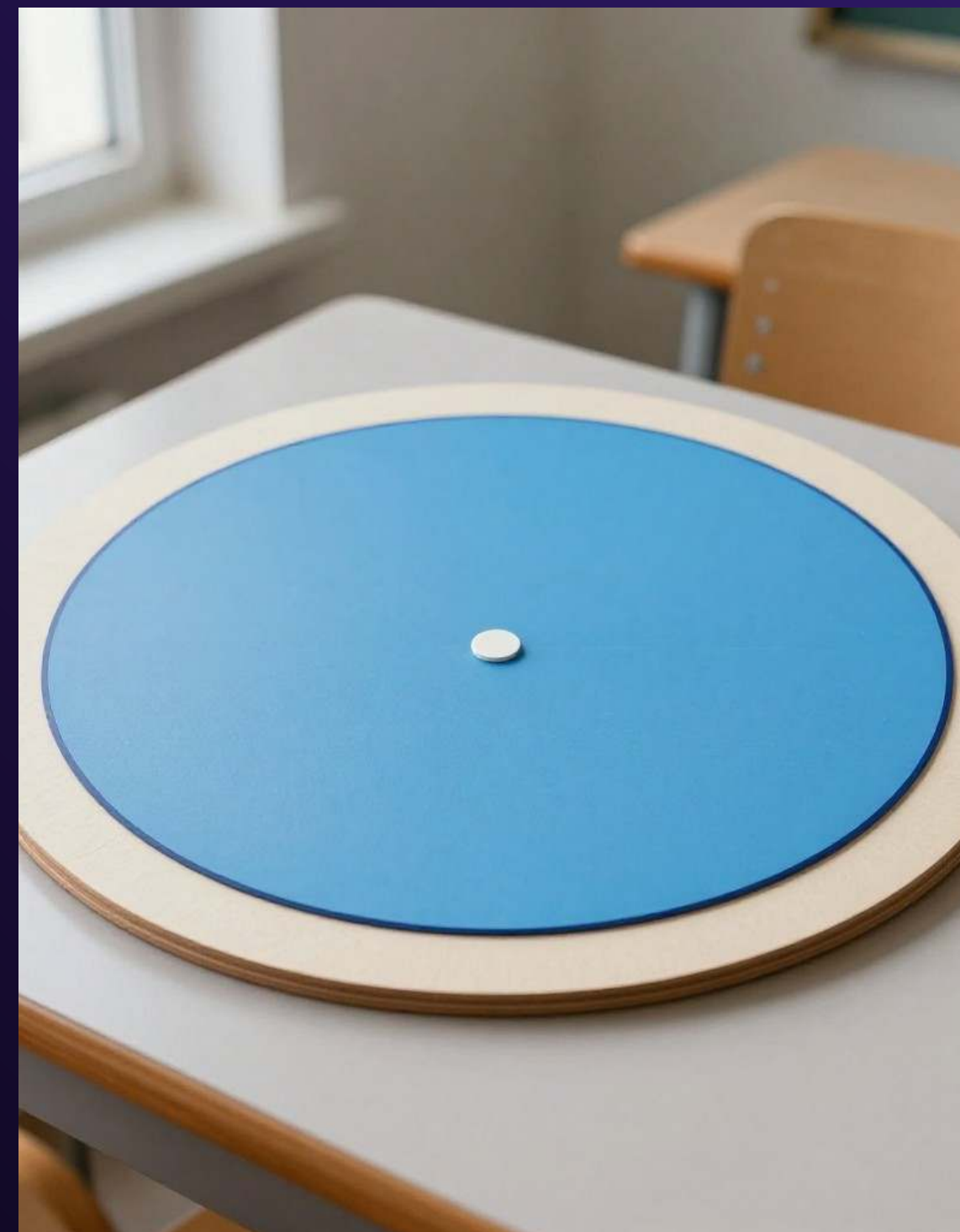


Диаметр проходит через центр окружности и соединяет две её точки. Он вдвое больше радиуса, поэтому его легко выразить формулой $d = 2r$ и использовать в задачах.

Граница и внутренняя часть



Длина окружности относится только к её границе, а площадь круга описывает всю внутреннюю область фигуры. Это разные величины, и для них применяются разные единицы измерения.



