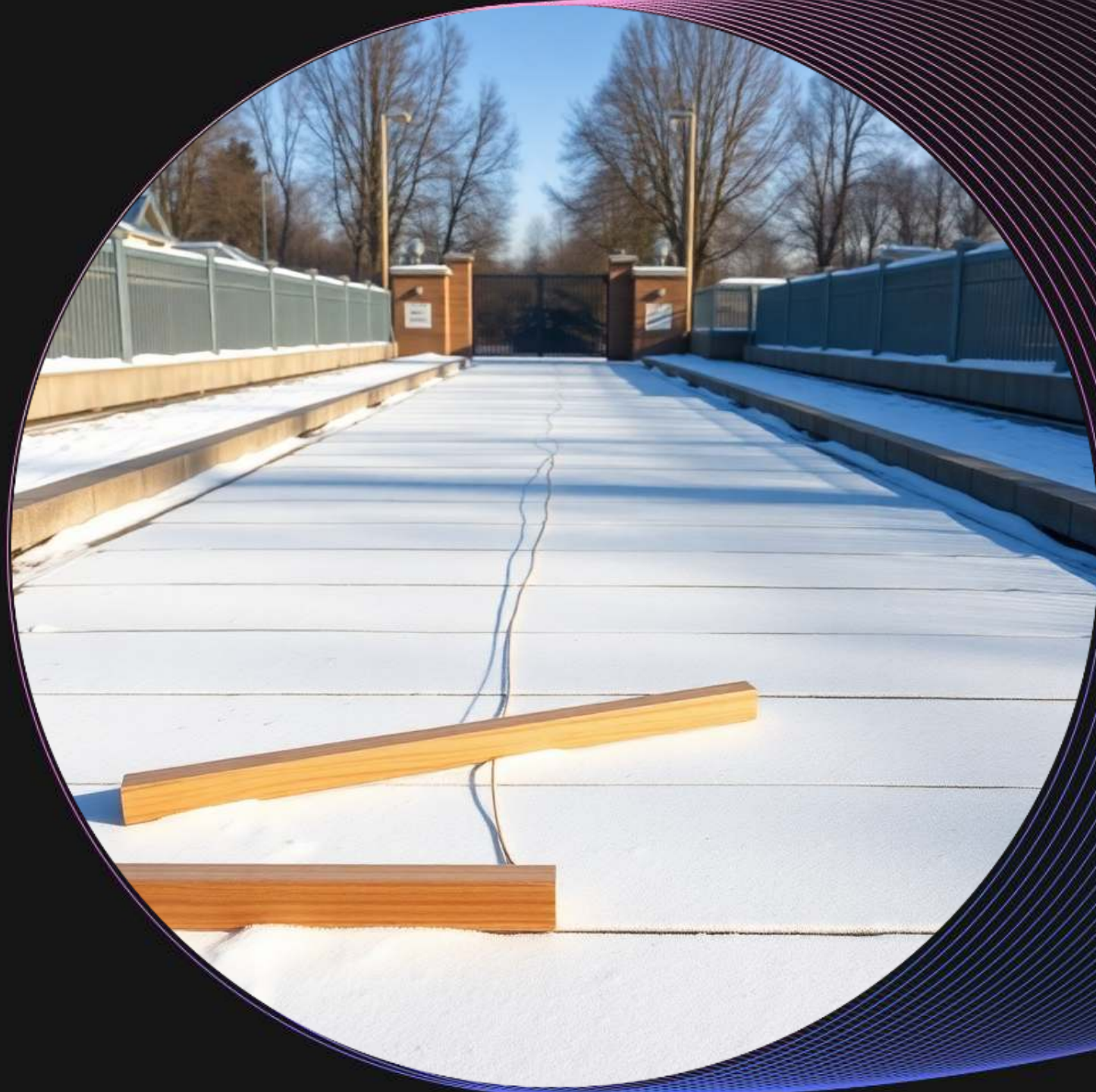


Линейная функция

Прямая модель зависимости между
величинами



Где встречается линейная функция

Линейная функция помогает описывать цену, путь, время и другие ситуации с постоянным изменением. Она показывает, как начальное значение и каждый шаг влияют на результат, а график делает зависимость наглядной и понятной.



Общий вид формулы линейной функции

1 Запись формулы

Линейную функцию записывают в виде $y = kx + b$. Эта формула сразу показывает, что значение y зависит от x по простому правилу, где участвуют два числа: k и b .

2 Роль коэффициента k

Число k стоит при x и определяет, как быстро меняется функция. Если k положительное, значения y растут; если отрицательное, они уменьшаются при увеличении x .

3 Значение числа b

Число b называют свободным членом. Оно показывает значение функции при $x = 0$ и задаёт точку, в которой график пересекает ось y .

4 Особые случаи

Если $b = 0$, получается $y = kx$, и прямая проходит через начало координат. Если $k = 0$, то $y = b$, а график становится горизонтальной прямой.

Что означают коэффициенты k и b

- Таблица показывает, как каждый коэффициент влияет на вид и положение прямой.

Коэффициент k задаёт направление и крутизну, а b определяет, где прямая пересекает ось y .

