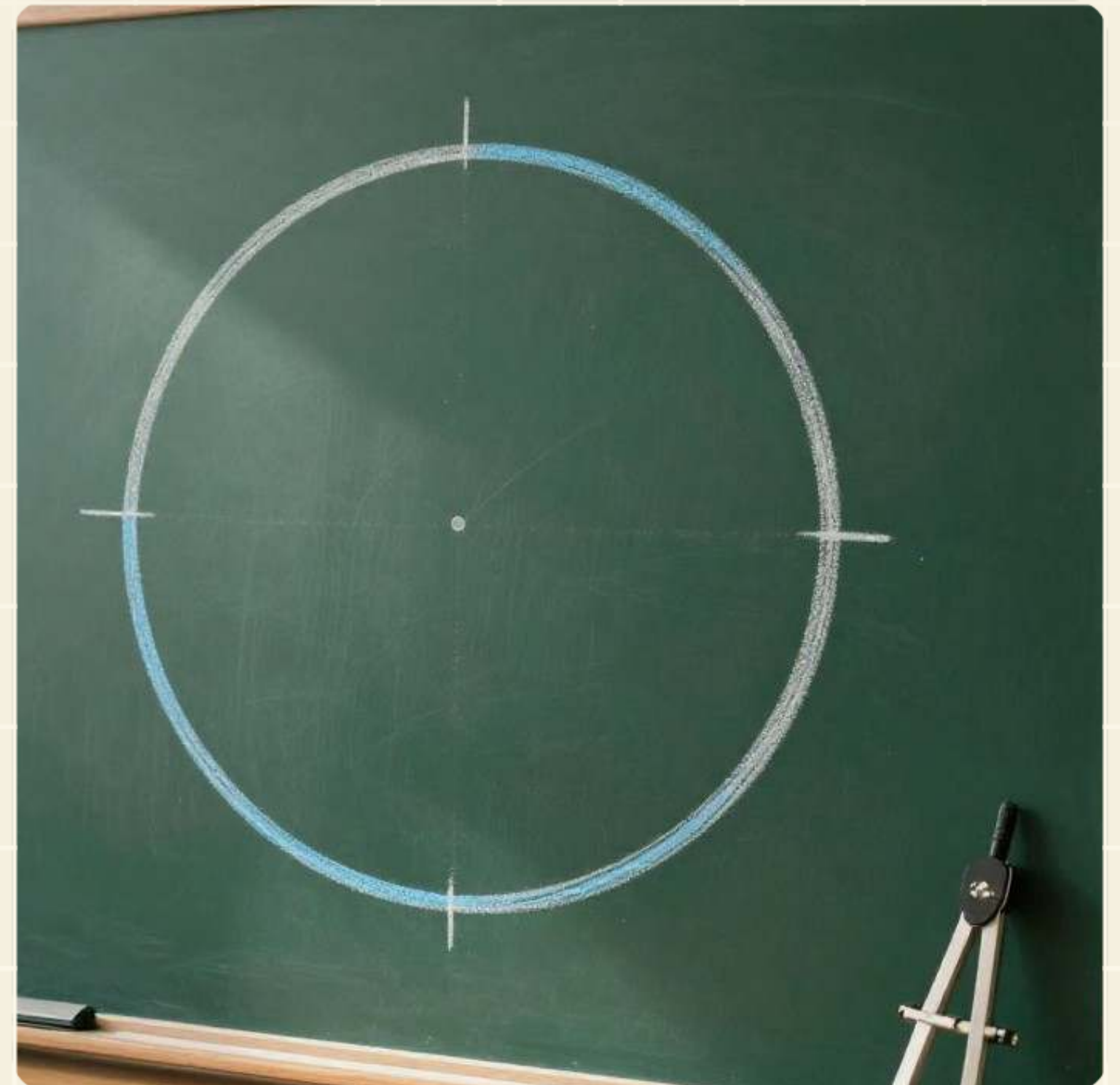




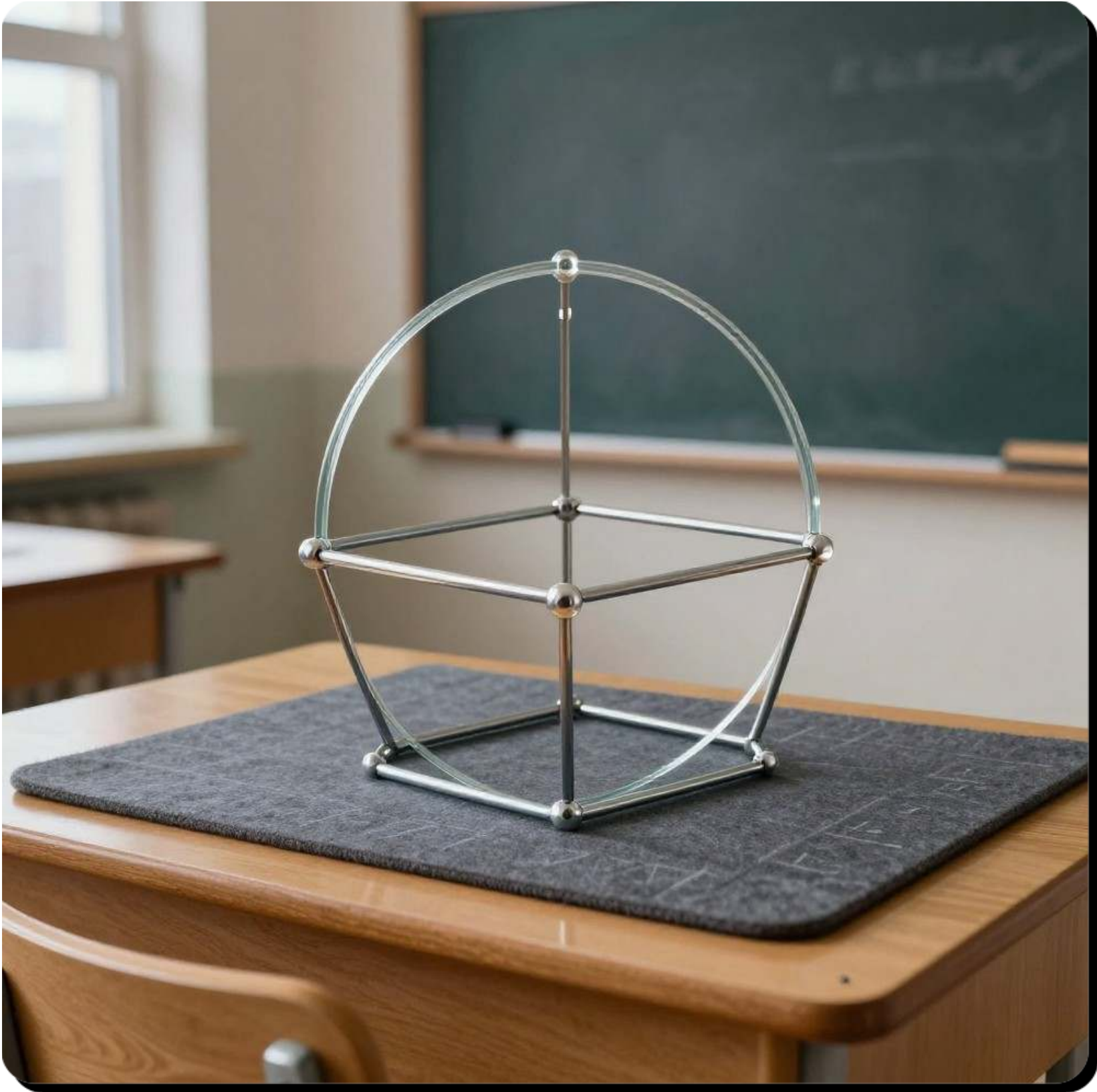
Окружность, описанная вокруг многоугольника