Число π и его значение

/4



Постоянное отношение

Число π одинаково для любой окружности, потому что показывает отношение её длины к диаметру. Это делает его одной из самых важных констант в геометрии.

Приближённые значения

В школьных вычислениях обычно используют $\pi \approx 3,14$ или $\pi \approx 22/7$. Такие записи удобны, когда нужен достаточно точный, но не слишком громоздкий ответ.

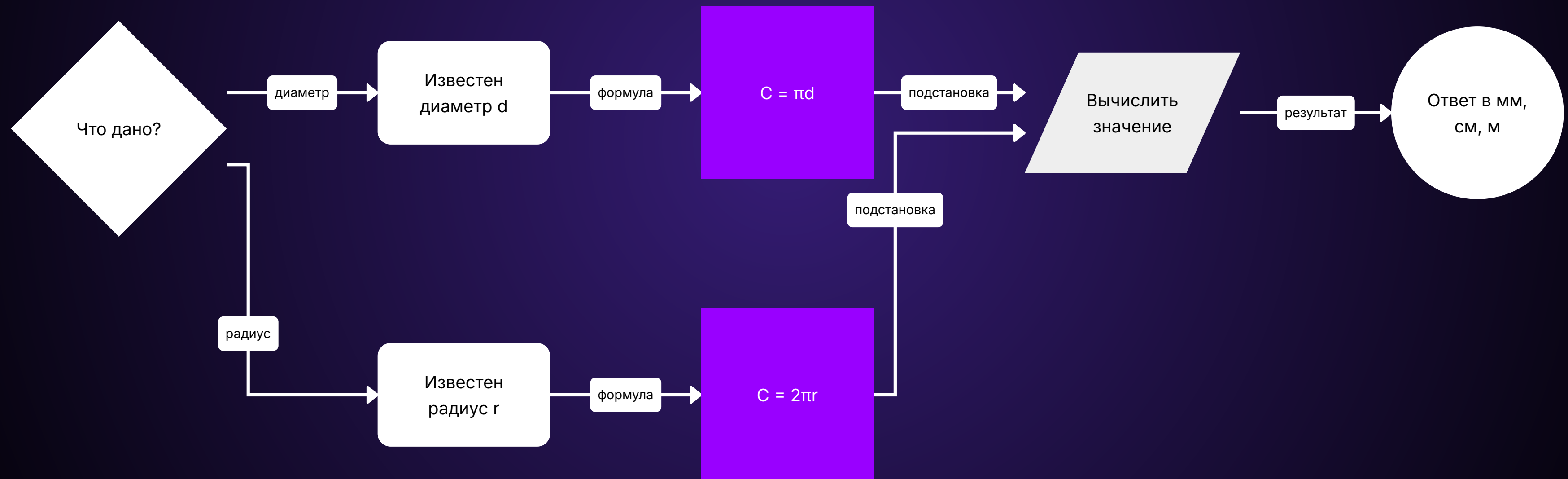
Точное и школьное значение

Полное значение π бесконечно и не повторяется, поэтому его записывают как 3,14159265... В учебных задачах чаще хватает двух знаков после запятой.