Формула линейной функции $y = kx + b$

Элемент	Значение	Влияние
k	наклон	вверх или вниз
b	сдвиг	пересечение с Oy

График линейной функции на координатной плоскости

Точки строятся быстро

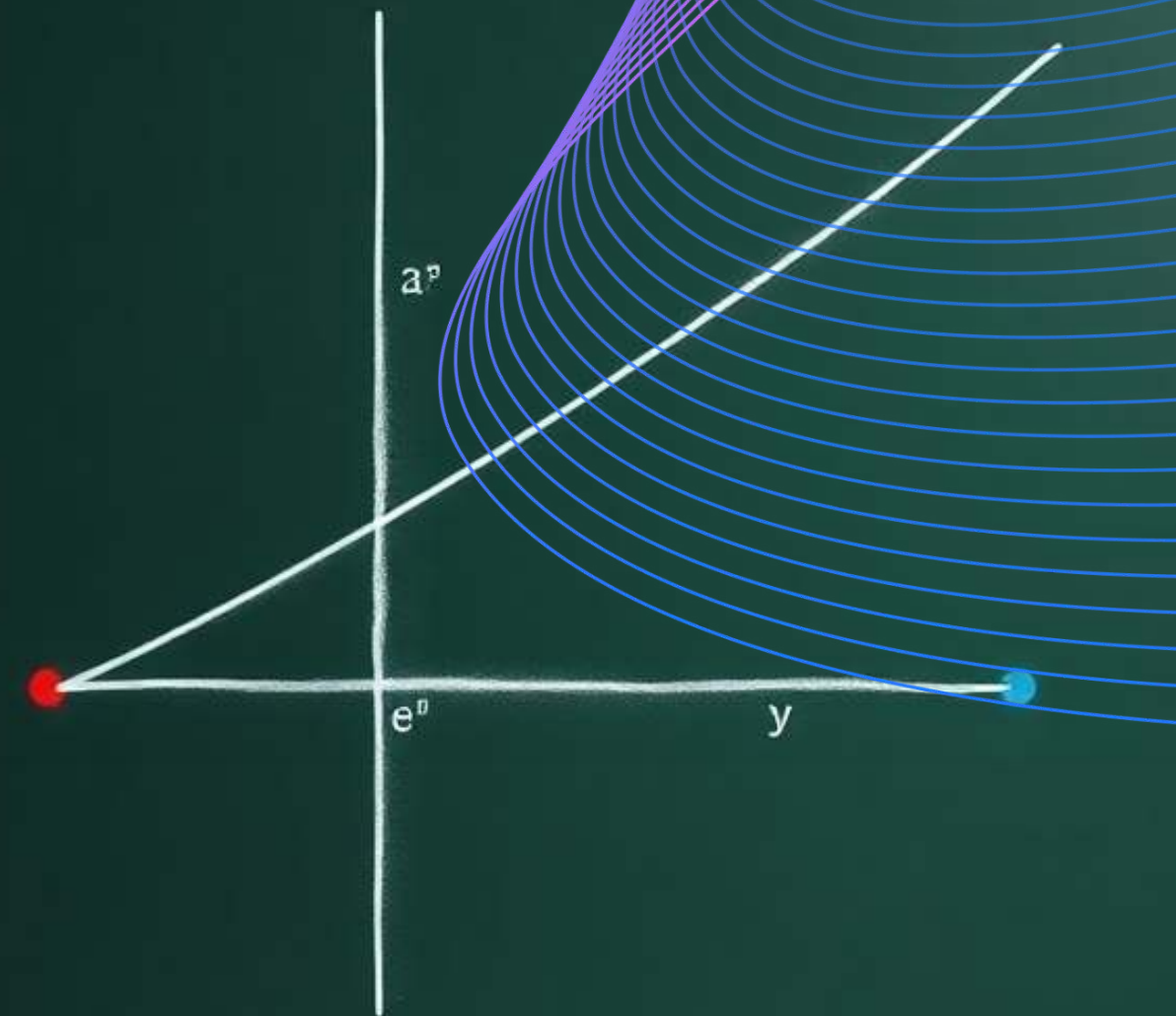
Для функции $y = 2x + 1$ удобно взять точки $(0; 1)$, $(1; 3)$ и $(2; 5)$. По ним легко увидеть, как строится прямая на плоскости.

Шаг по x и y

Если x увеличивается на 1, то y увеличивается на 2. Это помогает заметить правило изменения значений без долгих вычислений и проверить правильность построения.

Наглядность графика

Координатная плоскость показывает зависимость между переменными в виде линии. По графику сразу видно, где функция растёт, а где принимает нужные значения.