Разберём, как окружность проходит
через вершины фигуры и зачем это
нужно.



Зачем изучать описанную окружность в 9 классе

Эта тема соединяет окружности, углы и свойства многоугольников. Она помогает находить центр, радиус и неизвестные элементы фигуры, а также проверять, можно ли провести окружность через все её вершины.



Определение описанной окружности

01

Окружность через вершины

Описанная окружность — это окружность, которая проходит через все вершины многоугольника. Если хотя бы одна вершина не лежит на ней, фигура не считается вписанной в эту окружность.

03

Радиус R

Расстояние от центра до любой вершины называют радиусом описанной окружности и обозначают буквой R . Один и тот же радиус подходит для всех вершин данной фигуры.

02

Равные расстояния

Центр описанной окружности находится на одинаковом расстоянии от каждой вершины. Это делает его особой точкой фигуры: по ней можно проверить правильность построения и свойства многоугольника.





Единственная окружность

У любого треугольника существует ровно одна описанная окружность. Это означает, что через его три вершины можно провести только одну окружность, не изменяя положение этих точек.



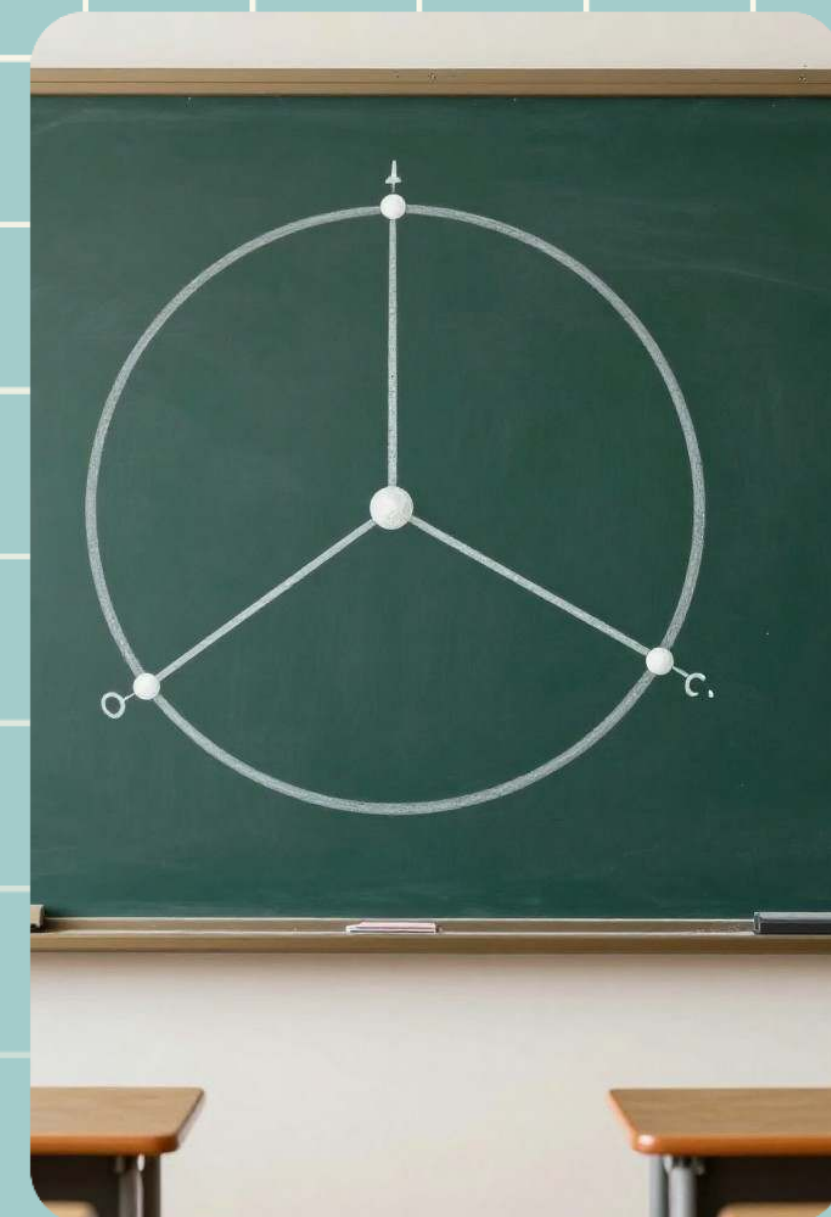
Как найти центр

Центр окружности находится в точке пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника. Достаточно провести два таких перпендикуляра: их пересечение и будет нужной точкой.



Что показывают на рисунке

На чертеже обычно видны треугольник, его вершины, центр окружности и равные отрезки от центра до вершин. Эти отрезки подчёркивают, что радиусы имеют одинаковую длину.

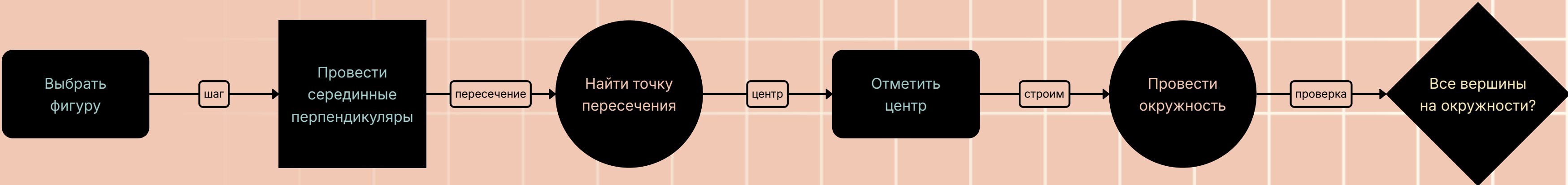


Описанная окружность у треугольника

Как построить описанную окружность



Последовательность действий при работе с треугольником или многоугольником



Главное свойство центра описанной окружности

01

Одинаковое расстояние

Главное свойство центра состоит в том, что он равноудалён от всех вершин фигуры. Поэтому, если измерить расстояние до одной вершины, такое же значение получится и для остальных.

