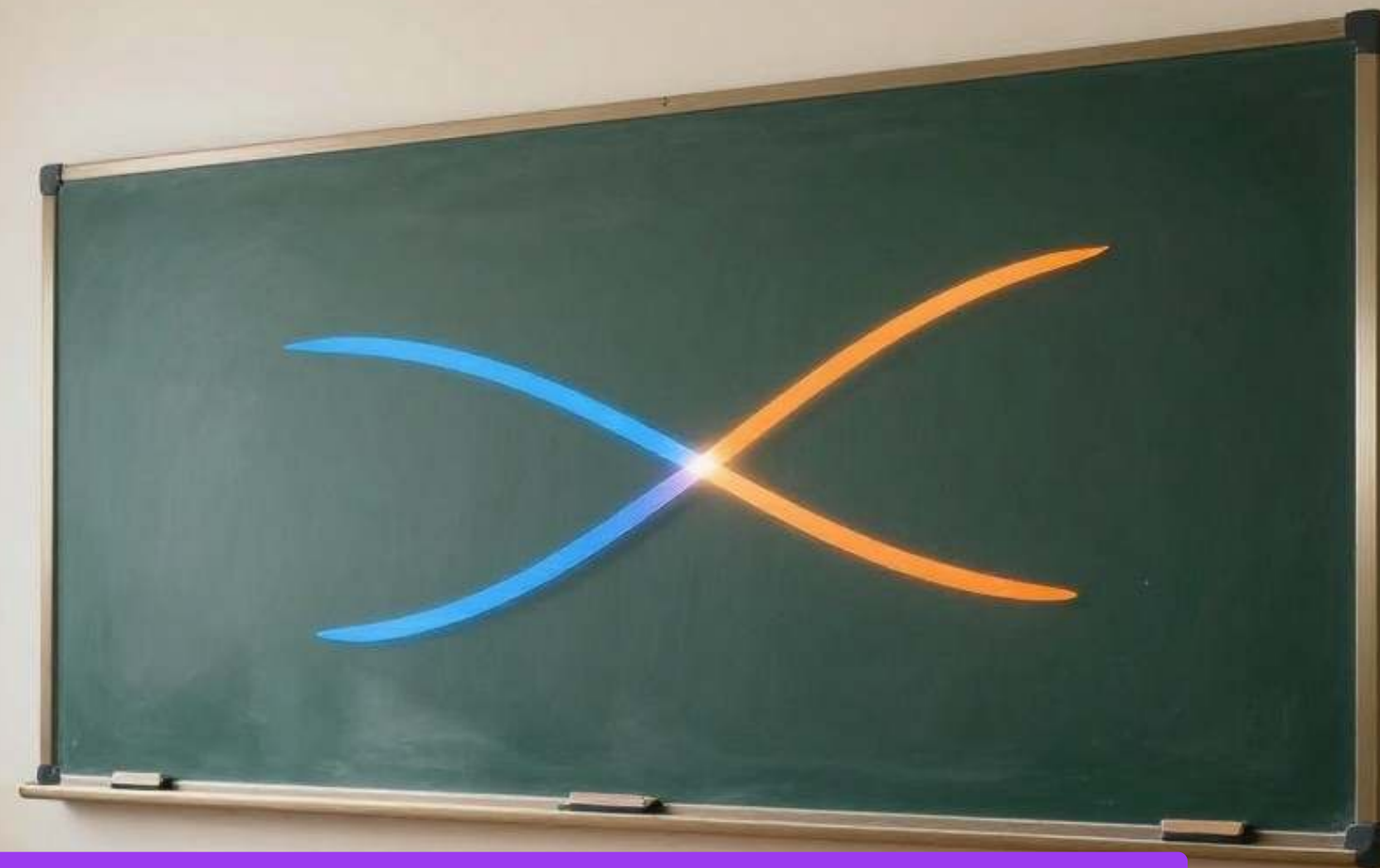
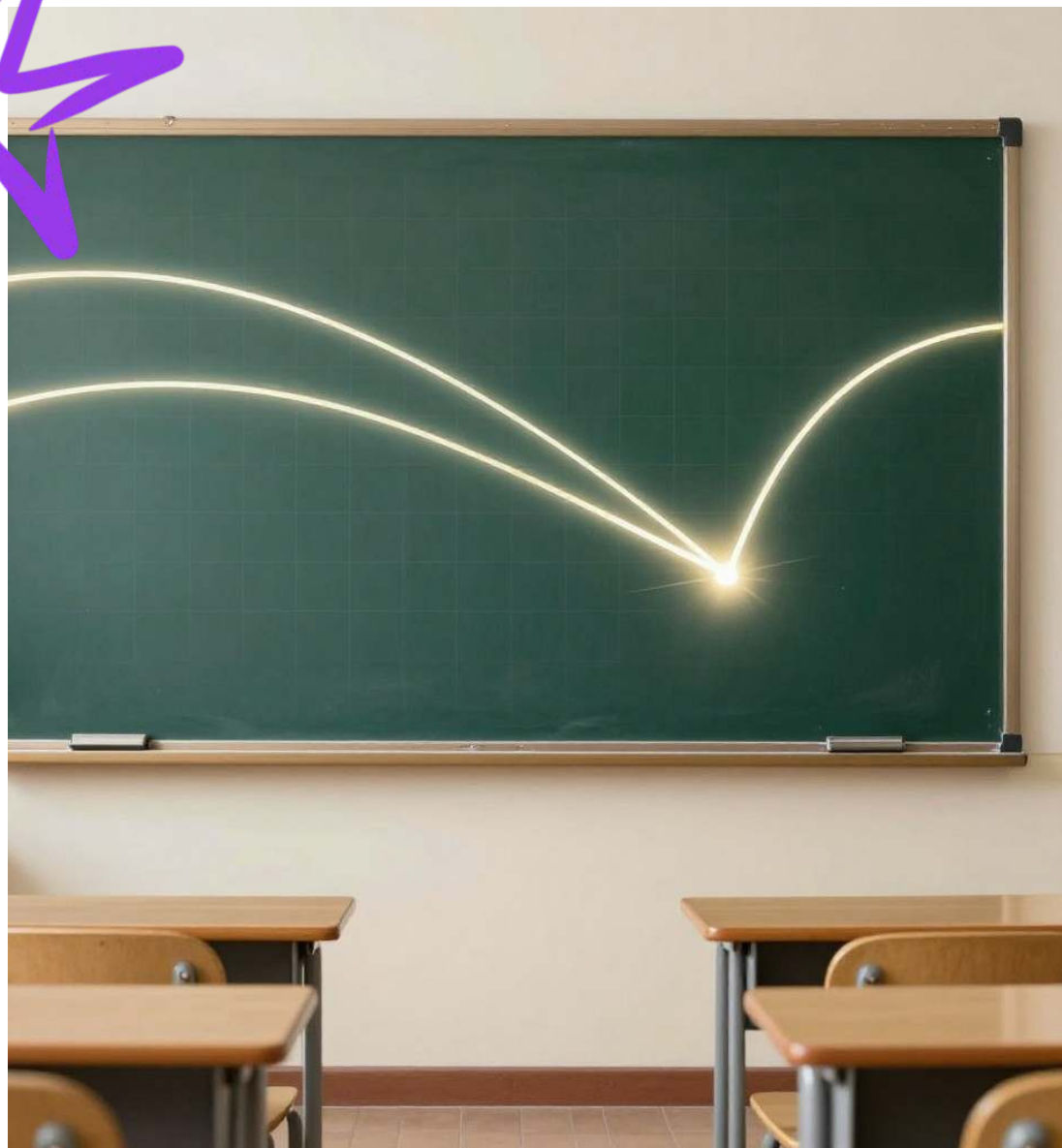


Графическое решение уравнений: от формулы к точке пересечения

Уравнение становится видимым
на графике.