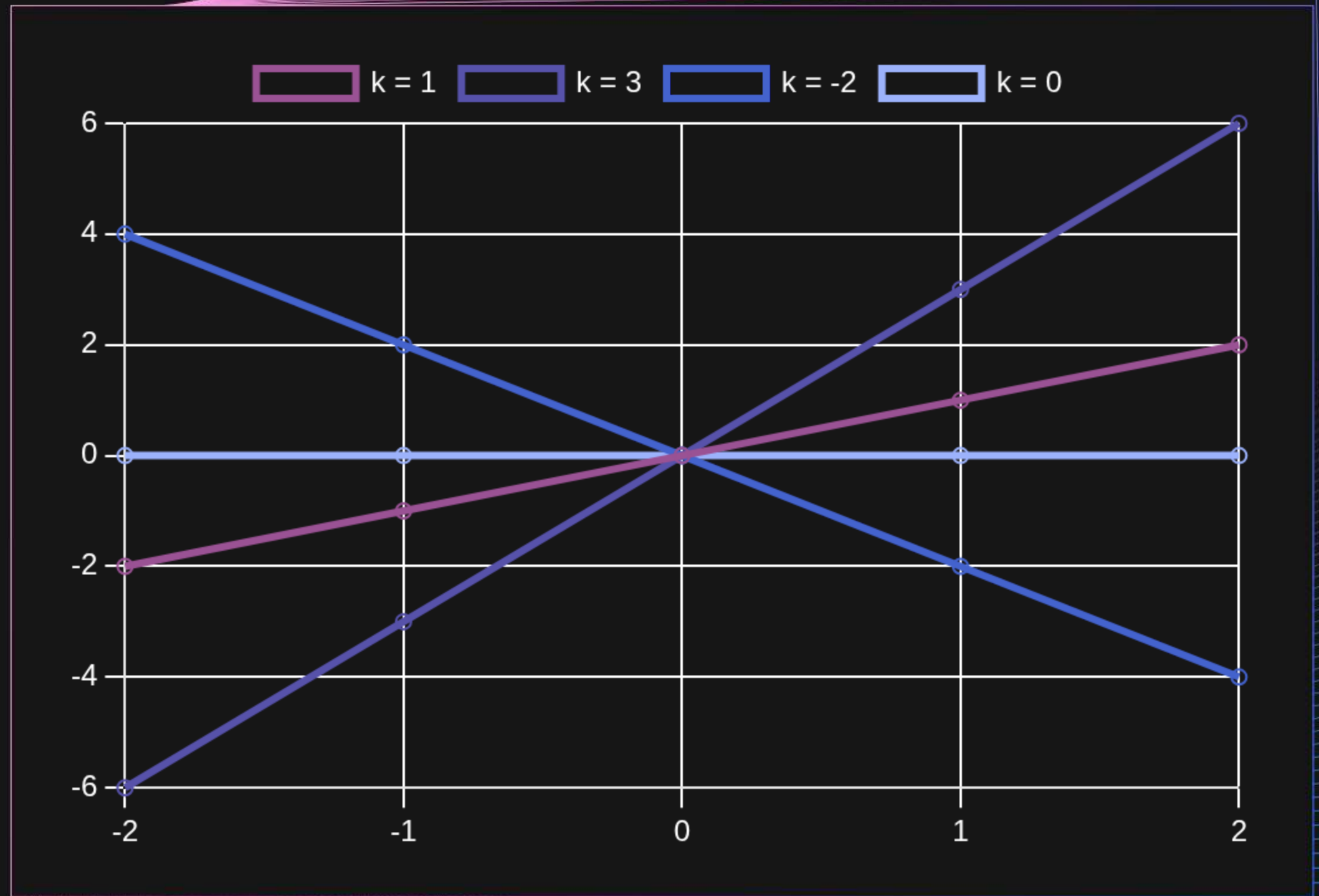


Как коэффициент k влияет на наклон прямой

На одной шкале видно, как меняется наклон прямой при разных значениях k и одинаковых x .

Чем больше модуль k , тем круче прямая; знак k определяет, растёт функция или убывает.

Вычисления по формулам $y = kx$ при $x = -2, -1, 0, 1, 2$



Основные свойства линейной функции

— Область определения

Линейная функция определена при любом значении x . Это значит, что для неё можно подставлять любые числа и получать соответствующие значения y без ограничений.

— Область значений

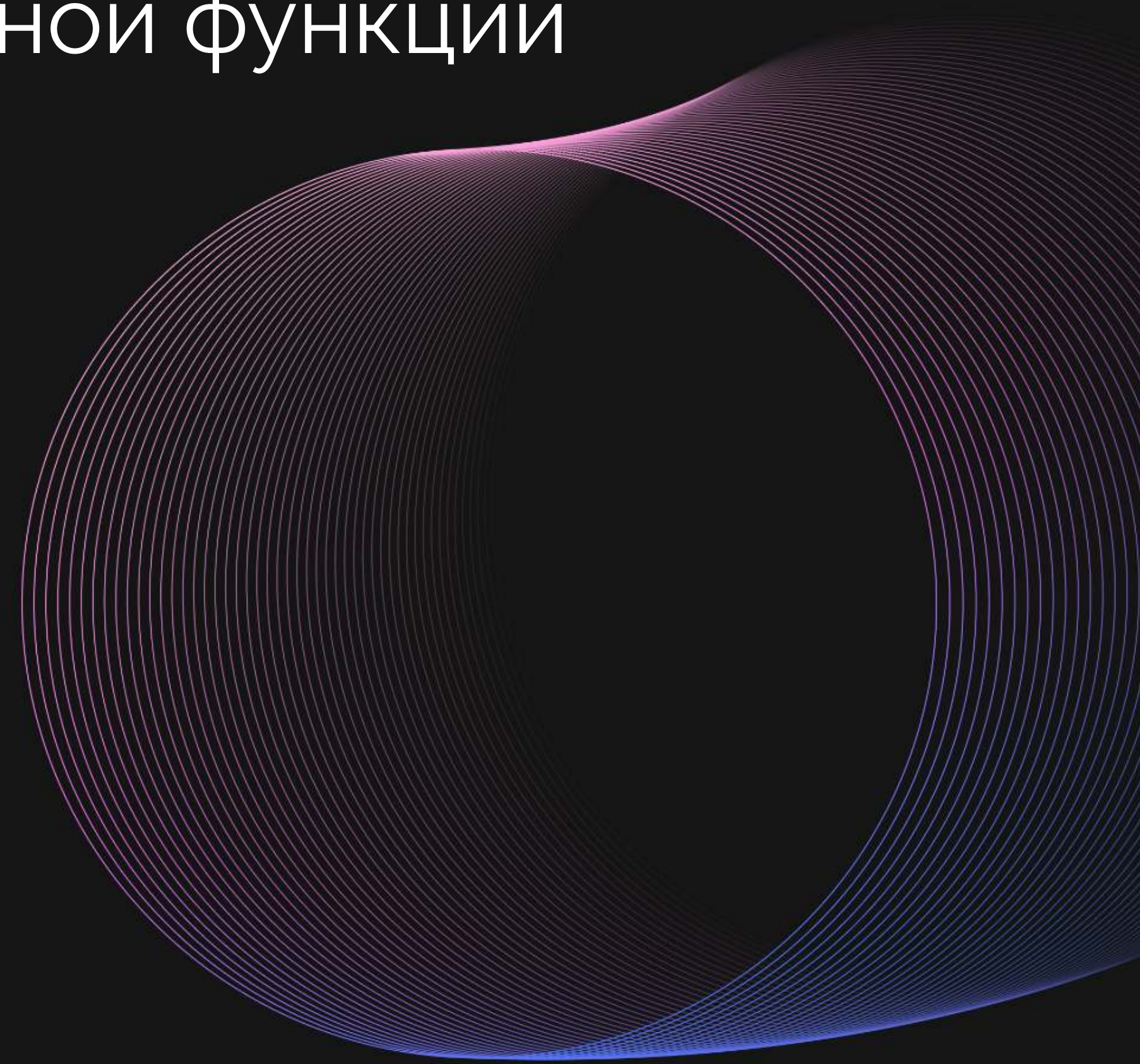
Если k не равно нулю, функция принимает любые значения y . Когда $k = 0$, все значения одинаковы, и получается постоянная функция с горизонтальным графиком.