02

Проверка построения

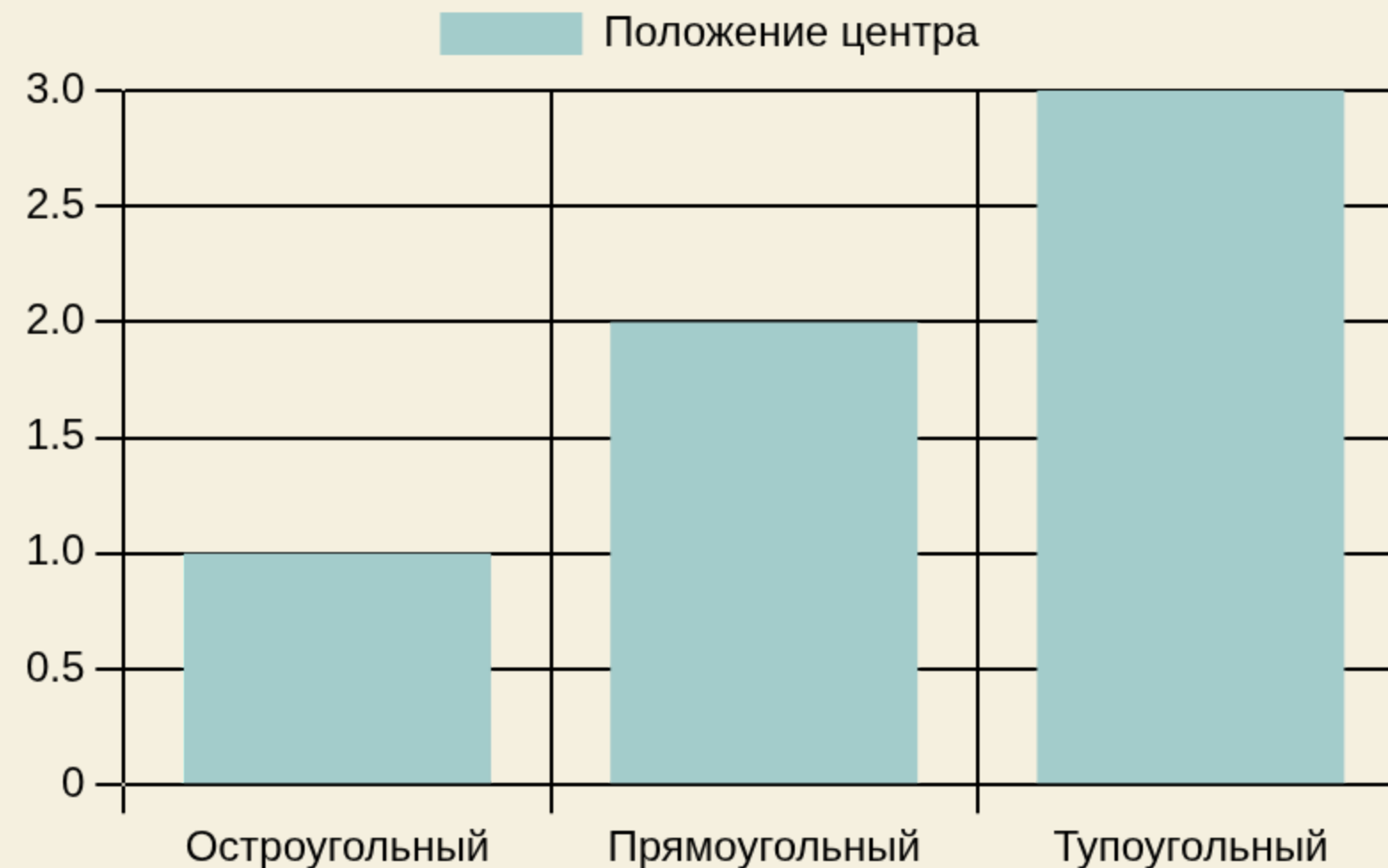
Если окружность построена верно, каждая вершина должна лежать на ней. Это удобно использовать для самопроверки: даже небольшая ошибка в центре сразу заметна по несовпадению вершин.

03

Достаточно двух линий

Для треугольника хватает двух серединных перпендикуляров, чтобы найти центр. Третья вершина автоматически окажется на той же окружности, если построение выполнено точно.

Положение центра описанной окружности в разных треугольниках



- Положение центра связано с величиной углов треугольника. Это помогает быстро ориентироваться в чертеже и понимать, где искать точку построения без дополнительных вычислений.
- Чем больше один угол треугольника, тем дальше центр смещается от фигуры; в прямоугольном случае он лежит на гипотенузе.

Обобщение школьных свойств треугольника и описанной окружности

В прямоугольном треугольнике центр описанной окружности лежит на гипотенузе, поэтому радиус легко находить по одной стороне и использовать это в задачах на построение.

2

делится гипотенуза, если соединить её концы с центром описанной окружности

Свойство описанной окружности прямоугольного треугольника

Свойства описанной окружности в основных фигурах

- Сравним положение центра и главное свойство для разных фигур.
- Во всех случаях описанная окружность связана с равенством расстояний от центра до вершин, но способ нахождения центра зависит от фигуры.

Фигура	Центр	Свойство
Треугольник	Перпендикуляры	Равные расстояния
Прямоугольный треугольник	Середина гипотенузы	$R = \text{половина}$
Правильный многоугольник	Центр фигуры	Все вершины равны



Когда четырёхугольник имеет описанную окружность

01

Условие существования

Не каждый четырёхугольник можно описать около окружности. Для этого все его вершины должны лежать на одной окружности, иначе фигура не будет вписанной.

03

Примеры фигур

К описанным четырёхугольникам относятся некоторые прямоугольники и равнобедренные трапеции, если выполняется нужное условие. Но для любого четырёхугольника это свойство не гарантировано.