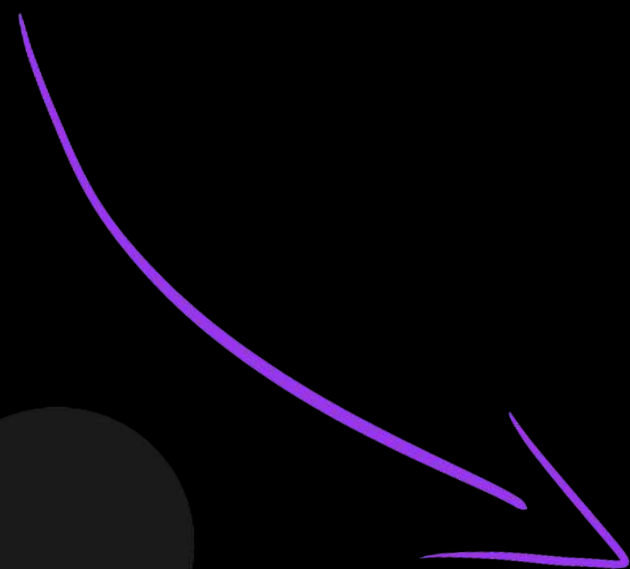
Как графики помогают найти ответ



Графический способ делает уравнение наглядным: видно, где линии пересекаются, сколько бывает корней и как связаны величины. В 7 классе это помогает уверенно работать с координатной плоскостью и простыми функциями.



**В решении уравнения важна не только формула,
но и место пересечения на плоскости.**



2

общие точки графиков могут указать на решение

Определение решения уравнения и свойство точек
пересечения графиков

Три способа решения уравнений: сравнение

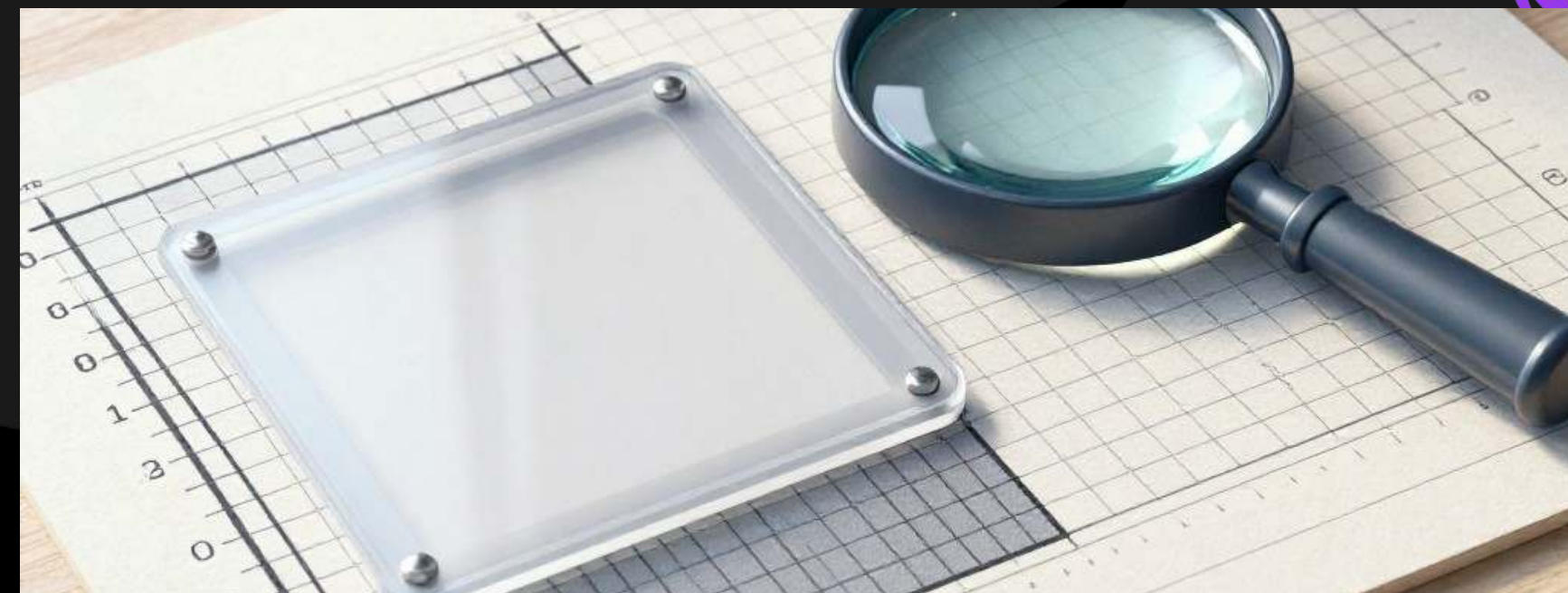
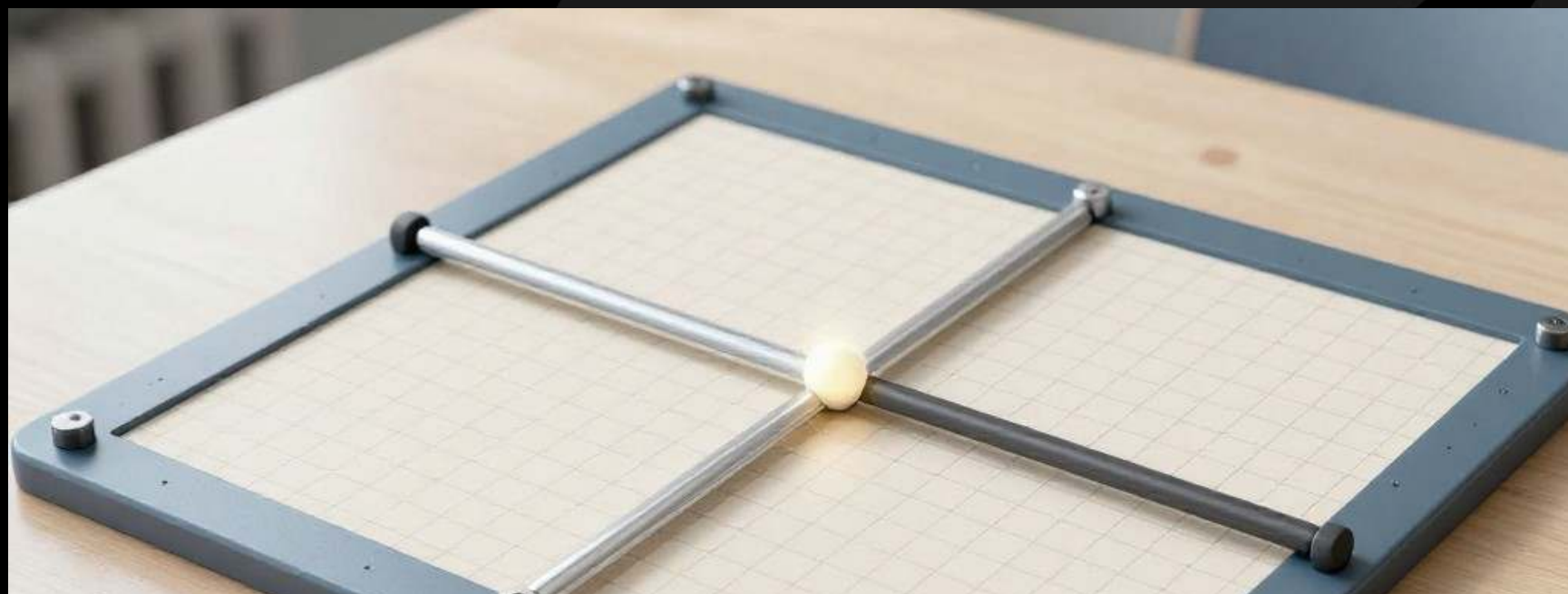


