



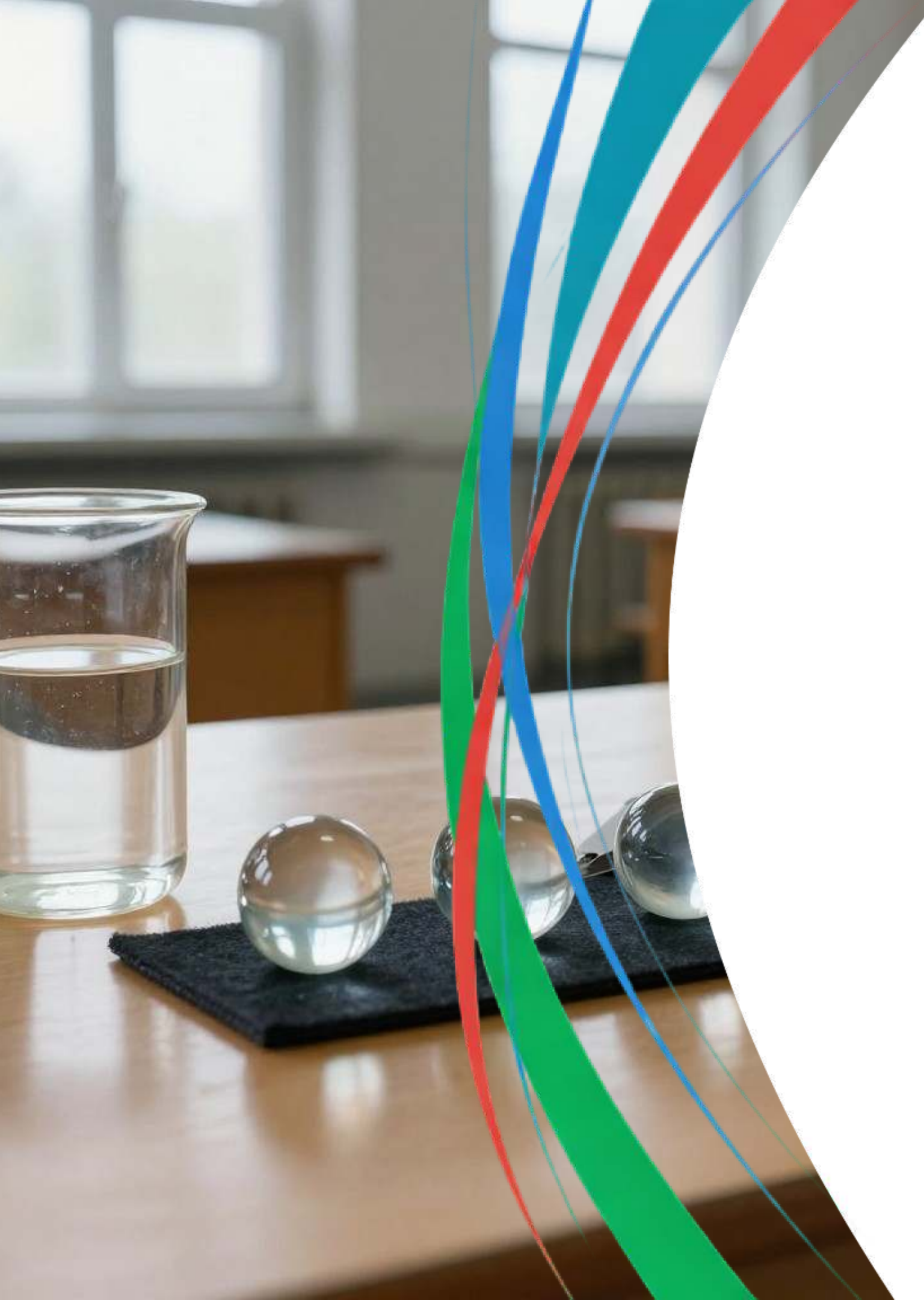
Абсолютная и относительная погрешность в алгебре: как оценивать точность чисел

Как понять, насколько точен результат?

Зачем в 7 классе знать о погрешности

- При вычислениях и измерениях ответ не всегда бывает точным. Умение оценивать погрешность помогает проверять разумность результата, сравнивать числа и аккуратно записывать приближённые значения.





Истинное, измеренное и приближённое значение

Истинное значение

Это значение величины без ошибки, но в реальных задачах оно обычно неизвестно. Именно с ним сравнивают любой результат, чтобы понять, насколько он точен.