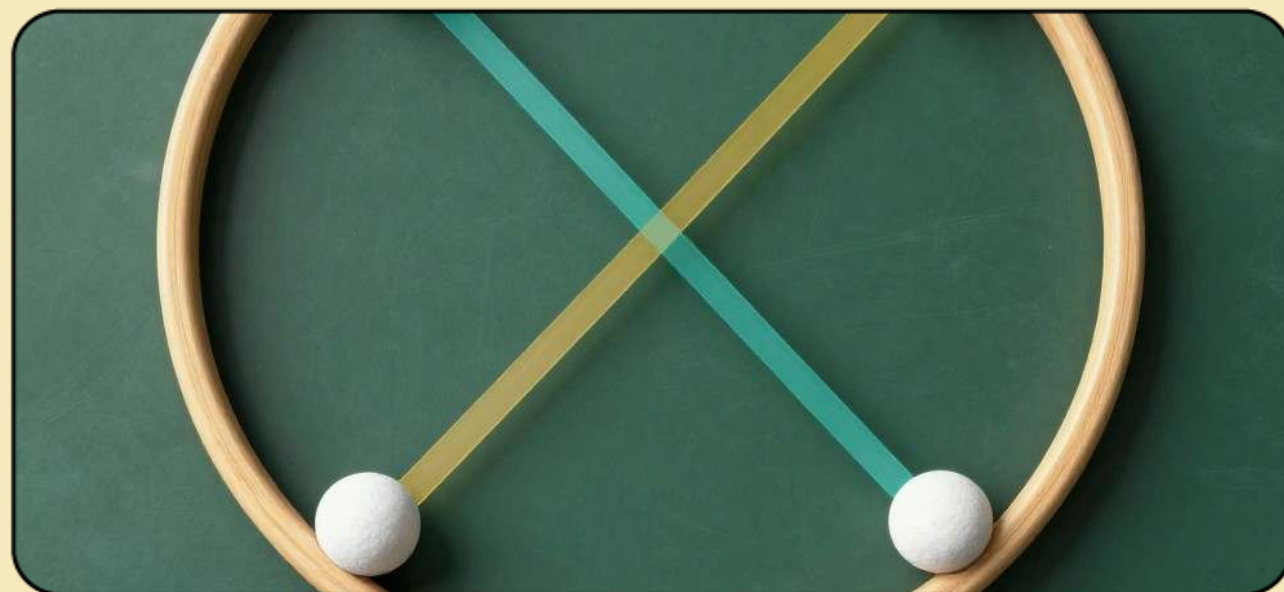
02

Главный признак

У вписанного четырёхугольника суммы противоположных углов равны 180° . Этот признак часто используют в задачах, чтобы быстро проверить наличие описанной окружности.

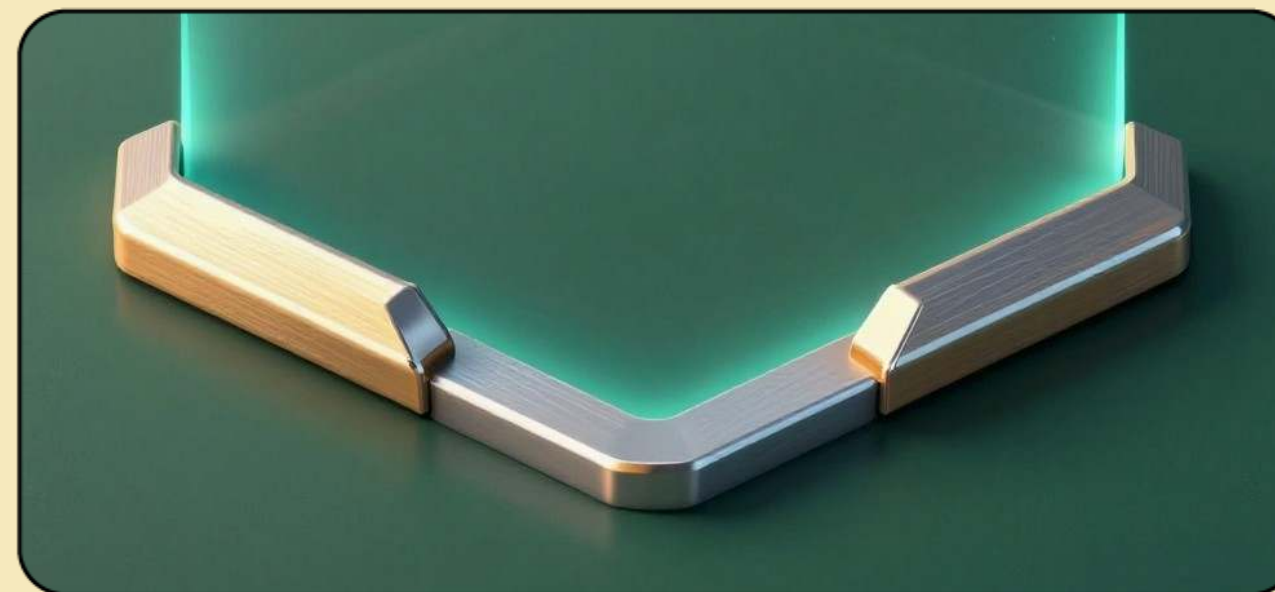


Вписанный четырёхугольник



Когда четыре вершины лежат на одной окружности

Вписанный четырёхугольник легко узнать по тому, что все его вершины находятся на общей окружности. На чертеже обычно выделяют саму окружность, четыре точки и две пары противоположных углов, чтобы показать их взаимосвязь. Такой рисунок помогает сразу увидеть нужное свойство.



Признак через углы

Главная проверка проста: сумма противоположных углов должна быть равна 180° . Если это условие выполняется, четырёхугольник можно описать около окружности. Именно поэтому на задачах часто отдельно подписывают углы и сравнивают их в парах.

Правильные многоугольники и описанная окружность

01

Один общий центр

У правильного многоугольника центр описанной окружности совпадает с центром фигуры. Это означает, что все вершины расположены на одном и том же расстоянии от этой точки.