Способ	Сильные стороны	Ограничения
Алгебраический	Точный ответ	Иногда длинный
Графический	Видно число корней	Зависит от масштаба
Проверка	Подтверждает ответ	Не ищет корень

Сравним три подхода к решению уравнений и их возможности.

Графический способ особенно ценен там, где важно увидеть число решений и их расположение.

Координатная плоскость как основа метода



01 Оси, по которым читают ответ

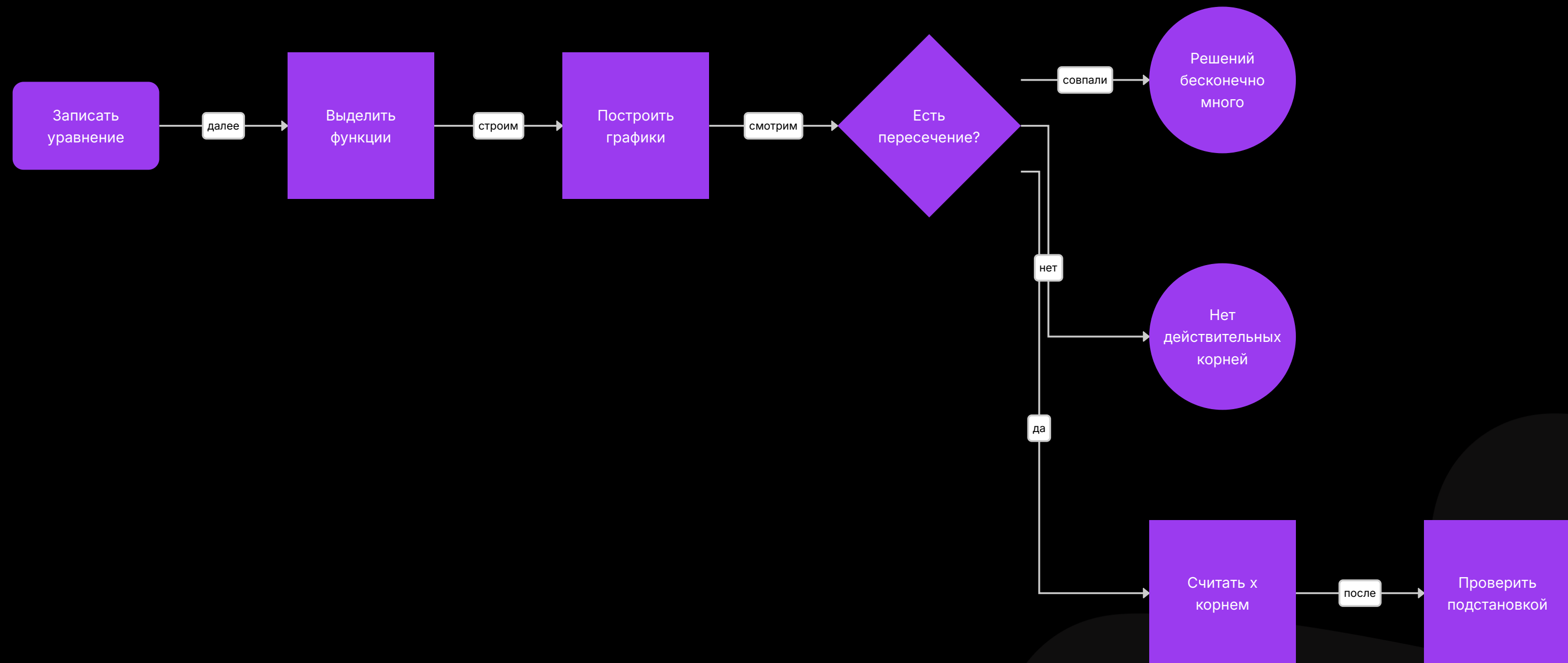
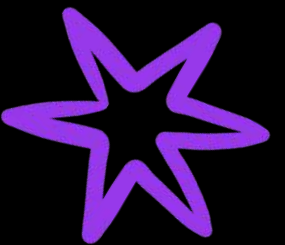
Графическое решение начинается с координатной плоскости. Ось Ox показывает значения переменной, а ось Oy — значения функции. Именно на этой сетке удобно искать точки пересечения и отмечать корень уравнения.

02 Масштаб делает чтение точнее

Если деления на осях выбраны удачно, координаты читаются легче и аккуратнее. При слишком крупном или слишком мелком масштабе точность падает, поэтому даже один и тот же график может выглядеть по-разному.

