



Умножение и деление обыкновенной дроби на натуральное число

Дроби и числа: как вычислять быстро и понятно

Где дроби встречаются в жизни школьника

Дроби помогают делить пиццу, измерять время, отмерять продукты и материалы. Натуральное число показывает, сколько раз берут одну часть или на сколько частей делят целое.



Что показывает обыкновенная дробь

Числитель показывает, сколько частей взяли. Знаменатель показывает, на сколько равных частей разделили целое.

В дроби $\frac{3}{5}$ взято три части из пяти. Значит, перед нами часть одного целого, выраженная точно и наглядно.

При действиях с натуральным числом меняется либо число одинаковых частей, либо размер одной части. Поэтому важно понимать смысл дроби, а не только правило вычисления.

Наглядный смысл умножения дроби на натуральное число

Одна и та же часть повторяется

Если взять $\frac{1}{4}$ три раза, получится $\frac{3}{4}$. Это значит, что одна и та же доля повторяется несколько раз подряд, без изменения её размера.

Части складываются в целое

Если взять $\frac{2}{5}$ четыре раза, получится $\frac{8}{5}$. На рисунках видно, как одинаковые части постепенно складываются в одно или несколько целых.



Правило умножения дроби на натуральное число

Пример	Ответ
$\frac{2}{7} \times 3$	$\frac{6}{7}$
$\frac{3}{8} \times 4$	$\frac{12}{8} = \frac{3}{2}$
$\frac{5}{6} \times 2$	$\frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

Примеры составлены по правилу умножения обыкновенной дроби на натуральное число.

Примеры показывают одно и то же правило: умножаем числитель, знаменатель не меняем, а при необходимости сокращаем результат.

Во всех случаях число одинаковых частей увеличивается, поэтому меняется только числитель. Сокращение делает ответ короче и удобнее.

Почему при умножении меняется только числитель



Повторение одной доли

Умножение дроби на натуральное число означает, что одну и ту же долю берут несколько раз. Поэтому растёт количество частей, а их размер остаётся прежним.



Знаменатель сохраняется

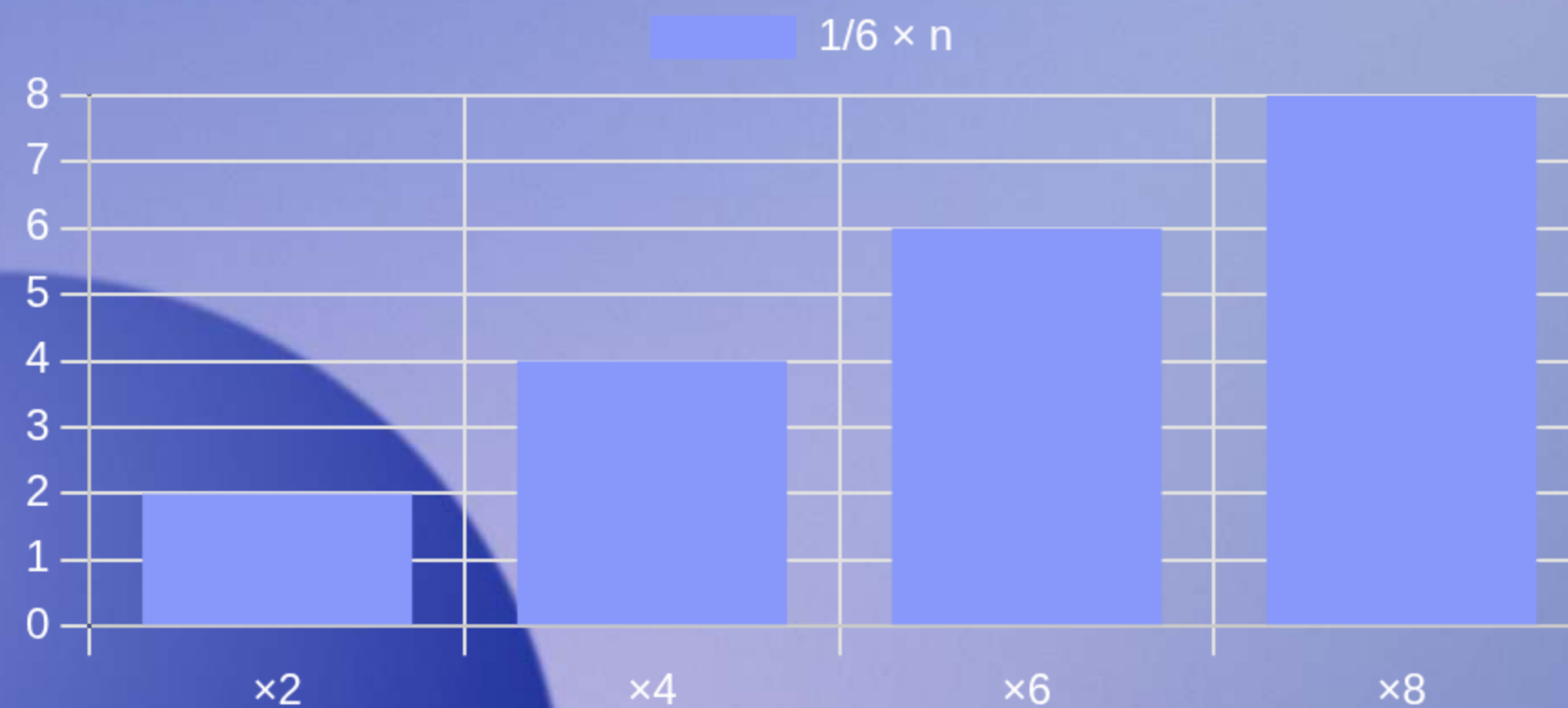
Знаменатель показывает, на сколько равных частей разделено целое. При умножении этот размер не меняется, значит, знаменатель остаётся без изменений.