02

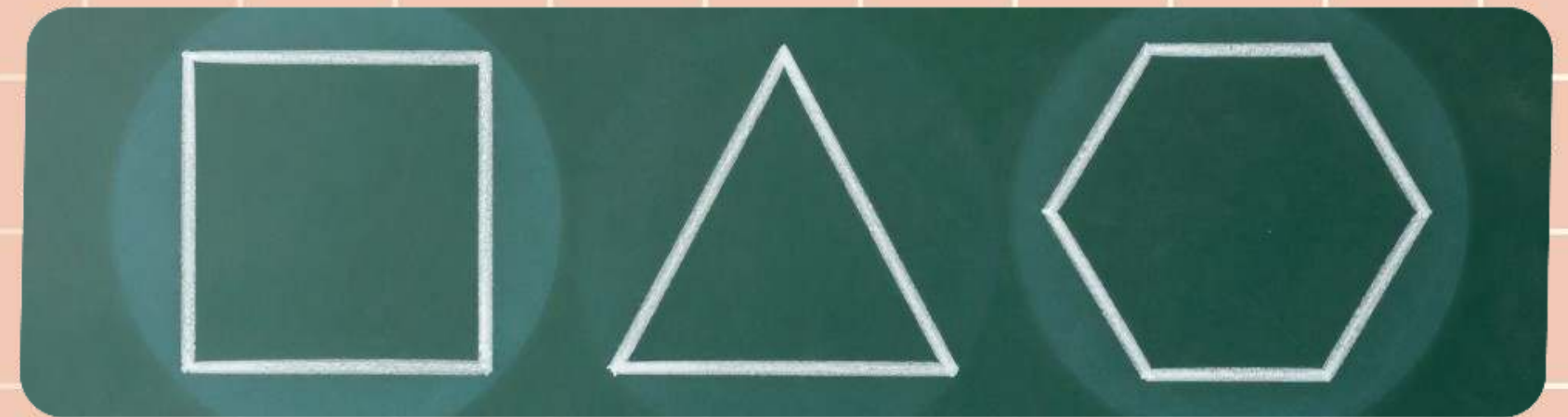
Радиус как опора для вычислений

Зная радиус, можно находить стороны, периметр и центральный угол. Поэтому описанная окружность помогает не только в построении, но и в решении числовых задач.

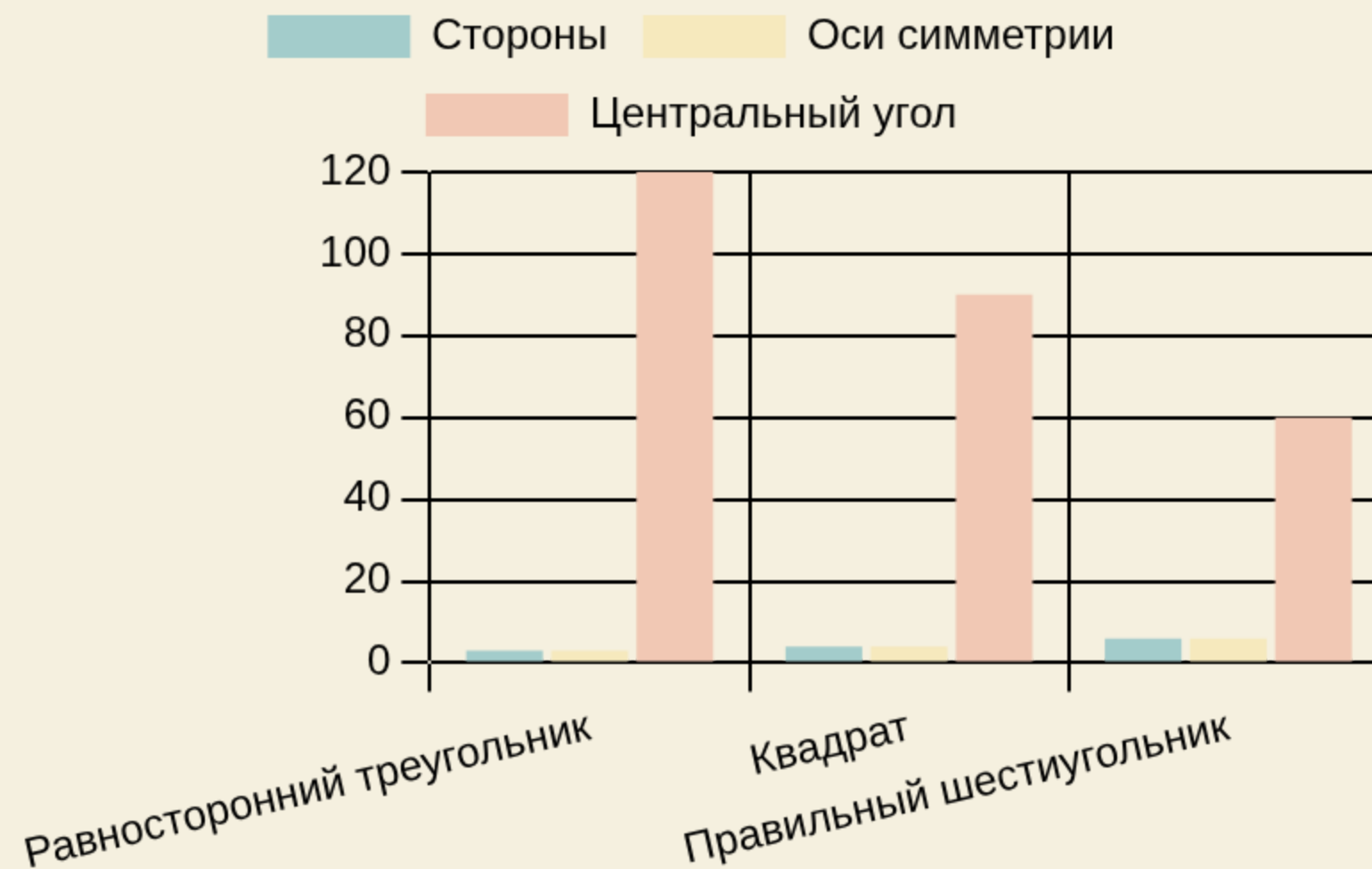
03

Примеры самых знакомых фигур

Особенно наглядно это видно у квадрата, равностороннего треугольника и правильного шестиугольника. У этих фигур легко заметить равенство сторон, углов и расстояний до центра.