Как решать уравнение по графику

Последовательность шагов при графическом решении уравнения



Линейное уравнение на графике

01 Прямая и горизонталь

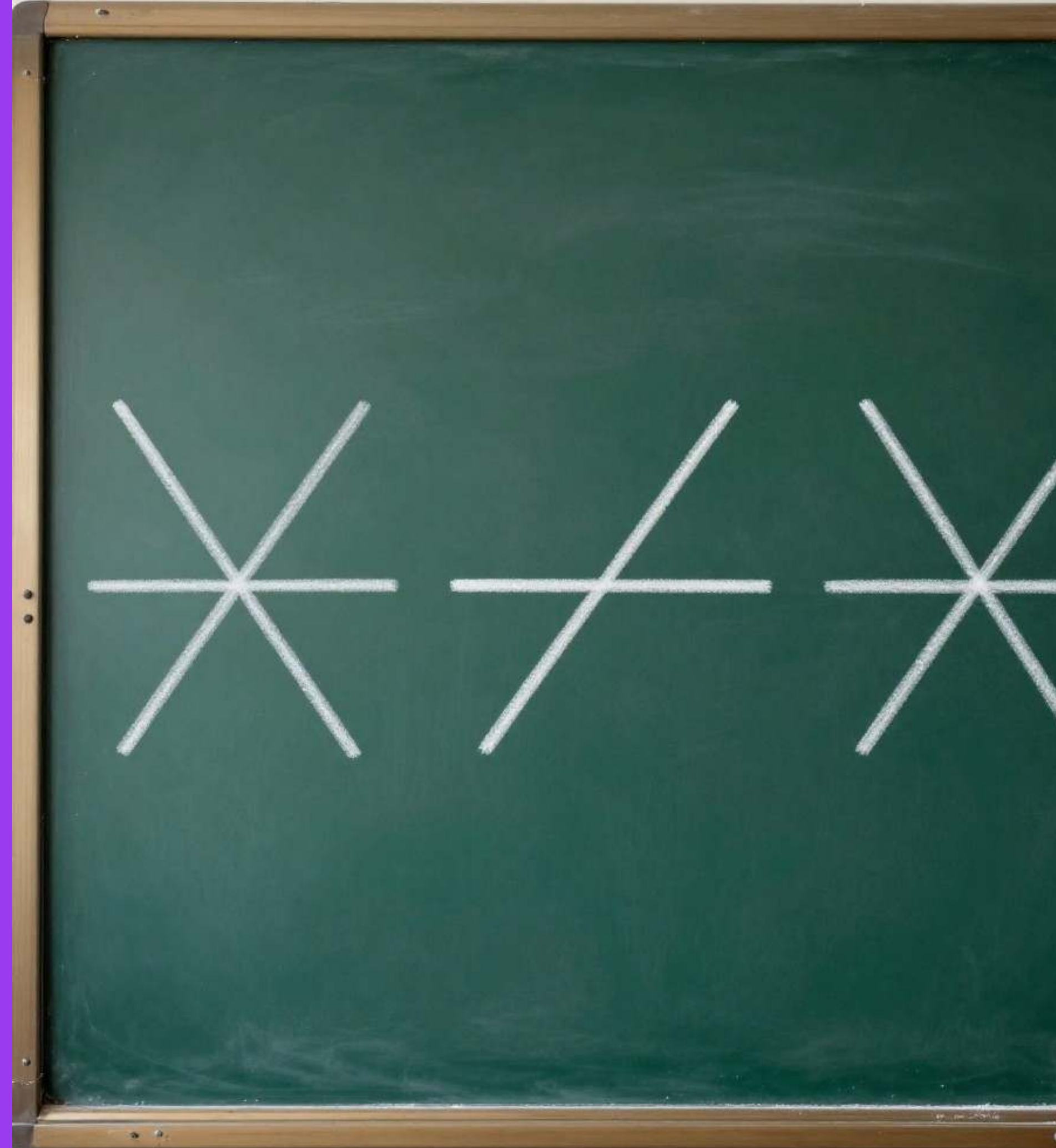
Уравнение вида $ax+b=c$ удобно представить как сравнение графиков $y=ax+b$ и $y=c$. Первый график — наклонная прямая, второй — горизонтальная линия на уровне постоянного значения.

02 Одна точка пересечения

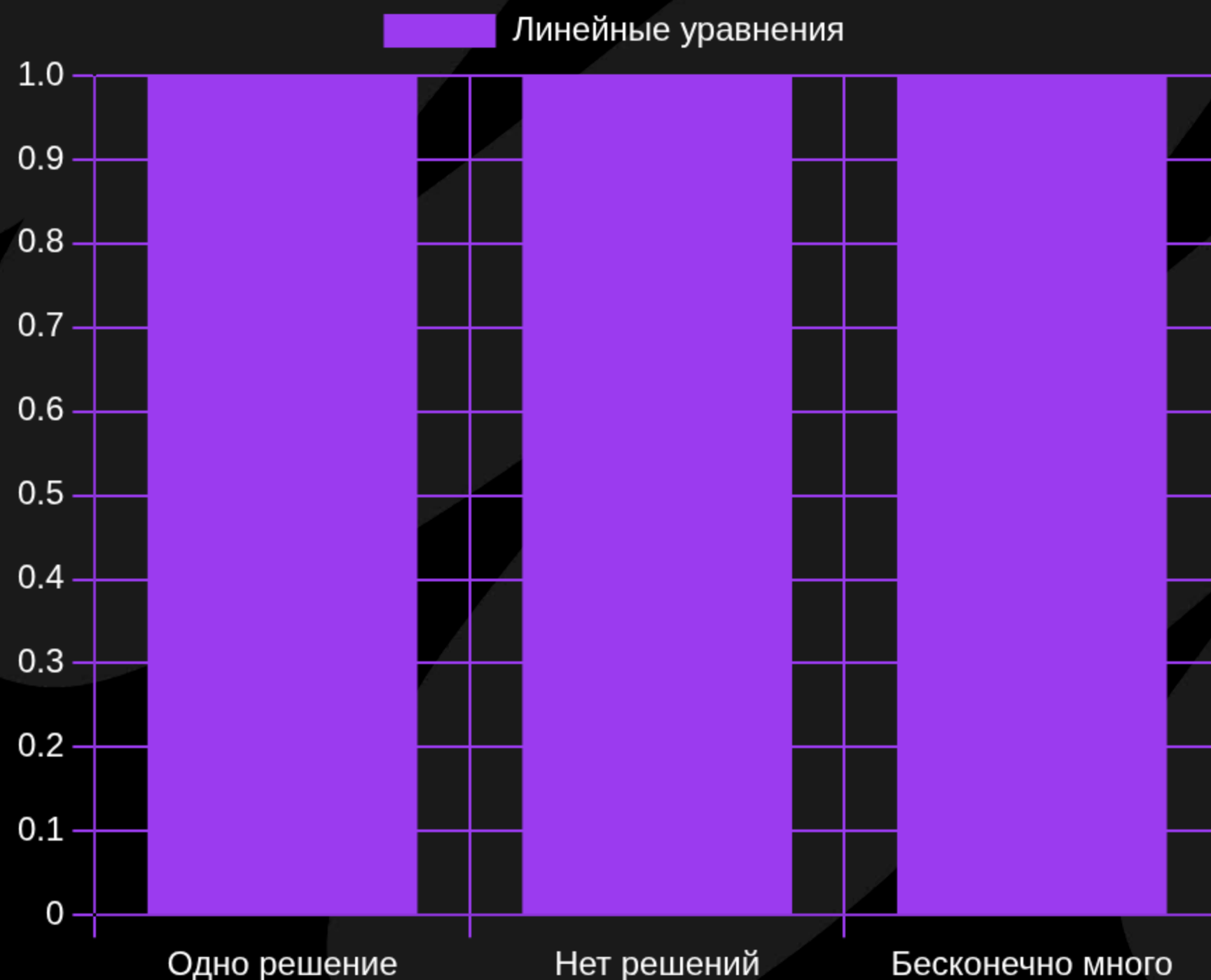
Если графики встречаются в одной точке, уравнение имеет единственное решение. Абсцисса этой точки показывает, при каком значении x равенство становится верным.

03 Другие возможные случаи

Когда прямые параллельны и не совпадают, общих точек нет, значит решений нет. Если графики совпадают, любое значение x подходит, поэтому решений бесконечно много.



Сколько решений бывает у линейных уравнений



На схеме показаны три типичные ситуации при сравнении графиков. В каждой из них важно не только наличие ответа, но и форма взаимного расположения прямых.

Число решений полностью определяется количеством общих точек графиков: одна, ни одной или бесконечно много.