Измеренное значение

Так называют число, полученное при измерении прибором или в ходе вычислений. Оно удобно для работы, но почти всегда отличается от точного значения хотя бы немного.

Приближённое значение

Это значение, которое близко к истинному, но не совпадает с ним полностью. Чем меньше отличие, тем выше точность результата и тем надёжнее вывод.

Разная точность

Для одной и той же величины можно получить несколько приближённых значений. Они будут различаться по точности, поэтому важно не только число, но и его возможная ошибка.

Абсолютная погрешность: формула и единицы измерения

Формула

Абсолютную погрешность находят по формуле $\Delta x = |x_{\text{изм}} - x_{\text{ист}}|$. Модуль нужен потому, что ошибка не может быть отрицательной.

Что показывает

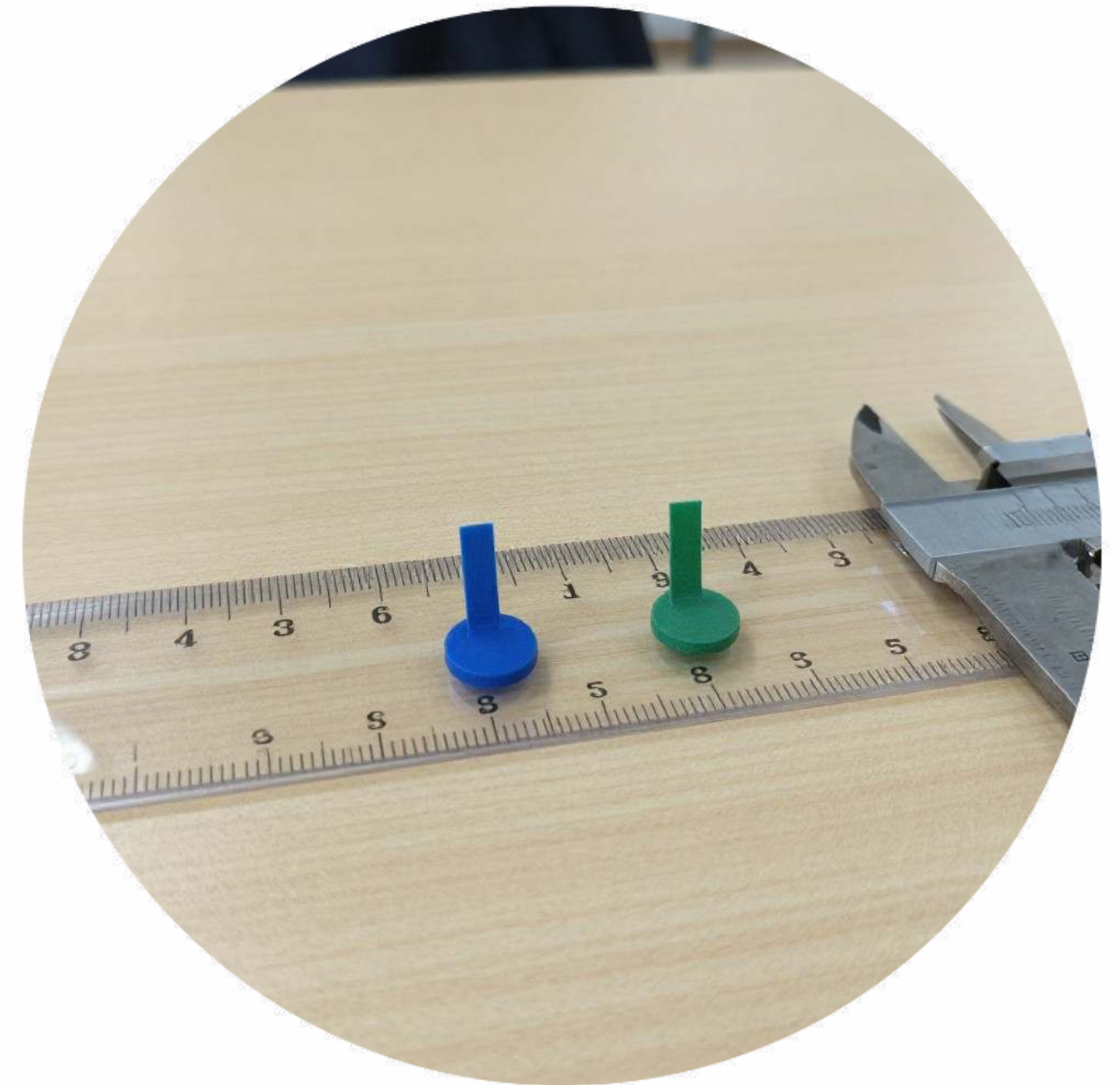
Она показывает, на сколько измеренное или округлённое значение отличается от точного. Это самый прямой способ увидеть размер ошибки в задаче.