Алгоритм нахождения длины окружности

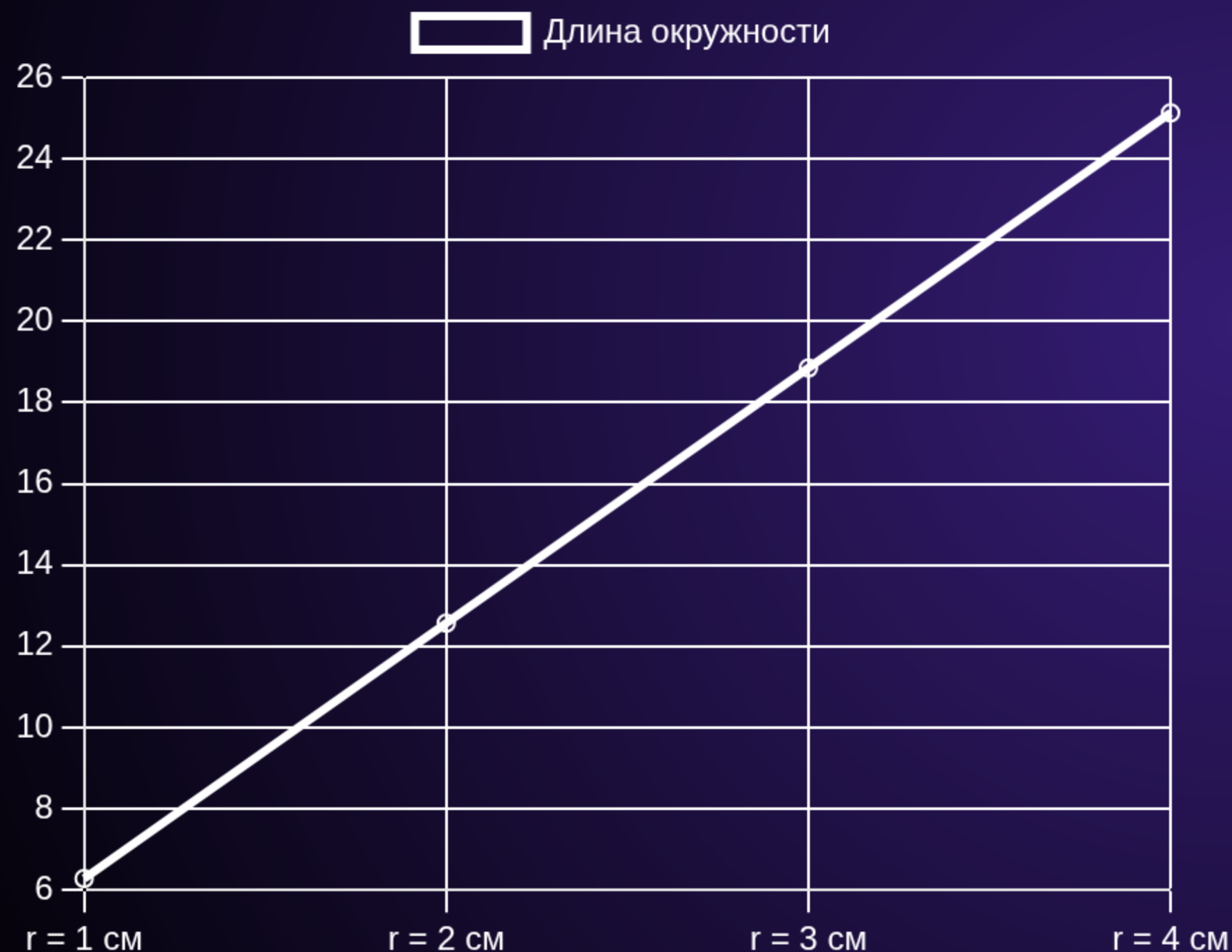
/5

Школьный способ решения задач по известным радиусу или диаметру



Как меняется длина окружности при увеличении радиуса

/6



На графике видно, что при каждом увеличении радиуса значение длины растёт равномерно, без скачков и уменьшений.

Длина окружности прямо пропорциональна радиусу: если радиус увеличивается вдвое, длина тоже удваивается.

Школьные вычисления по формуле $C = 2\pi r$; $\pi \approx 3,14$

Это наглядный пример применения формулы $C = 2\pi r$: достаточно подставить радиус и выполнить вычисление без лишних шагов. /7

31,4 см

— длина окружности при радиусе 5 см.

Школьный курс геометрии: $C = 2\pi r$, $\pi \approx 3,14$

Примеры вычисления длины окружности

/8

Дано	c
$r = 2 \text{ см}$	12,56 см
$r = 4 \text{ см}$	25,12 см
$d = 10 \text{ см}$	31,4 см
$d = 14 \text{ см}$	43,96 см

Формулы школьного курса геометрии

Таблица показывает, как по радиусу или диаметру быстро находят длину окружности в стандартных задачах.

Если известен радиус или диаметр, длину окружности можно вычислить однозначно и проверить по единицам измерения.