— Вид графика

График линейной функции всегда является прямой линией. Именно поэтому такие функции удобно изображать на координатной плоскости и сравнивать между собой.

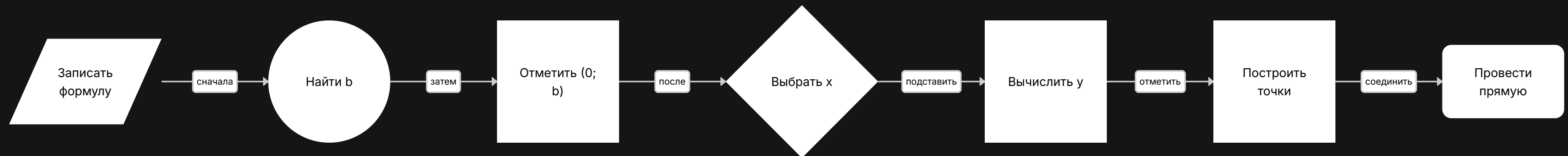
— Поведение функции

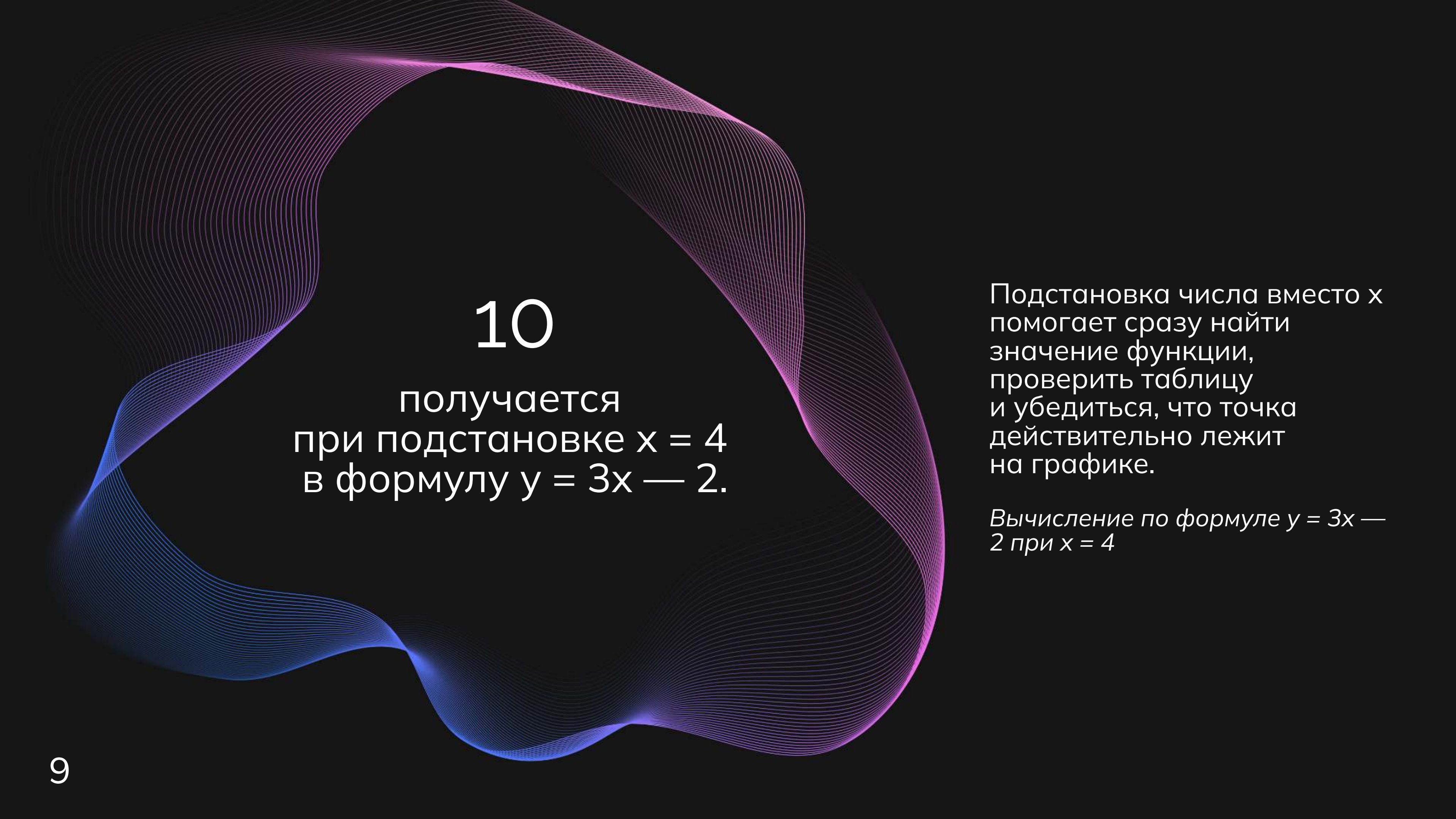
При положительном k функция возрастает, при отрицательном — убывает. Если k равно нулю, значение y не меняется при любом x , поэтому линия идёт ровно.