Единицы

Абсолютная погрешность измеряется в тех же единицах, что и сама величина: сантиметрах, килограммах, секундах, градусах и других.

Простой смысл

Если линейка дала результат 12,4 см, а точное значение оказалось 12,0 см, то ошибка равна 0,4 см. Это обычная разница в выбранных единицах.



Сравнение абсолютных погрешностей в разных измерениях

Одинаковая ошибка в миллиметрах или сантиметрах может по-разному влиять на результат, если сами величины сильно отличаются.

По одной абсолютной погрешности нельзя судить о точности: важно сравнивать её с размером самой величины.



Учебный пример для сравнения абсолютной погрешности

Как находят абсолютную погрешность в школьных задачах



1

Если известно точное число

Когда точное значение известно, абсолютную погрешность находят как модуль разности между измеренным и точным числом. Так получают конкретный размер ошибки без лишних предположений.

2

Если точное число неизвестно

В практических измерениях точное значение часто недоступно, поэтому ориентируются на цену деления прибора. Это позволяет разумно оценить возможную ошибку результата.

3

Линейка и деления

Для линейки с делением 1 мм часто принимают погрешность около 0,5 мм. Это связано с тем, что глаз не всегда различает меньший промежуток.

4

Другие приборы

Для секундомера, термометра или весов оценка зависит от шкалы, устройства прибора и способа измерения. Поэтому одинаковое правило подходит не всегда.

Примеры абсолютной погрешности

В таблице показано, как отличается измеренный результат от точного значения и как это выражается в исходных единицах.

Абсолютная погрешность всегда показывает размер ошибки в тех же единицах, что и сама величина.

Измерение	Результат	Точное	Погрешность
Длина	12,4 см	12,0 см	0,4 см
Масса	5,08 кг	5,00 кг	0,08 кг
Время	9,6 с	10,0 с	0,4 с

Школьный учебный пример

Относительная погрешность: что она показывает

1

Смысл отношения

Относительная погрешность показывает, какую часть от самой величины составляет ошибка. Поэтому она помогает понять не только размер ошибки, но и её значимость.

2

Основная формула

Её находят по формуле $\delta = \Delta x / x$, где Δx — абсолютная погрешность, а x — измеренное или принятое значение. Это отношение, а не разность.

3

В процентах

Если нужно, результат умножают на 100%: $\delta\% = \Delta x / x \times 100\%$. Проценты делают запись понятной и удобной для сравнения.