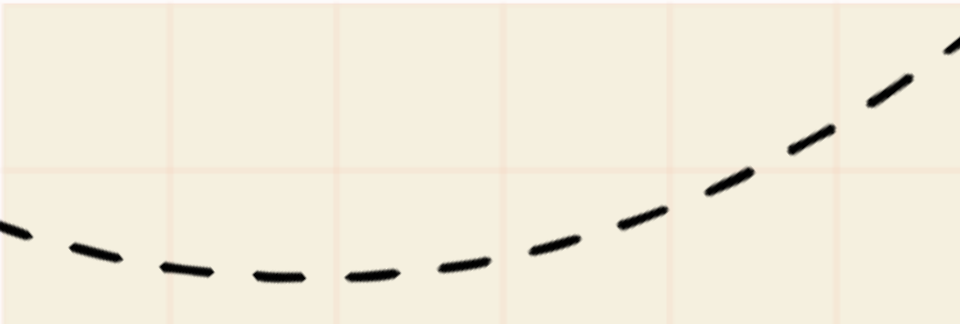


Сравнение правильных многоугольников

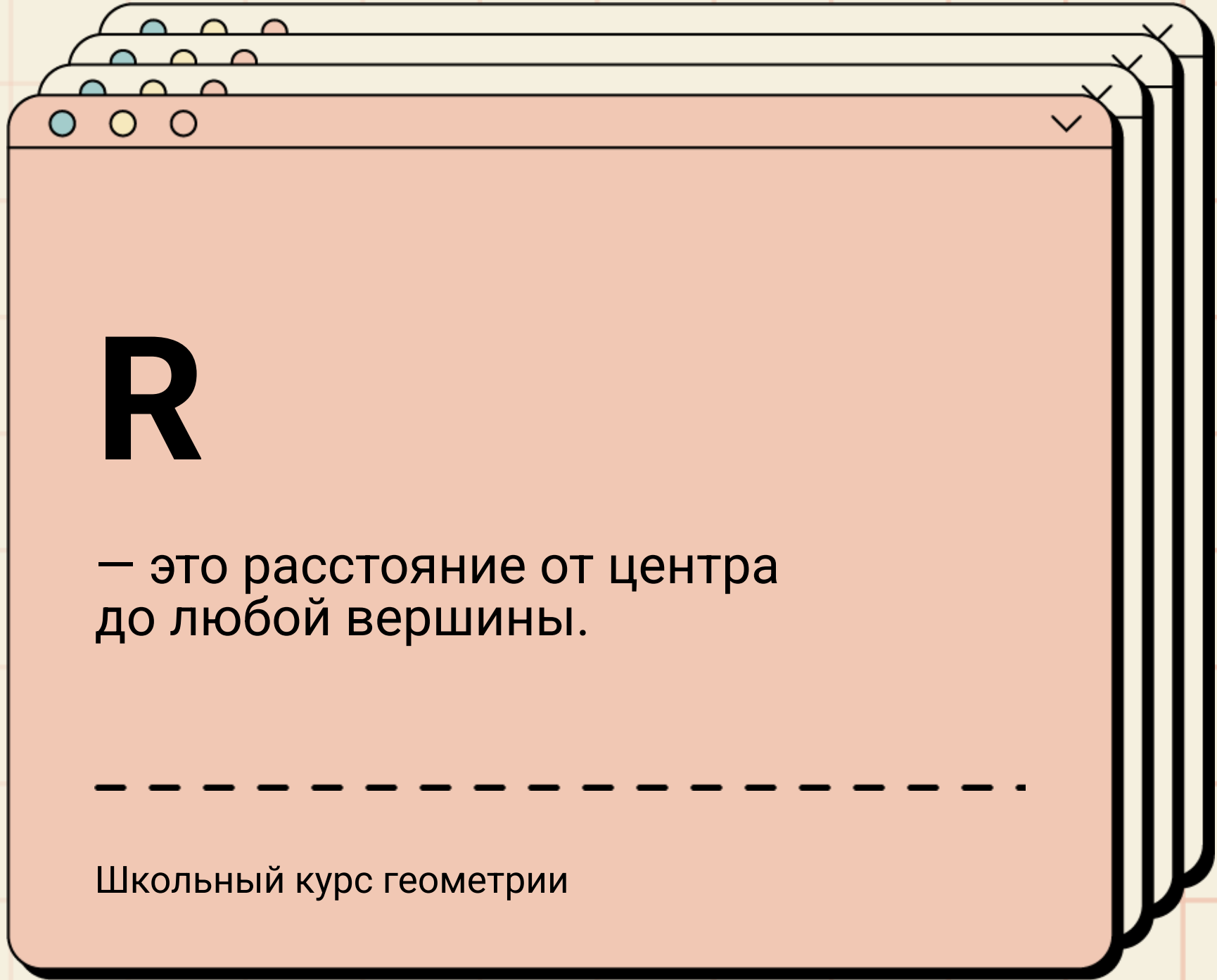


- Все три фигуры имеют один центр и описанную окружность. Различия связаны с числом сторон и тем, как делится полный круг между вершинами.
- Чем больше сторон у правильного многоугольника, тем меньше центральный угол и тем больше осей симметрии.

Геометрия: свойства правильных многоугольников, школьный курс



Этот отрезок помогает строить окружность,
проверять принадлежность вершин и решать
задачи на длины и углы.



R

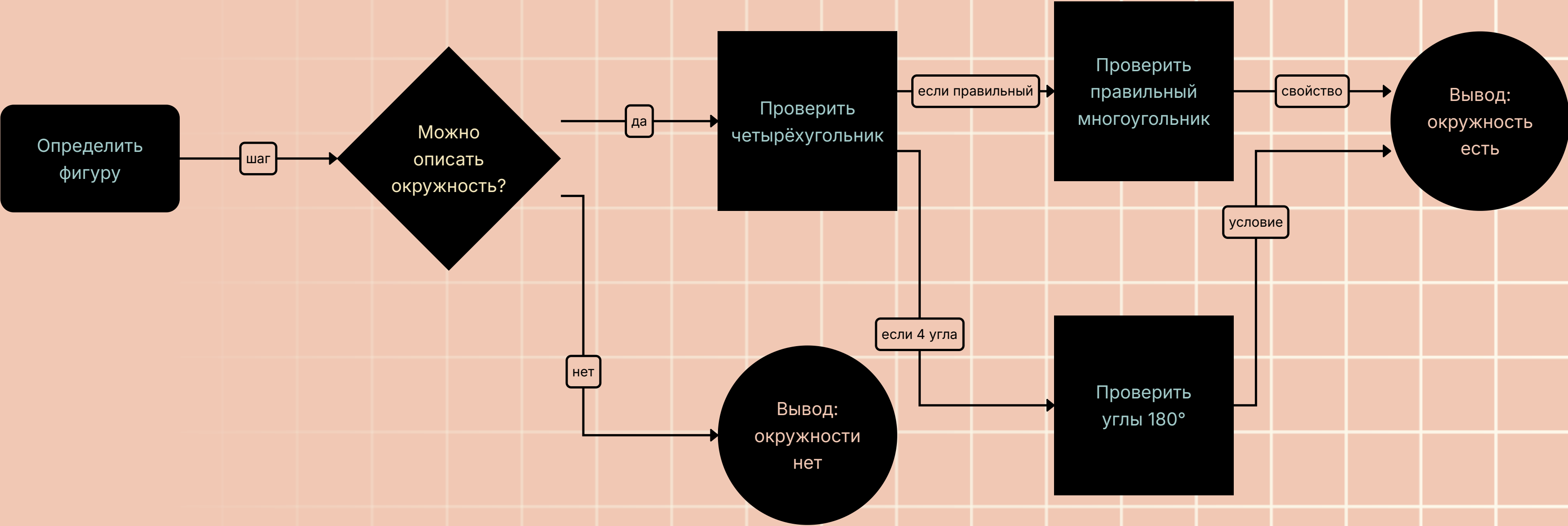
— это расстояние от центра
до любой вершины.

Школьный курс геометрии

Признак существования описанной окружности



Схема проверки по свойствам многоугольника и углов





Типичные ошибки при работе с темой

Путают две окружности

Одна из самых частых ошибок — смешивать описанную и вписанную окружности. Первая проходит через вершины фигуры, а вторая касается её сторон, поэтому признаки у них разные.