Построение графика по формуле

Последовательность шагов для линейной функции $y = kx + b$





10

получается
при подстановке $x = 4$
в формулу $y = 3x - 2$.

Подстановка числа вместо x помогает сразу найти значение функции, проверить таблицу и убедиться, что точка действительно лежит на графике.

Вычисление по формуле $y = 3x - 2$ при $x = 4$

Точки для построения двух линейных функций

Формула	х	у	Точки
$y = x + 2$	0,1,2	2,3,4	(0; 2), (1; 3), (2; 4)
$y = -x + 1$	0,1,2	1,0,-1	(0; 1), (1; 0), (2; -1)

Таблица показывает, как по нескольким значениям x найти точки двух прямых.

Для построения прямой достаточно двух точек, а дополнительные точки помогают проверить вычисления.

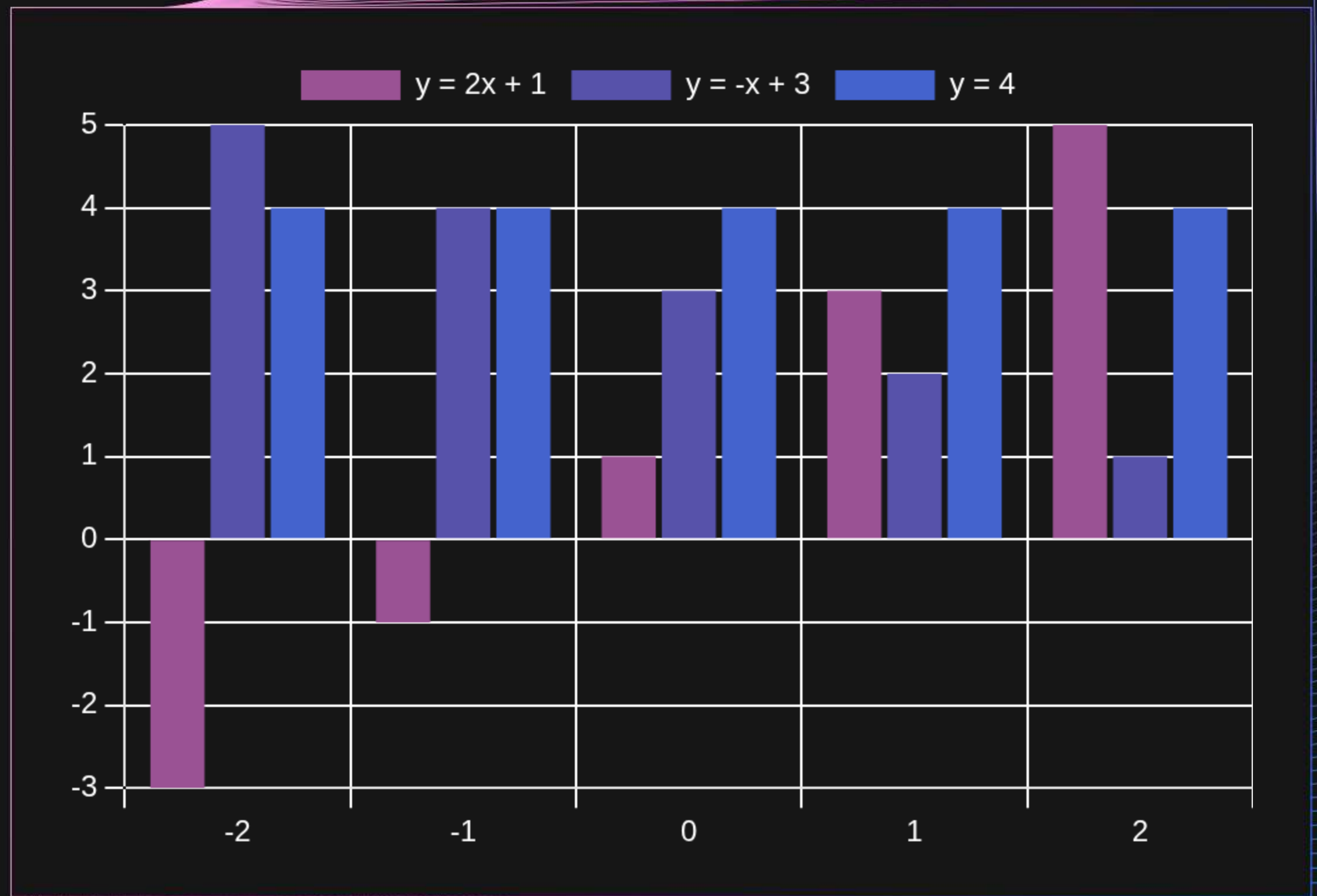
Вычисления по формулам двух линейных функций

Сравнение возрастающих, убывающих и постоянных функций

Одинаковые значения x позволяют увидеть, как по-разному ведут себя графики при изменении коэффициента k .

Положительный k даёт рост, отрицательный — спад, а $k = 0$ сохраняет постоянное значение y .