4

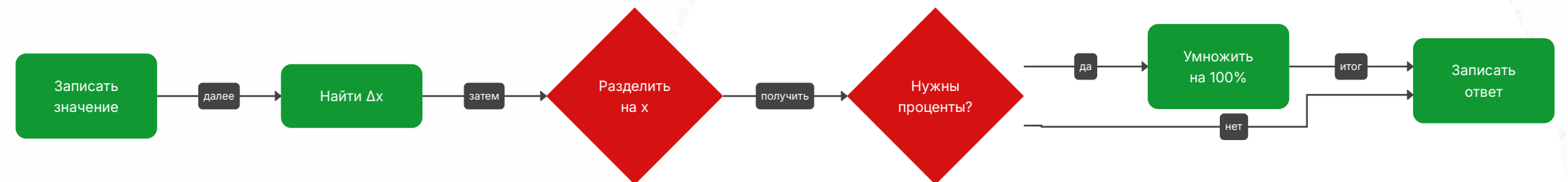
Зачем нужна

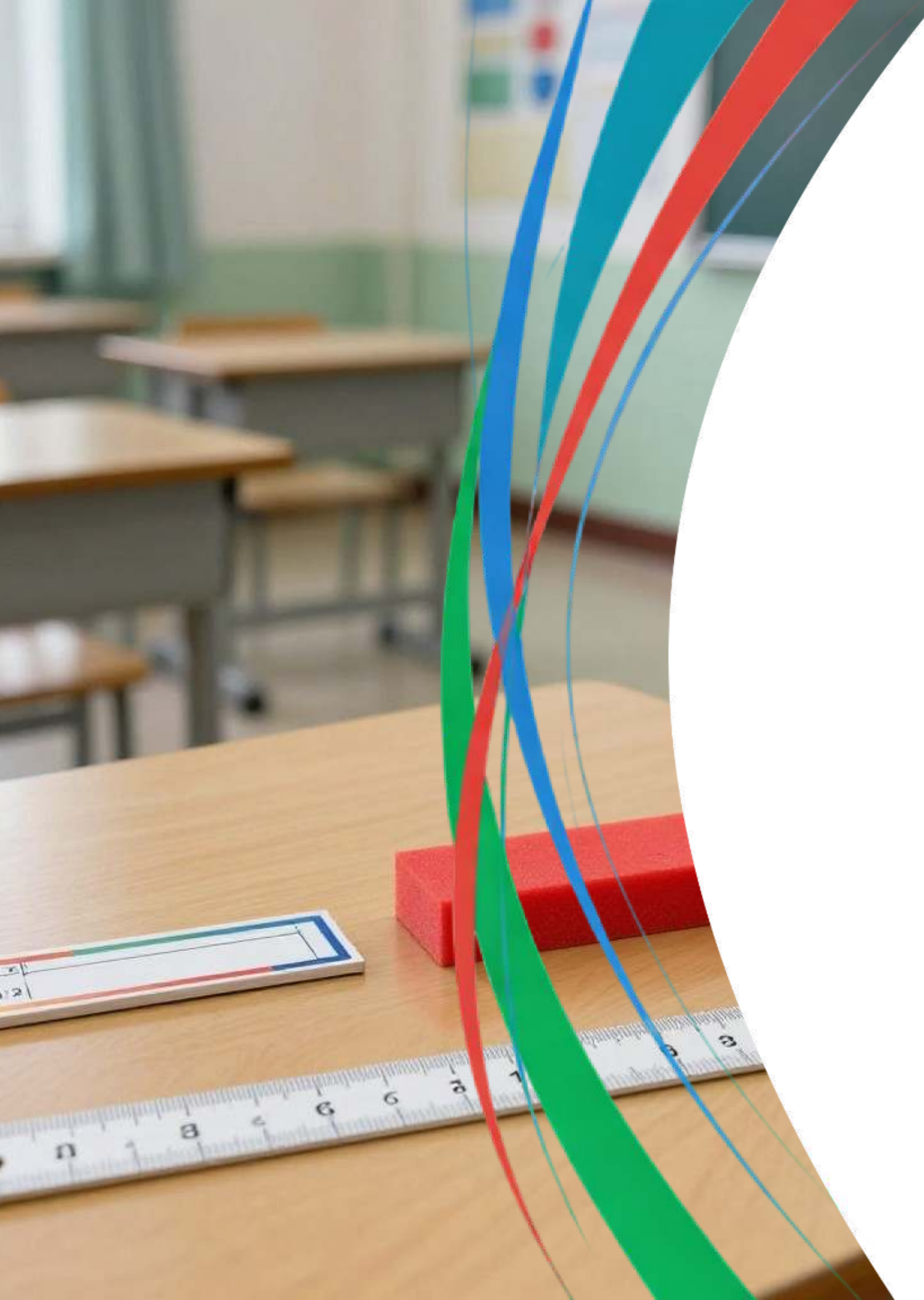
Относительная погрешность особенно полезна, когда сравнивают измерения разных размеров. Тогда одинаковая ошибка может оказаться и маленькой, и очень заметной.



Как вычислить относительную погрешность

Последовательность действий при работе с измерением и его ошибкой





Почему проценты удобны при оценке ошибки

Легко понимать

Проценты сразу показывают, насколько велика ошибка по отношению к самой величине. Запись 2% понятна быстрее, чем десятичная дробь 0,02.

Удобно сравнивать

Процентная запись помогает сравнивать точность разных измерений, даже если сами числа сильно отличаются по размеру. Это особенно важно в задачах с разными масштабами.

Одинаковая ошибка — разный смысл

Ошибка 1 см на отрезке 10 см заметна гораздо сильнее, чем та же ошибка на отрезке 10 м. Проценты хорошо показывают эту разницу.