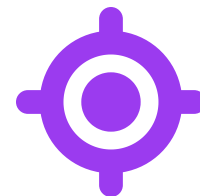
Схематическое представление случаев пересечения графиков

Квадратное уравнение и парабола



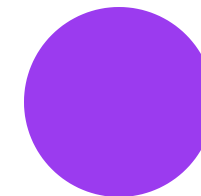
График квадратной функции

Квадратное уравнение удобно изучать через график $y=ax^2+bx+c$. Его форма помогает сразу увидеть, как ведёт себя функция при разных значениях x .



Пересечение с осью Ox

Если парабола пересекает ось Ox в двух точках, уравнение имеет два действительных корня. Каждая точка пересечения даёт своё значение x .



Касание или отсутствие пересечения

Когда парабола касается оси Ox , получается один корень. Если график совсем не пересекает ось, действительных корней нет.

Пример: корни по графику параболы

График уравнения

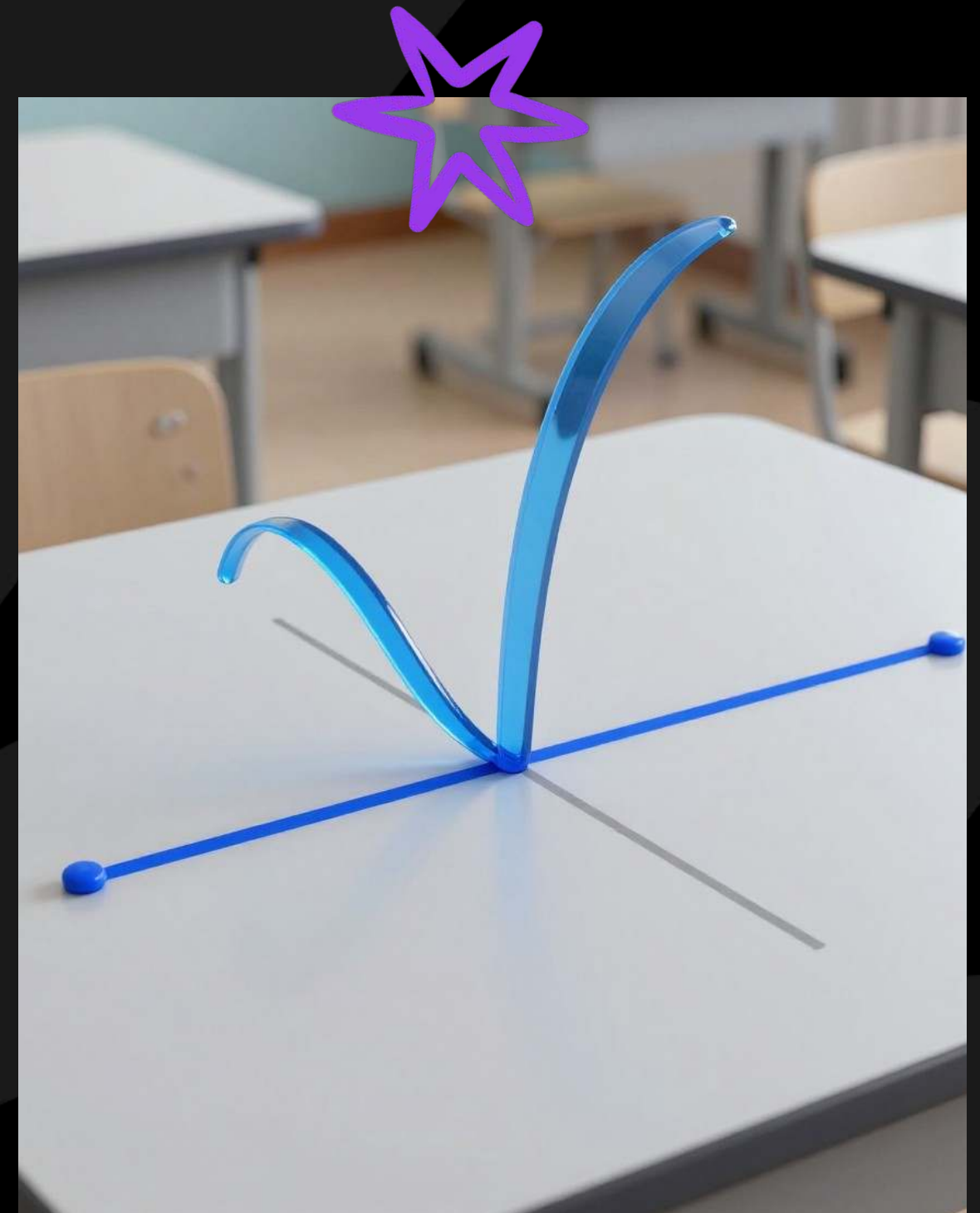
Для функции $y=x^2-4$ парабола пересекает ось Ox слева и справа от начала координат. По графику видно, что нули функции расположены симметрично.

Корни уравнения

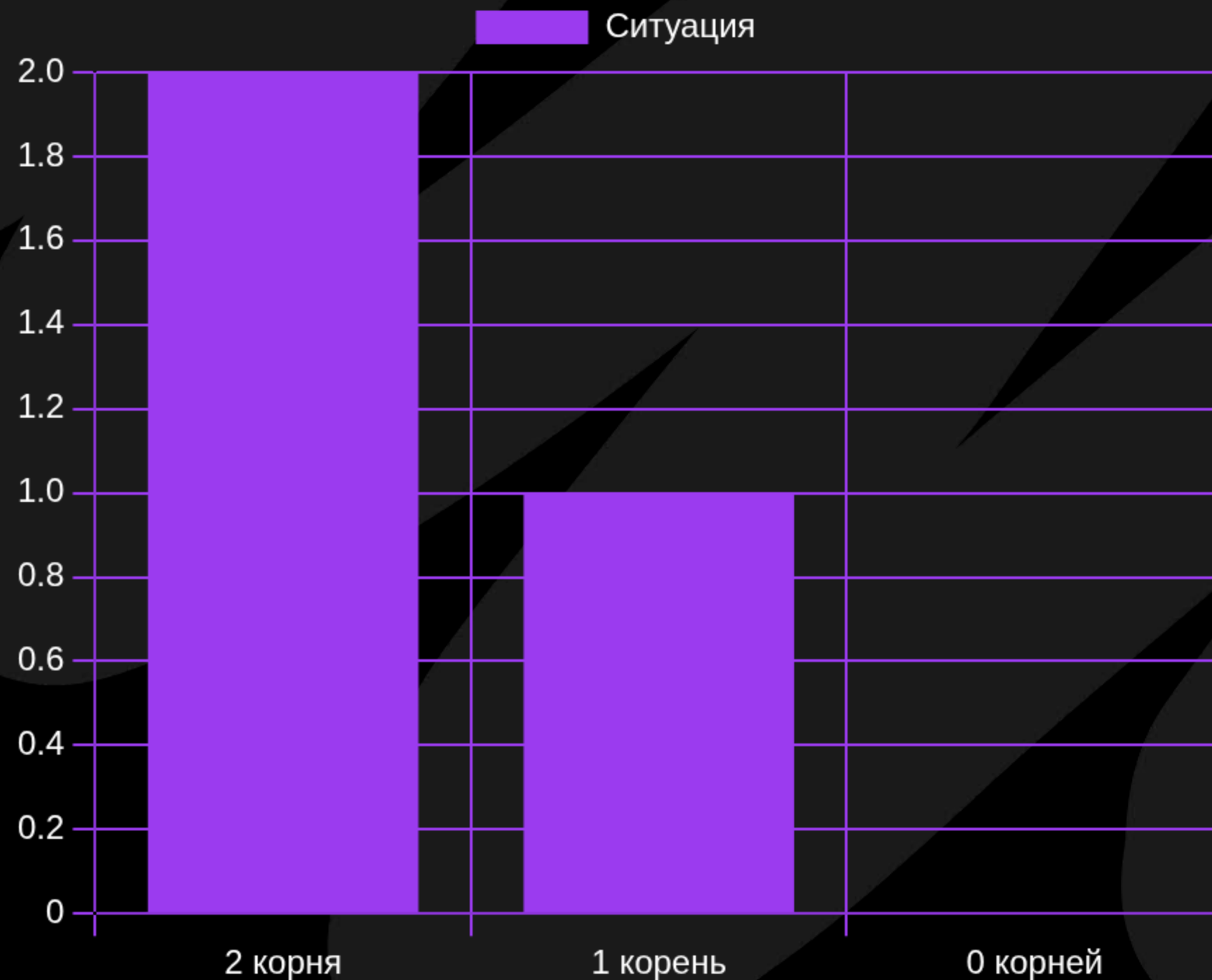
Точки пересечения имеют абсциссы -2 и 2 . Значит, уравнение $x^2-4=0$ имеет два корня: $x=-2$ и $x=2$.