Неверно считают все четырёхугольники подходящими

Не каждый четырёхугольник можно описать около окружности. Для этого нужно специальное условие, иначе четыре вершины не окажутся на одной общей окружности.

Неточно строят перпендикуляры

Если серединные перпендикуляры проведены с ошибкой, центр окружности смещается. Тогда расстояния до вершин становятся разными, и построение теряет правильность.

Проверяют не все вершины

Иногда проверяют только две или три точки и делают поспешный вывод. Но для описанной окружности важно убедиться, что на ней лежат все вершины фигуры.

Алгоритм решения задач на описанную окружность



Этап	Действие	Результат
1	Определить фигуру	Понятен признак
2	Провести проверки	Найден центр
3	Построить окружность	Получена окружность
4	Сравнить вершины	Подтверждён ответ

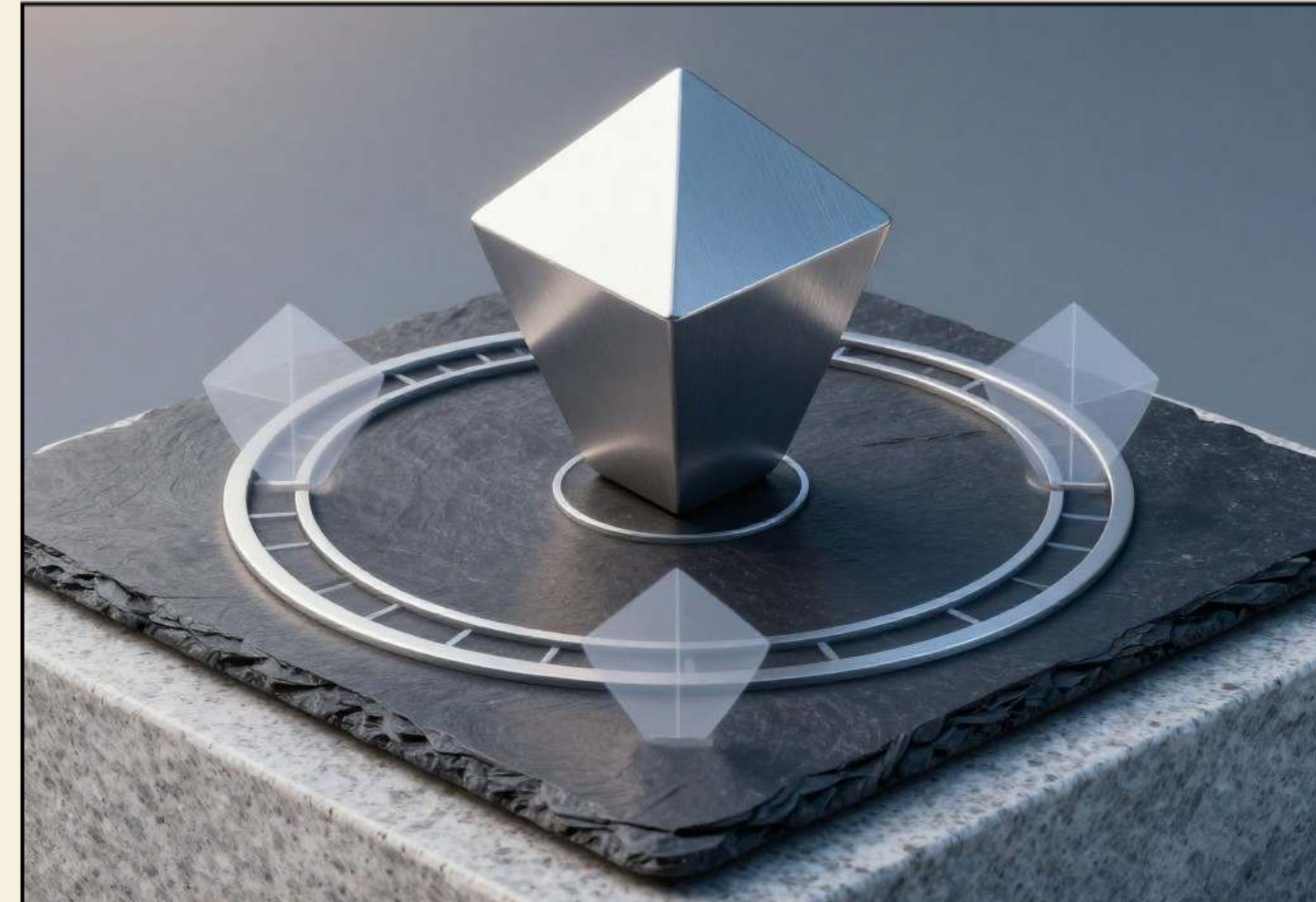
- Краткая таблица показывает последовательность действий и ожидаемый результат на каждом шаге.
- Последовательный подход помогает избежать лишних построений и быстрее проверить правильность ответа.

Связь описанной окружности с симметрией



Один центр — много осей

У правильного многоугольника центр описанной окружности одновременно является центром симметрии. Через него проходят оси симметрии, а все вершины находятся на равных расстояниях от этой точки. Это хорошо видно на квадрате и правильном шестиугольнике.



Поворот без изменения формы

Если мысленно повернуть правильную фигуру вокруг её центра, она совпадёт сама с собой. Описанная окружность подчёркивает эту особенность: вершины как будто распределены по окружности равномерно, поэтому фигура выглядит уравновешенной и строгой.

Примеры задач из школьной геометрии

01

Найти неизвестный угол

В задачах на вписанный четырёхугольник часто дают три угла и просят найти четвёртый. Тогда используют свойство суммы противоположных углов, равной 180° , и быстро получают ответ.

03

Проверить фигуру на вписанность

Для четырёхугольника важно убедиться, что все вершины лежат на одной окружности. Для этого сравнивают противоположные углы и смотрят, выполняется ли нужное условие.

02

Определить радиус

Если известна одна сторона прямоугольного треугольника, можно найти центр описанной окружности и её радиус. В прямоугольном случае он равен половине гипотенузы.