Что такое площадь круга

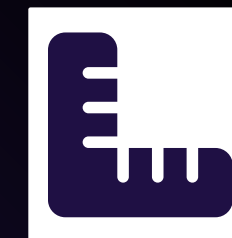
/9

Внутренняя область



Площадь круга показывает, сколько места занимает фигура на плоскости. Она относится не к границе, а ко всей внутренней части, которую можно заполнить или покрыть.

Квадратные единицы



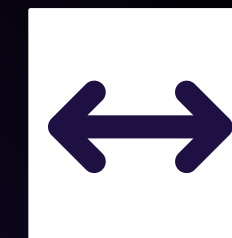
Площадь измеряют в мм^2 , см^2 , м^2 и других квадратных единицах. Это важно, потому что площадь всегда сравнивает именно поверхность, а не длину линии.

Для покрытия поверхности



Когда нужно узнать, сколько материала понадобится для круглого ковра, клумбы или столешницы, используют именно площадь круга. Она помогает оценивать покрытие и расход.

Не путать с длиной

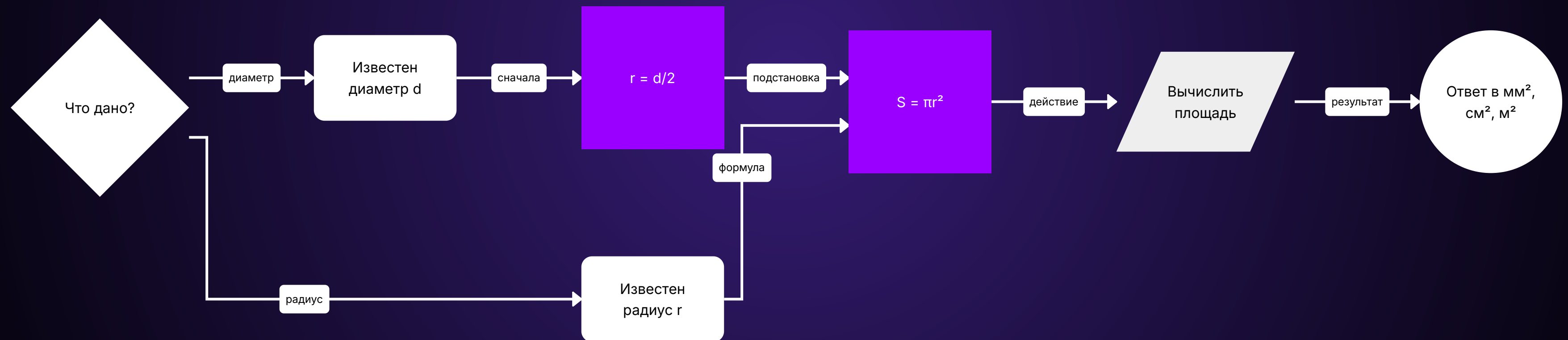


Длина окружности описывает только внешний контур, а площадь круга — всю внутреннюю часть. Эти величины нельзя менять местами, даже если фигура одна и та же.