Проверка на графике

При подстановке этих значений в функцию получается $y=0$, поэтому обе точки лежат на оси Ox . Это подтверждает правильность найденных корней.



Как график показывает число корней



Положение параболы относительно оси Ox сразу показывает, сколько действительных корней имеет уравнение.

Число пересечений с осью Ox совпадает с числом действительных корней: 2, 1 или 0.

Учебный материал по теме «Графическое решение уравнений»

Точность графического ответа

Масштаб осей

01

Чем удобнее выбран масштаб, тем точнее можно считать координаты точек и заметить пересечение графика с осью или другим графиком.

Аккуратность построения

02

Небрежно проведённые линии и неточно отмеченные точки искажают рисунок, поэтому даже правильная формула может дать неточный графический ответ.

Округление значений

03

Если координата находится между делениями, ответ записывают приближённо и округляют до нужной точности, указанной в задании или удобной для чтения.

Точный и приближённый ответ

04

Алгебраическое решение обычно даёт точное значение, а графический способ помогает быстро увидеть его и понять, насколько надёжен полученный результат.

Типичные ошибки при построении графиков

Ошибка	Причина	Последствие
Масштаб неверный	Неправильный выбор делений	График искажается
Оси перепутаны	Неверная разметка плоскости	Ответ получается ложным
Мало точек	Редкое построение	Линия неточная
Нет пересечений	Точка не отмечена	Корень упущен

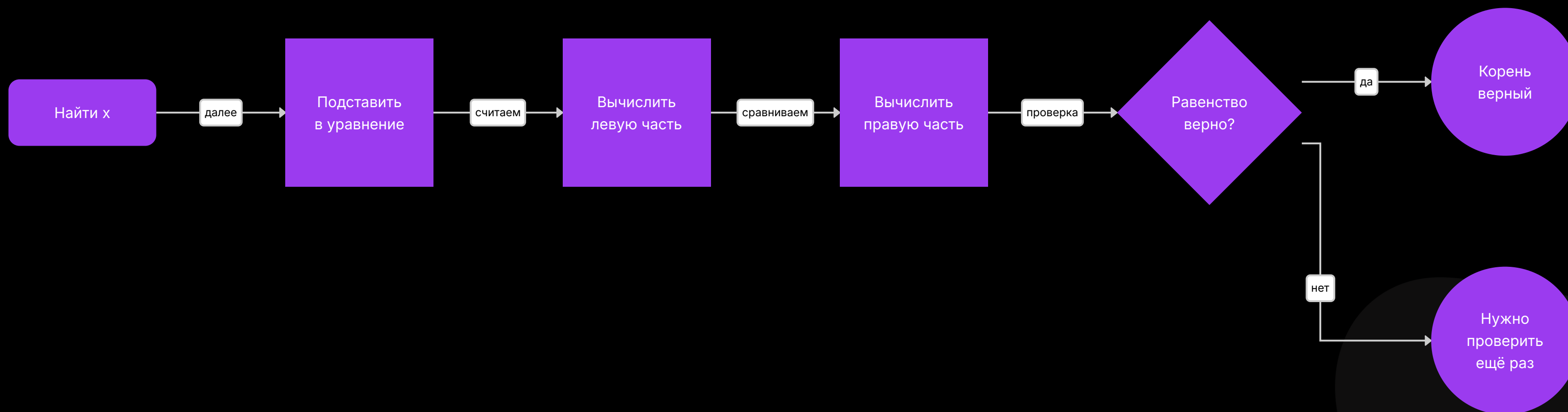
Ошибки в построении меняют вид графика и могут привести к неверному числу корней.

Учебный материал по теме «Графическое решение уравнений»

Даже одна неточность в разметке может изменить график и привести к неверному выводу о корнях.

Проверка найденного корня

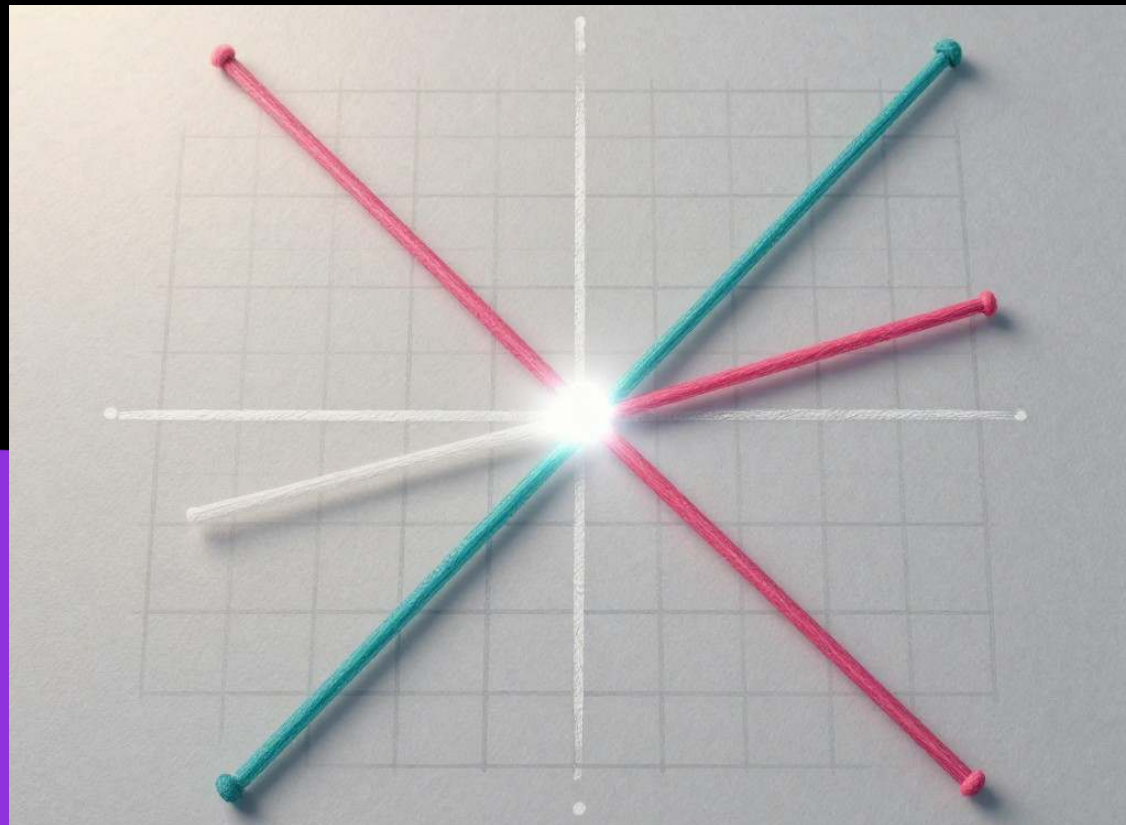
Последовательность действий при проверке ответа подстановкой