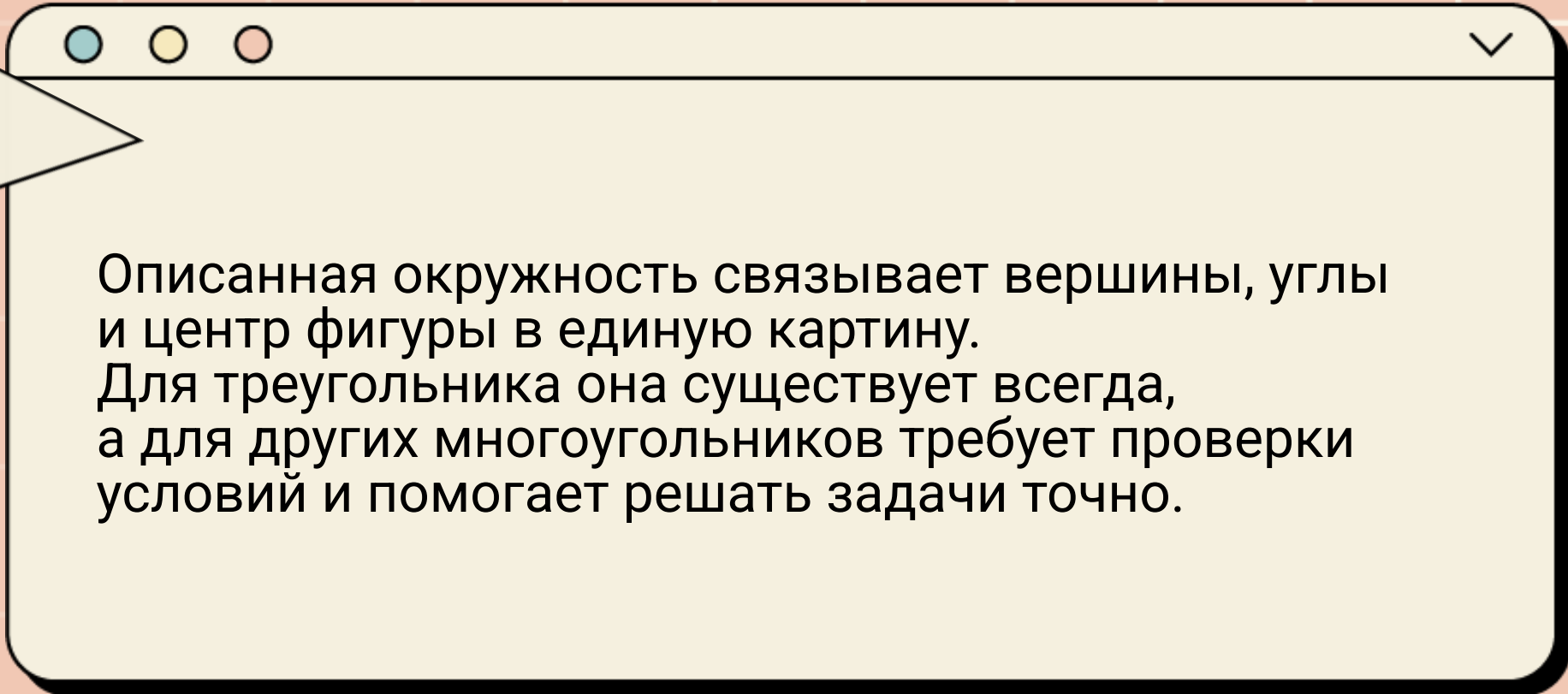
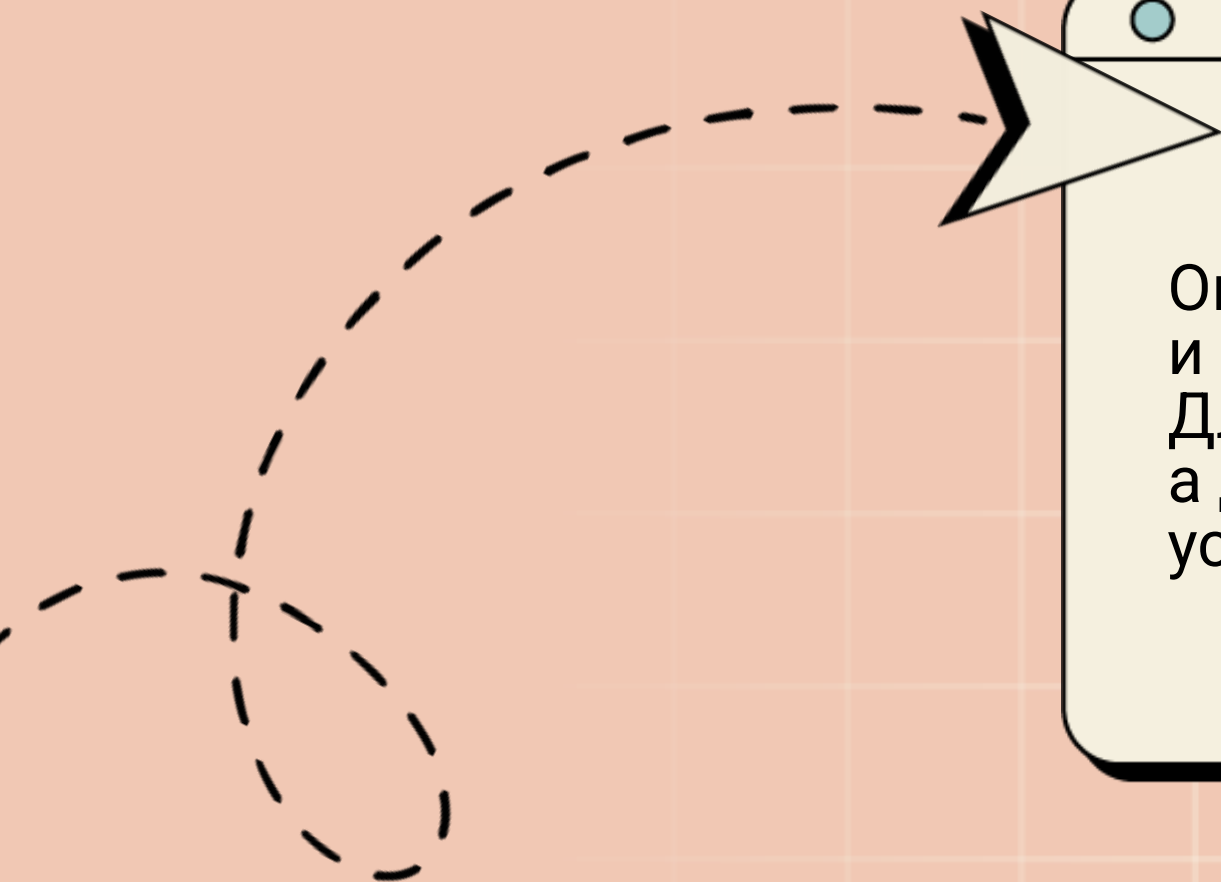
04

Работа с правильными фигурами

В правильных многоугольниках удобно использовать центр, радиус и центральный угол. Такие задачи помогают находить стороны, периметр и свойства симметрии без сложных построений.



Что важно запомнить



Описанная окружность связывает вершины, углы и центр фигуры в единую картину.
Для треугольника она существует всегда,
а для других многоугольников требует проверки условий и помогает решать задачи точно.