Алгоритм нахождения площади круга

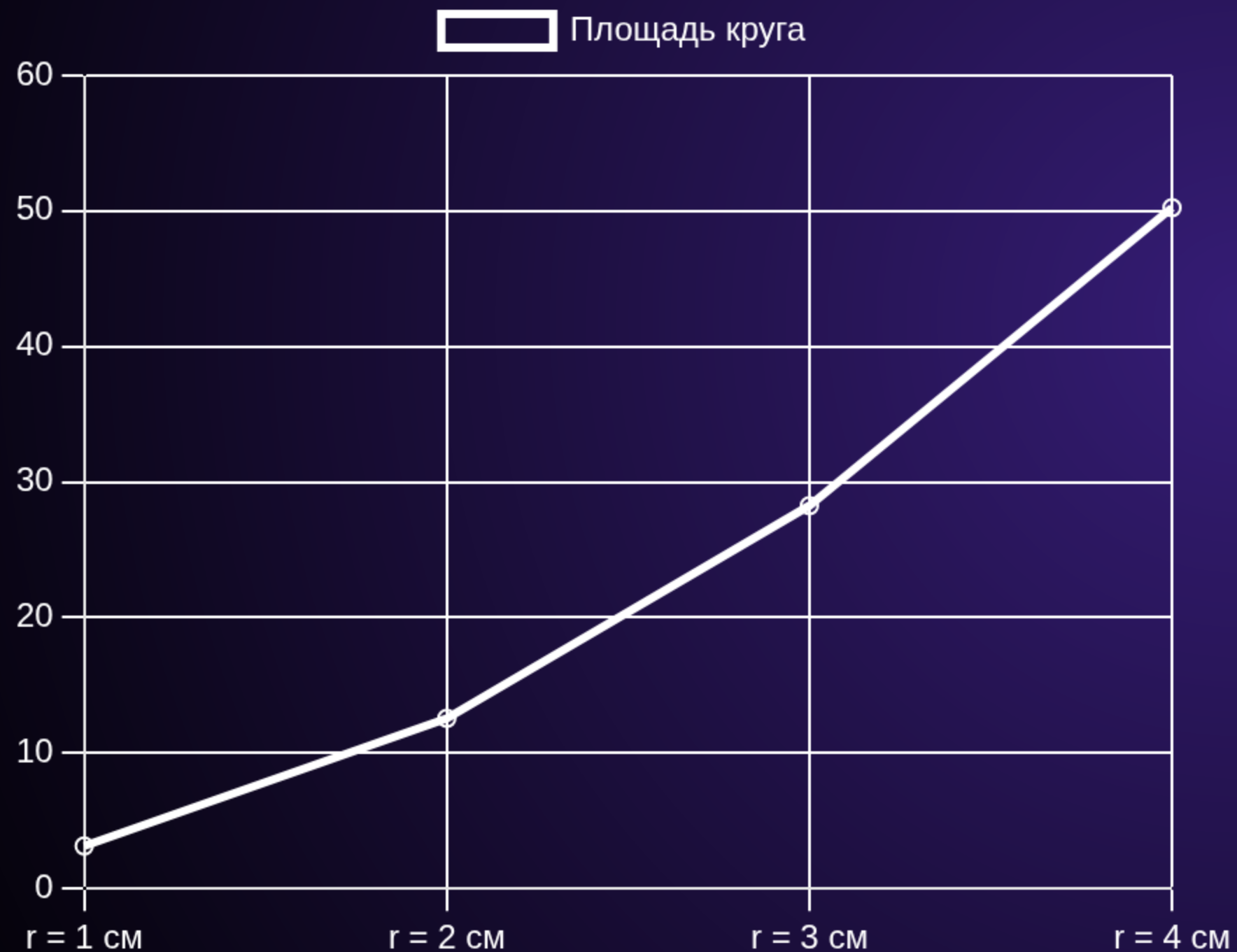
/10

Пошаговое решение задач по известному радиусу или диаметру



Как меняется площадь круга при увеличении радиуса

/11



Даже небольшое увеличение радиуса заметно меняет площадь, потому что в формуле он возводится в квадрат.

Площадь растёт неравномерно: при удвоении радиуса она увеличивается в 4 раза.

Расчёт по формуле $S = \pi r^2$, школьный курс геометрии.

Формула площади круга

/12

01 Основная запись

Площадь круга находят по формуле $S = \pi r^2$, где r — радиус. Эта запись показывает, что для вычисления нужна только одна величина: расстояние от центра до окружности.

Если известен диаметр

Когда в задаче дан диаметр, сначала делят его на 2 и получают радиус. После этого подставляют найденное значение в формулу площади и записывают ответ в квадратных единицах.

02

03 Что означает квадрат

Квадрат радиуса — это умножение числа r на само себя. Поэтому площадь зависит от радиуса сильнее, чем длина окружности: при росте радиуса она увеличивается быстрее.

Примеры из жизни, где нужны круг и окружность

/13



Колесо и дорога

У велосипеда длина окружности помогает понять, какой путь пройдёт колесо за один оборот. Если оборотов несколько, можно вычислить уже весь пройденный путь. Это удобно в задачах о движении и скорости.



Пицца, торт, стол

Площадь круга нужна, когда важно узнать размер круглой поверхности. Так считают, хватит ли теста на пиццу, какова поверхность торта или сколько материала потребуется для круглой столешницы.