Графический способ для систем уравнений

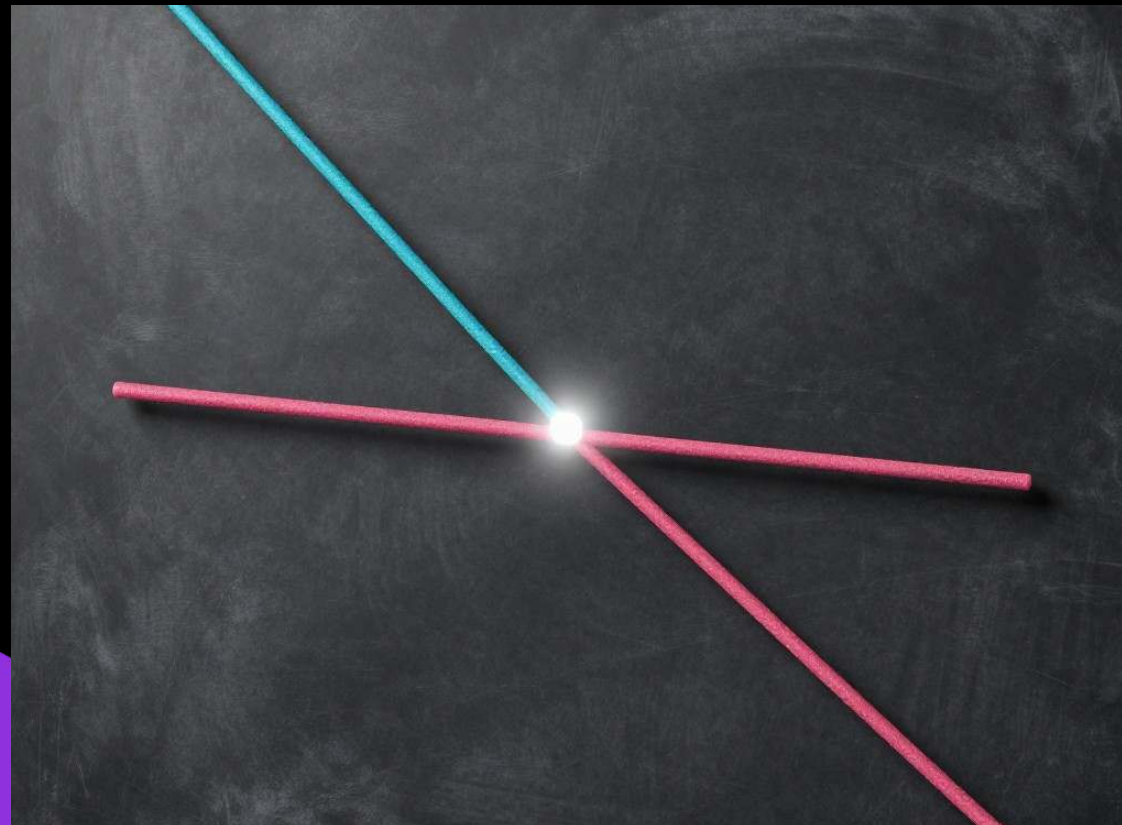
Одна общая точка

Когда две прямые пересекаются в одной точке, эта точка удовлетворяет обоим уравнениям сразу. Её координаты и есть решение системы. На рисунке это удобно показать выделением общей точки и подписями осей.



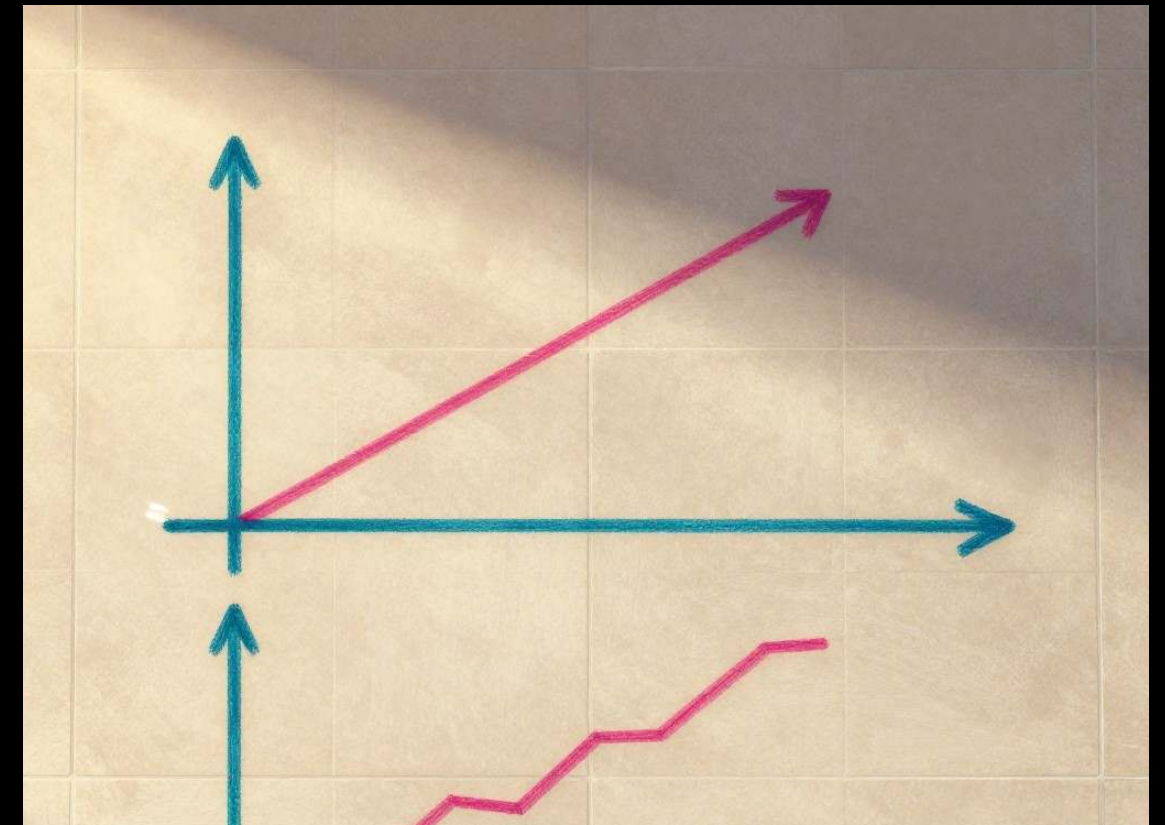
Пересечение прямой и параболы

Система может связывать разные графики, например прямую и параболу. Тогда решение ищут в месте их встречи: именно там значения обеих зависимостей совпадают, а значит выполняются оба условия задачи.