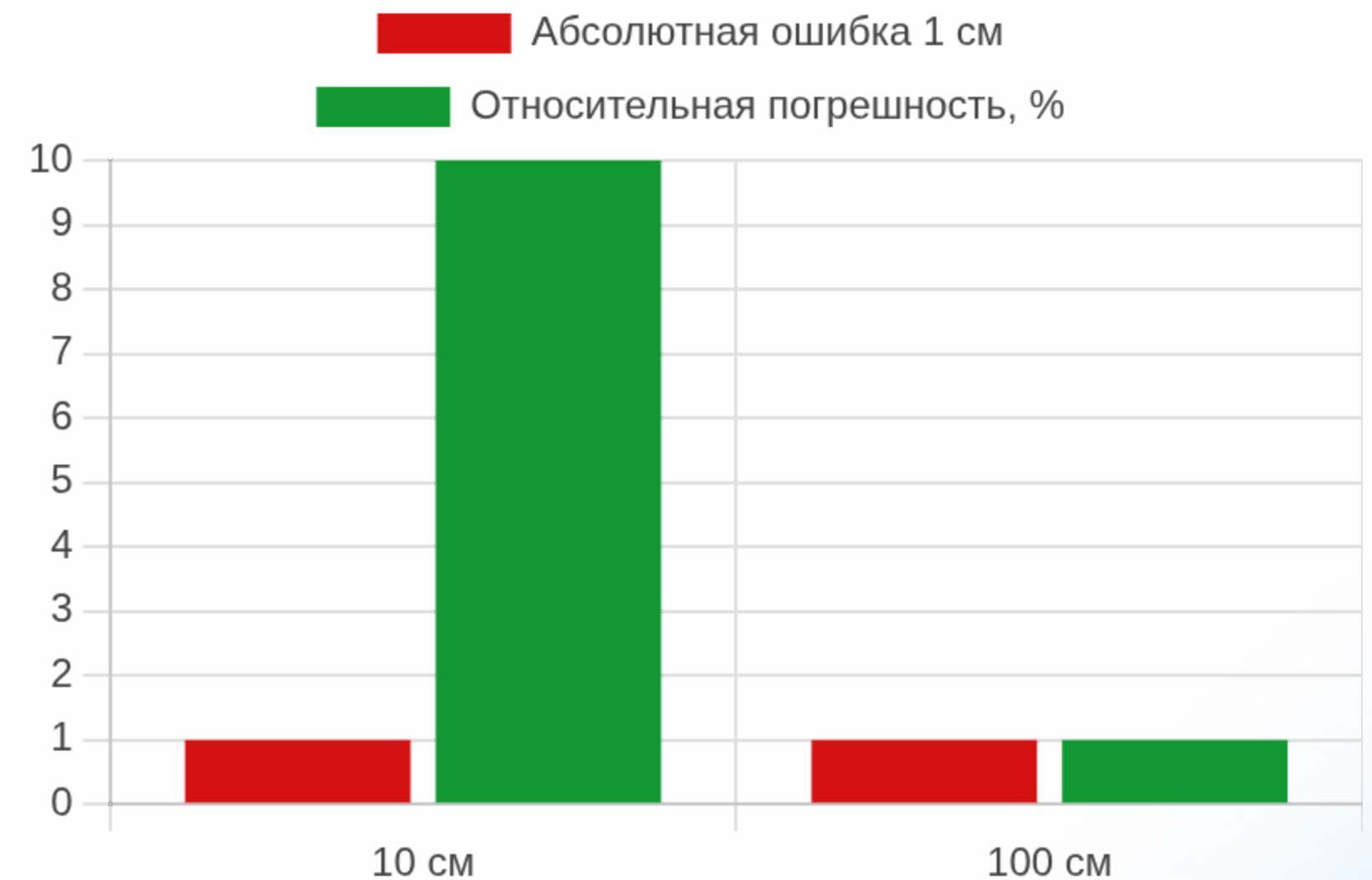
Практическая польза

В жизни процентная оценка ошибки помогает быстрее понять, можно ли доверять результату измерения и насколько он близок к ожидаемому значению.

Одна и та же абсолютная ошибка — разная точность

При одинаковой ошибке важно сравнить её с самой величиной: так видно, насколько результат близок к истинному значению.

Абсолютная ошибка одинакова, но относительная точность заметно различается: 1 см на 10 см — это гораздо существеннее, чем 1 см на 100 см.



Школьный пример сравнения абсолютной и относительной погрешности

Цена деления прибора и точность измерения



Меньше деление — точнее результат

Если шкала прибора разделена мельче, легче заметить небольшое изменение величины. Поэтому линейка с делением 1 мм обычно даёт более точный ответ, чем линейка с делением 1 см.