Расчёт по формулам линейных функций



Линейная функция в реальных ситуациях



Такси: старт и тариф

Стоимость поездки удобно описывать линейной функцией: есть начальная сумма за посадку и добавка за каждый километр. Чем дальше едет пассажир, тем предсказуемее растёт цена. Такая модель помогает заранее оценить итог без сложных вычислений.



Работа по часам

Когда оплата зависит от времени, сумма увеличивается на одинаковую величину за каждый час. Если известна почасовая ставка и начальное значение, можно быстро найти заработок за любое количество часов. Это типичный пример линейной зависимости.



Равномерное движение

При движении с постоянной скоростью пройденный путь увеличивается одинаково за равные промежутки времени. Если машина едет без остановок, расстояние зависит от времени по прямой. Поэтому такие задачи часто решают с помощью формулы линейной функции.

Ноль функции и пересечения с осями координат

Ноль функции

Ноль функции — это значение x , при котором значение y становится равным нулю. Чтобы его найти, в формуле подставляют $y = 0$ и решают полученное уравнение.

Пересечение с осью x

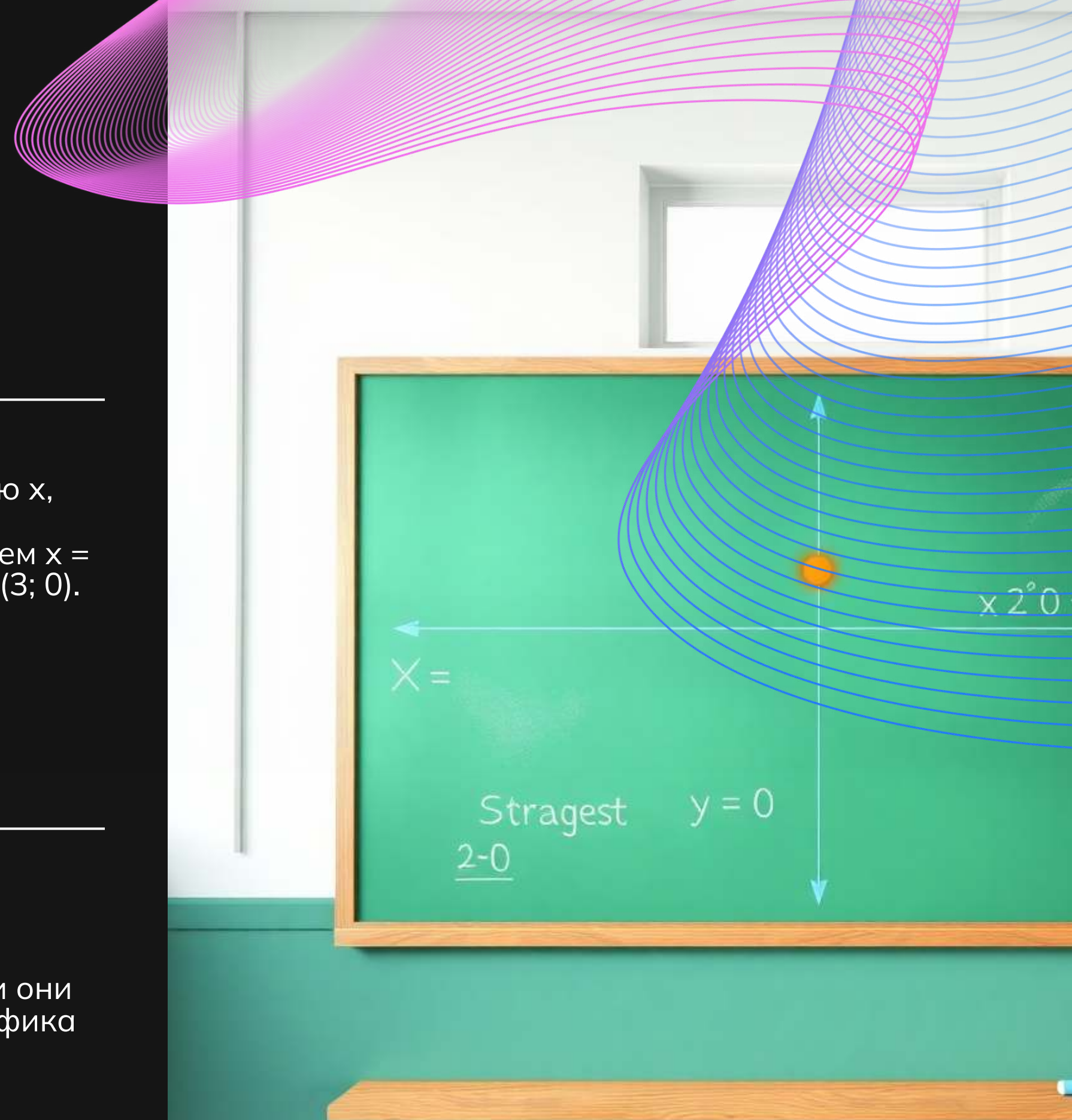
Чтобы найти пересечение с осью x , ищут значение x при $y = 0$. Для функции $y = 2x - 6$ получаем $x = 3$, значит точка пересечения — $(3; 0)$.

Пересечение с осью y

Точка на оси y имеет вид $(0; b)$, потому что здесь x равен нулю. По этой точке сразу видно, с какого значения начинается график линейной функции.

Зачем это нужно

Эти две точки помогают быстро построить прямую и проверить правильность вычислений. Если они найдены верно, положение графика на координатной плоскости становится понятным и точным.



Сравнение трёх линейных функций

Формула	k	b	График
$y = 2x + 1$	2	1	Возрастает
$y = -x + 3$	-1	3	Убывает
$y = 4$	0	4	Горизонтальная

— В таблице показаны формулы, коэффициенты и поведение графиков трёх простых функций.