Клумба и площадка

При устройстве клумбы, газона или круглой площадки площадь помогает оценить, сколько земли нужно засеять, засыпать или покрыть плиткой. Здесь особенно важно не перепутать квадратные и линейные единицы.

Сравнение формул длины и площади

Величина	Формула	Единицы
Длина	$C = 2\pi r$	мм, см, м
Площадь	$S = \pi r^2$	мм ² , см ² , м ²

Таблица помогает увидеть, что длина окружности и площадь круга считаются разными способами и выражаются в разных единицах.

Если речь идёт о границе фигуры, нужна длина; если о внутренней части — площадь.

Типичные ошибки при решении задач

/15

Диаметр вместо радиуса

Часто ученики подставляют диаметр в формулу площади, забывая разделить его на 2. Из-за этого ответ получается вдвое или даже в несколько раз больше правильного.

Неверные единицы

Площадь нельзя записывать в см или м. Для неё используют только квадратные единицы, потому что измеряется не линия, а поверхность внутри круга.

Путают формулы

Если в задаче спрашивают путь по краю фигуры, нужна длина окружности. Если нужно узнать покрытие или размер поверхности, применяют формулу площади круга.

Игнорируют единицы в условии

Перед вычислениями важно проверить, в каких единицах дано значение радиуса или диаметра. Иначе легко получить верный численный результат, но с ошибкой в записи ответа.

Единицы измерения для длины и площади

/16



Одинаковое число может обозначать разные величины, если у них разные единицы измерения. Поэтому запись ответа всегда нужно проверять отдельно.

Линейные и квадратные единицы нельзя смешивать: они показывают разные физические смыслы.

Школьный курс геометрии, правила записи результатов измерений.