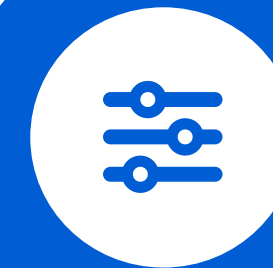
Важно правильно смотреть на шкалу

Даже хороший прибор не поможет, если смотреть на деления под углом или неверно считывать отметку. Положение глаза при измерении влияет на точность не меньше, чем сама шкала.



Аккуратная запись результата

Результат нужно записывать так, чтобы он соответствовал возможностям прибора. Лишние знаки после запятой создают видимость большей точности, чем есть на самом деле.



Условия тоже влияют

На измерение могут повлиять освещение, дрожание руки, движение предмета и неровная поверхность. Поэтому точность определяется не только прибором, но и тем, как именно проводится измерение.

Приборы и примерная абсолютная погрешность

Прибор	Цена деления	Погрешность
Линейка	1 мм	0,5 мм
Секундомер	0,1 с	0,05 с
Термометр	1 °С	0,5 °С

Во многих школьных задачах погрешность прибора оценивают как половину цены деления.

Чем меньше цена деления, тем меньше обычно и примерная абсолютная погрешность. Для простых школьных измерений часто используют правило половины деления.

Почему появляются погрешности

Неточность прибора

У любого прибора есть предел точности: шкала не бесконечно подробная, а значит, маленькие изменения величины могут быть не видны или считываются приближённо.

Условия измерения

Плохое освещение, вибрация, неровная поверхность или движение предмета делают измерение менее устойчивым. В похожих условиях два одинаковых опыта могут дать разные ответы.

Округление чисел

Когда число записывают короче, часть информации теряется. Округление помогает сделать запись удобной, но одновременно вводит небольшое отличие от исходного значения.

Разные способы измерения

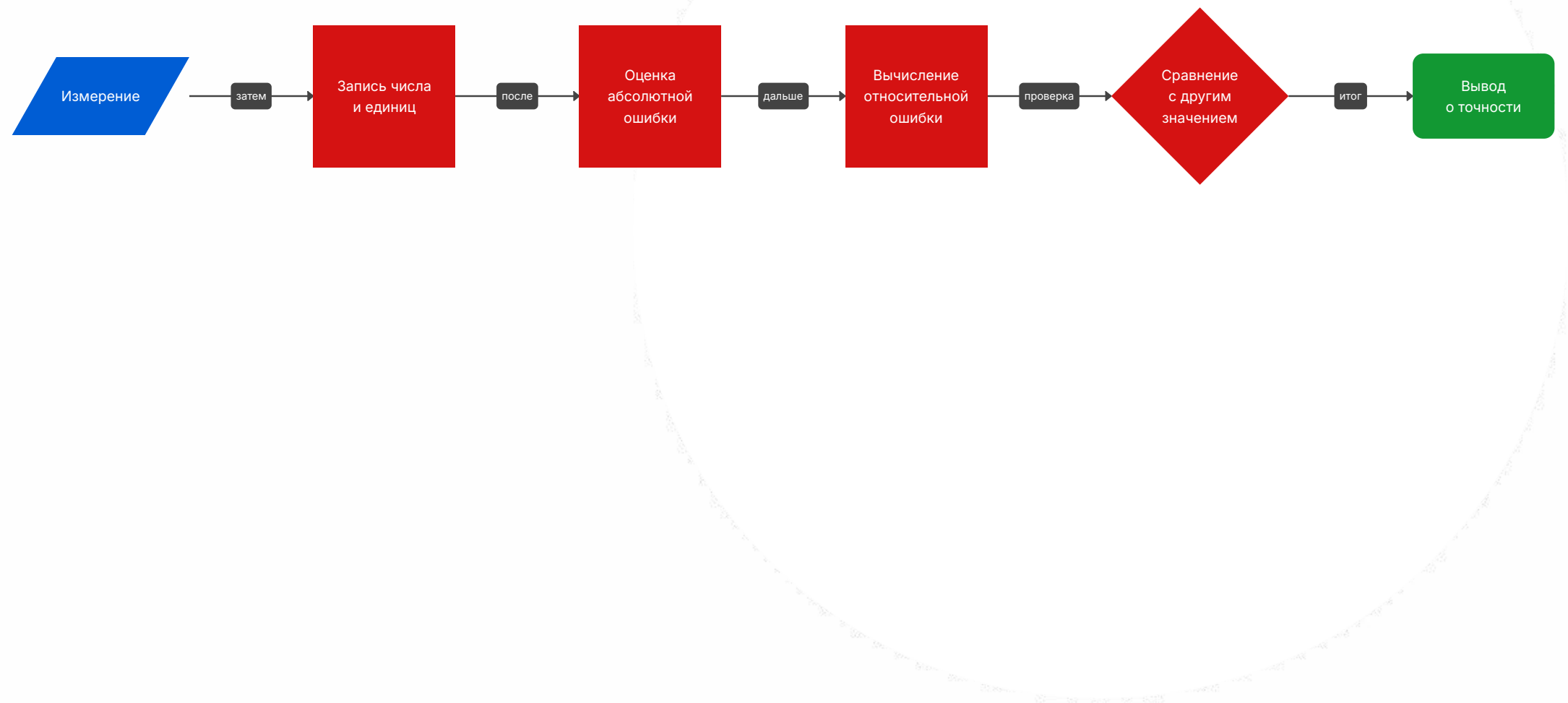
Даже одну и ту же величину можно измерять по-разному. Из-за этого результаты немного отличаются, поэтому вместе с числом важно учитывать возможную ошибку.