Знак k определяет направление прямой, а число b показывает её пересечение с осью y .

Расчёт по формулам линейных функций

Как решают задачу на линейную зависимость

Последовательность действий при работе с задачами на цену, время, путь и количество

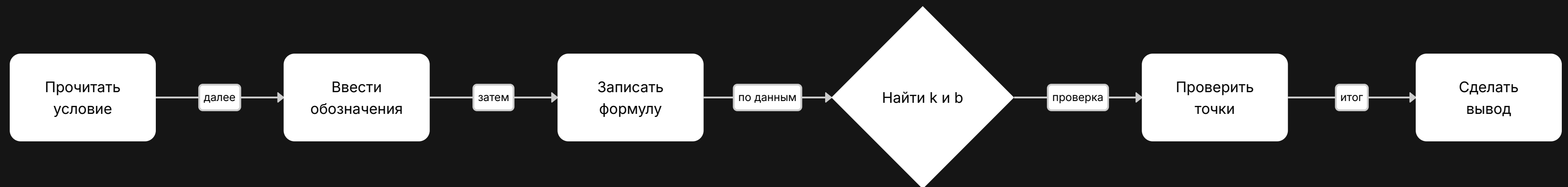
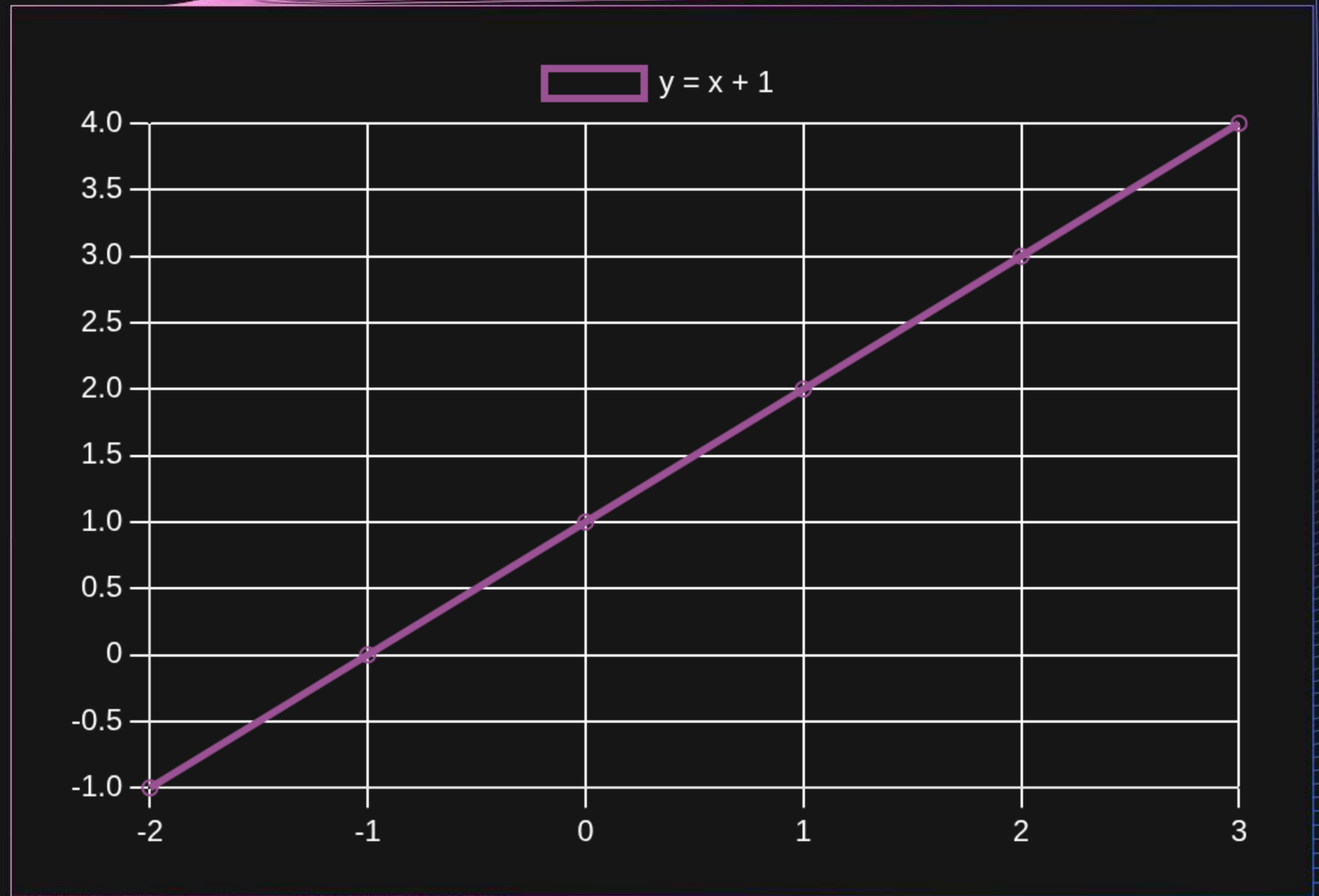


Таблица значений для функции $y = x + 1$

По таблице легко заметить, что при каждом шаге по x значение y меняется на ту же величину.

Это простейший пример линейной функции: $k = 1$ задаёт одинаковый прирост, а $b = 1$ — начальное значение.

Расчёт значений функции $y = x + 1$



Типичные ошибки при работе с линейной функцией

Путают k и b

Иногда коэффициент при x принимают за свободный член. Из-за этого неверно определяют наклон и ошибаются при построении графика.

Теряют знак минус

Особенно часто забывают отрицательный знак в формуле или при вычислениях. Такая неточность полностью меняет поведение функции и положение прямой.