Когда формулы круга встречаются в жизни

/17

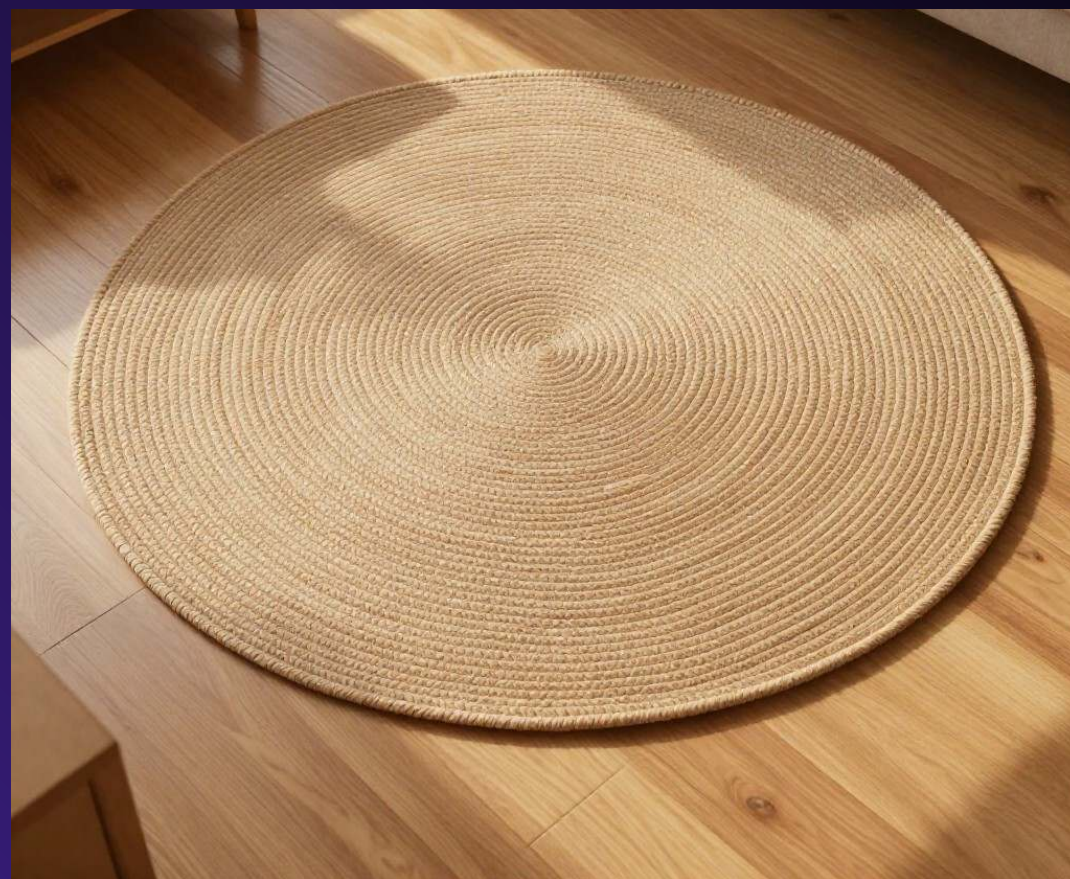
Поездка на велосипеде

Если известно, сколько раз повернулось колесо велосипеда, можно найти пройденный путь. Сначала вычисляют длину окружности колеса, а затем умножают её на число оборотов. Так математика помогает описать обычную поездку.



Круглый ковёр в комнате

Для ковра, круглого стола или крышки важно знать площадь поверхности. Она показывает, сколько ткани, краски или другого материала понадобится, чтобы полностью закрыть предмет. Это практичный пример работы с площадью круга.



Клумба во дворе

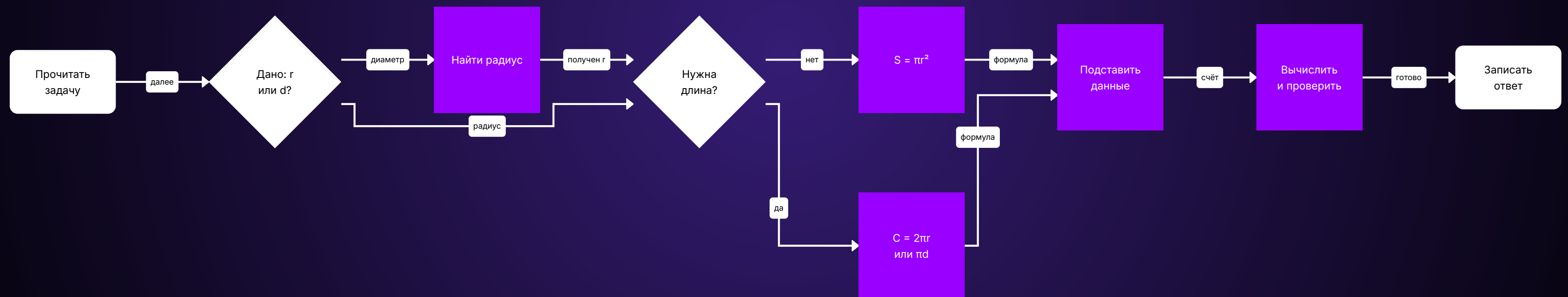
При оформлении клумбы, газона или круглой площадки площадь круга помогает рассчитать, сколько земли нужно засеять или покрыть плиткой. Такие задачи часто встречаются в школьных упражнениях и в реальной жизни.



Алгоритм решения задач на окружность и круг

/18

Последовательность действий при выборе формулы и вычислении ответа



Основные формулы и выводы урока

/19

Длина окружности

Длину окружности находят по формулам $C = 2\pi r$ или $C = \pi d$. Обе записи дают один и тот же результат, если радиус и диаметр связаны правильно.



Площадь круга

Площадь круга вычисляют по формуле $S = \pi r^2$. В ней используется только радиус, поэтому при известном диаметре его сначала нужно разделить на 2.



Связь радиуса и диаметра

Диаметр всегда в два раза больше радиуса, а радиус в два раза меньше диаметра. Это простое соотношение помогает быстро проверять условие задачи.



Роль числа π

Число π одинаково для всех окружностей и приблизительно равно 3,14. Оно связывает длину окружности, диаметр и площадь круга.



Главный вывод

Чтобы решить задачу без ошибок, нужно понять, что именно требуется найти, выбрать подходящую формулу и не перепутать линейные и квадратные единицы.



Круг и окружность: формулы, которые работают в задачах

Сегодня вы увидели, как радиус, диаметр и число π помогают находить длину окружности и площадь круга. Эти формулы пригодятся и на уроках, и в повседневных расчётах.