Ошибка при считывании

Если деление шкалы прочитано неверно или взгляд был расположен не прямо, результат может немного сместиться. Такие ошибки часто появляются даже при аккуратной работе.

Проверка результата измерения

Последовательность шагов
помогает отделить само
число от оценки его точности.



Как записать результат правильно



1

Указать значение и единицы

Сначала записывают само измеренное число, а затем единицы измерения. Без единиц ответ считается неполным, потому что становится непонятно, что именно измеряли: длину, массу, время или температуру.

2

Добавить погрешность

Рядом с результатом ставят знак $\pm$ и указывают возможную ошибку. Такая запись показывает не только найденное значение, но и диапазон, в котором может находиться истинное.

3

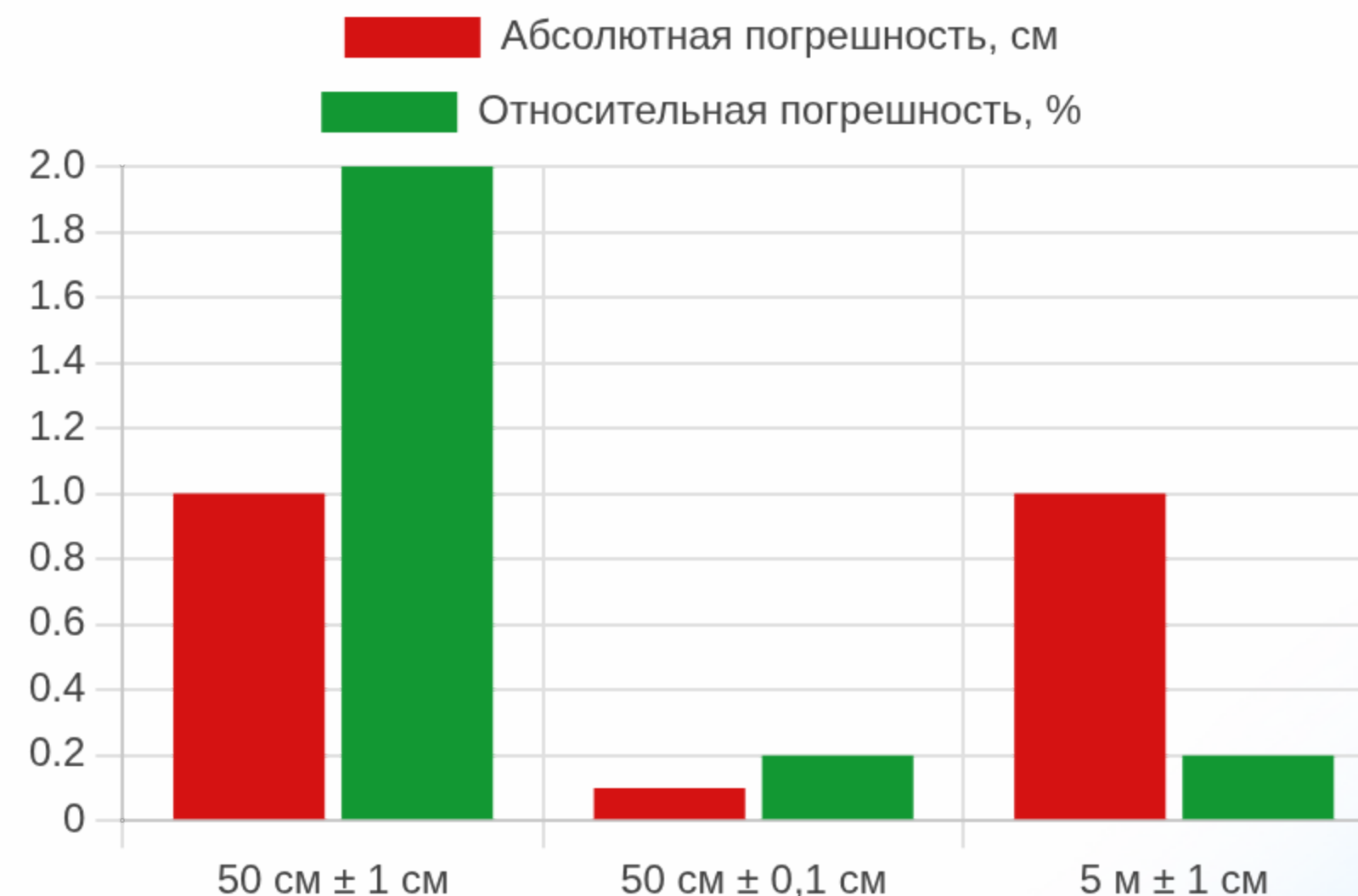
Соблюдать точность записи

Число округляют так, чтобы оно соответствовало возможностям прибора и выбранной погрешности. Нельзя писать больше знаков после запятой, чем позволяет измерение.

Когда один результат точнее другого

Одинаковая абсолютная ошибка может означать разную точность, если сами величины отличаются по размеру.

Запись $50 \text{ см} \pm 0,1 \text{ см}$ заметно точнее, чем $50 \text{ см} \pm 1 \text{ см}$. Для $5 \text{ м} \pm 1 \text{ см}$ относительная ошибка уже мала.



Школьный пример сравнения точности результатов

Типичные ошибки при работе с погрешностью



Путают виды погрешности

Иногда абсолютную погрешность принимают за относительную или наоборот. Из-за этого вывод о точности получается неверным, хотя сама формула может быть записана правильно.



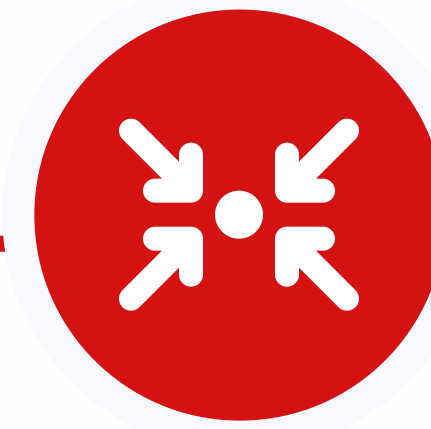
Неверно переводят в проценты