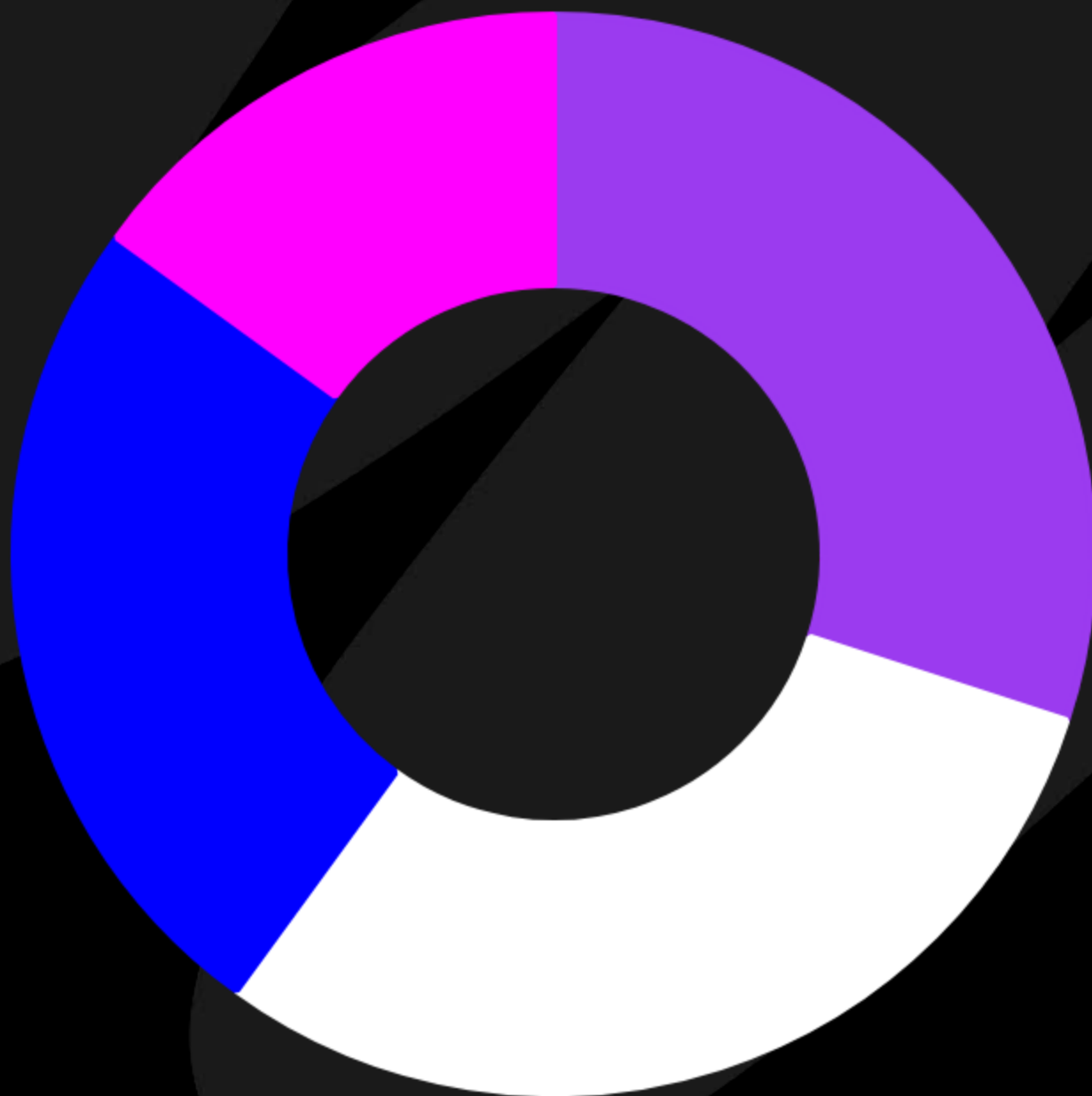


Нет общих точек

Если графики не пересекаются, система не имеет решений. Такой случай тоже важно уметь распознавать: он показывает, что ни одна точка плоскости не подходит одновременно для обоих уравнений.



Где графический метод особенно полезен



Метод особенно помогает там, где важны пересечения, форма графика и число решений.

Графический подход чаще всего применяют для задач, где нужно увидеть зависимость и быстро сравнить несколько вариантов.

Учебный материал по теме «Графическое решение уравнений»

Связь уравнения и функции

01 Нулевые значения функции

Если нужно решить уравнение вида $f(x)=0$, смотрят, где график функции пересекает ось Ox . В этих точках значение y равно нулю, а x является корнем.

02 Сравнение двух функций

Для уравнения $f(x)=g(x)$ ищут общие точки графиков $y=f(x)$ и $y=g(x)$. Координата x каждой такой точки показывает, при каком значении переменной равенство выполняется.

03 Единый способ рассуждения

Один и тот же приём подходит для разных задач: от простого уравнения до сравнения двух зависимостей. Поэтому графики помогают увидеть общую идею, а не только готовый ответ.



Мини-пример с числовыми данными



x	$y_1 = x + 1$	$y_2 = 3$
1	2	3
2	3	3
3	4	3

Сравнение значений помогает увидеть точку пересечения графиков и сразу проверить корень уравнения.

При $x=2$ значения совпадают, значит графики пересекаются в точке $(2; 3)$, а уравнение $x+1=3$ имеет корень $x=2$.

Практическая ценность метода



Быстрая оценка

График сразу показывает, есть ли решения и сколько их может быть. Это экономит время при первых шагах анализа задания и помогает не делать лишних вычислений.



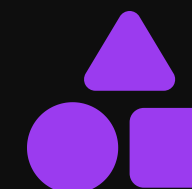
Проверка ответа

После алгебраического решения график помогает убедиться, что корень найден верно. Особенно это полезно, если ответ получен приближённо и требует контроля.



Наглядность

Рисунок делает связь между формулой и изменением переменной понятной. Ученик видит, как меняется линия или парабола при разных значениях x .



Основа для новых тем

Умение читать координаты, находить пересечения и сравнивать графики становится базой для дальнейшего изучения функций, систем и более сложных уравнений.

**График
показывает
не только
ответ,
но и смысл
уравнения**

Графическое решение помогает увидеть корень, число ответов и связь между формулой и рисунком на плоскости. Это делает уравнение понятным и запоминающимся.