Неверно ищут точку x

Чтобы найти пересечение с осью x , нужно приравнять y к нулю. Если перепутать порядок действий, получится неправильная точка.



Строят по одной точке

Одна точка не задаёт прямую. Для построения нужны как минимум две точки, а несколько вычисленных значений помогают сразу заметить ошибку.



Ошибаются при подстановке

При вычислении значения функции важно аккуратно заменять x заданным числом. Проверка по нескольким значениям быстро показывает, где допущена неточность.

Одна и та же функция в разных масштабах

1 Масштаб осей

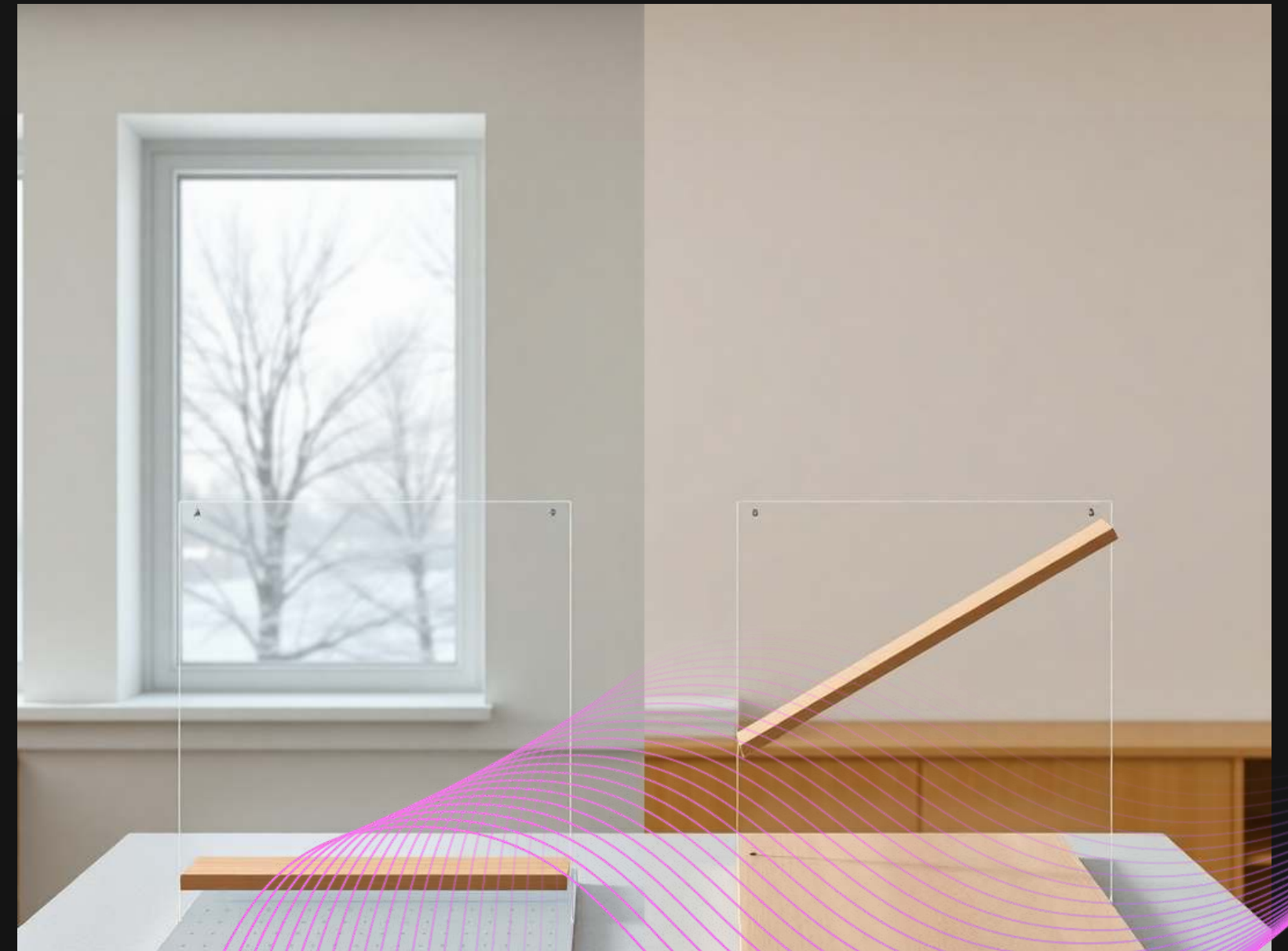
Если изменить деления на осях, расстояние между точками на рисунке будет выглядеть иначе. Однако сама формула функции при этом не меняется.

2 Впечатление от наклона

На одном чертеже прямая может казаться более крутой, а на другом — более полой. Это связано только с изображением, а не с самой зависимостью.

3 Постоянные коэффициенты

Значения k и b остаются одинаковыми в любом масштабе. Поэтому для анализа функции важно смотреть на формулу и координаты точек, а не только на внешний вид графика.



Ключевые формулы и признаки линейной функции

Запись	Смысл	Пример
$y = kx + b$	общий вид	$y = 2x + 1$
b	значение при $x = 0$	$(0; b)$
k	наклон и направление	$k > 0$
$y = 0$	поиск нуля	x при $y = 0$

Таблица напоминает, как связаны формула, коэффициенты и важные точки графика.

Эти записи помогают быстро находить нуль функции, точку пересечения с осью y и понимать поведение прямой.

Теория линейной функции

Линейная функция вокруг нас

Линейная функция описывает простые и понятные зависимости: сколько изменится величина при каждом шаге. Умение читать формулу, строить график и находить нули функции помогает уверенно решать задачи и замечать математику в жизни.