Чтобы получить проценты, нужно умножить отношение на 100. Если забыть этот шаг, ответ будет в 100 раз меньше и не покажет настоящую относительную погрешность.



Пропускают единицы

Число без единиц измерения трудно понять и сравнить с другими результатами. Такая запись особенно опасна, когда величины имеют похожие значения, но разные единицы.



Неправильно округляют

Если записать результат слишком точно, он создаёт ложное впечатление о качестве измерения. Округление должно соответствовать точности прибора, а не желанию получить красивое число.



Подставляют не те числа

В формулу иногда подставляют не измеренное значение, а точное или, наоборот, перепутывают разность и отношение. Тогда ответ меняется сильно и уже не отражает реальную ошибку.

Где точность нужна по-разному

Кухня

В рецептах небольшое отклонение обычно допустимо: немного больше или меньше ингредиента редко портит результат. Здесь важнее удобство и общий вкус, чем абсолютная точность до грамма.

Спорт

В спорте точность помогает честно измерять время, дистанцию и результат. Даже небольшая ошибка может повлиять на сравнение участников, поэтому приборы и запись должны быть аккуратными.

Лаборатория и медицина

В научных опытах и медицине допустимая ошибка намного меньше. Здесь точность влияет на выводы, диагнозы и безопасность, поэтому к измерениям предъявляют более строгие требования.

Вывод для жизни

Одна и та же погрешность может быть незначительной в одной ситуации и недопустимой в другой. Значение ошибки всегда оценивают с учётом цели измерения.

Две погрешности – один надёжный ответ

Абсолютная и относительная погрешность работают вместе: одна показывает размер ошибки, а другая — её значимость.

Если учитывать обе, можно точнее оценивать результаты и увереннее работать с числами.