Числитель увеличивается

Если взять 4 раза по $\frac{2}{7}$, получится $\frac{8}{7}$. Количество частей увеличилось, поэтому увеличился числитель, а само деление целого осталось тем же.

Как растёт числитель при увеличении множителя



Учебные примеры для 5 класса, составленные по правилу умножения дроби на натуральное число.

Во всех примерах знаменатель остаётся равным 6, поэтому удобно сравнивать только числители и видеть изменение результата.

Чем больше множитель, тем больше числитель. При фиксированном знаменателе результат зависит только от количества повторений одной доли.

Сокращение дроби после умножения

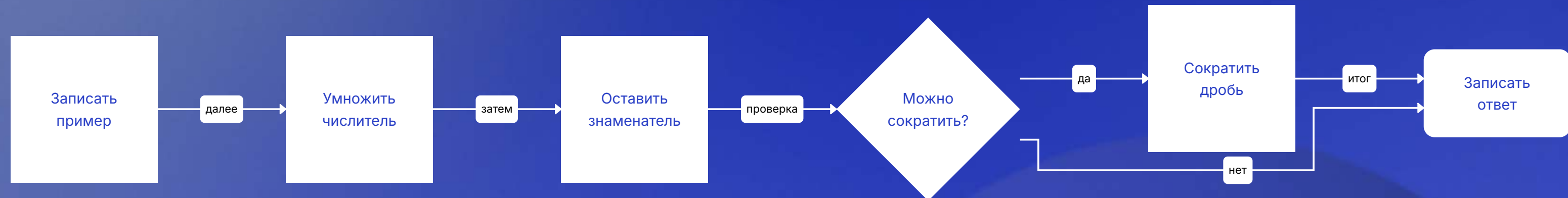
После умножения дробь не всегда записана в самом простом виде. Например, $6/8$ можно сократить до $3/4$, не меняя значения дроби.

Сокращение помогает увидеть тот же результат в более удобной записи. Так, $10/12$ превращается в $5/6$, а $8/14$ — в $4/7$.

Чтобы сократить дробь, нужно заметить общий делитель числителя и знаменателя. Это полезный навык, который делает вычисления аккуратнее и короче.

Алгоритм умножения дроби на натуральное число

Последовательность действий при вычислении и проверке результата



Наглядный смысл деления дроби на натуральное число

- Если $\frac{1}{2}$ разделить на 2, получится $\frac{1}{4}$. Значит, одна половина делится на две равные части, и каждая часть становится меньше вдвое.

- Если $\frac{3}{4}$ разделить на 3, получится $\frac{1}{4}$. На полоске или круге видно, как одна доля дополнительно делится на равные куски, поэтому знаменатель увеличивается.



Правило деления дроби на натуральное число

Пример	Вычисление	Ответ
$1/2 \div 2$	$1/2 \times 1/2$	$1/4$
$3/5 \div 3$	$3/5 \times 1/3$	$1/5$
$4/7 \div 4$	$4/7 \times 1/4$	$1/7$

Учебные примеры по теме «Умножение и деление обыкновенной дроби на натуральное число».

Примеры показывают, как меняется дробь при делении на натуральное число и к какому виду можно привести ответ после сокращения.

При делении дроби на число каждая часть становится меньше, а результат удобно понимать как умножение на $1/n$.

Почему деление связано с увеличением знаменателя

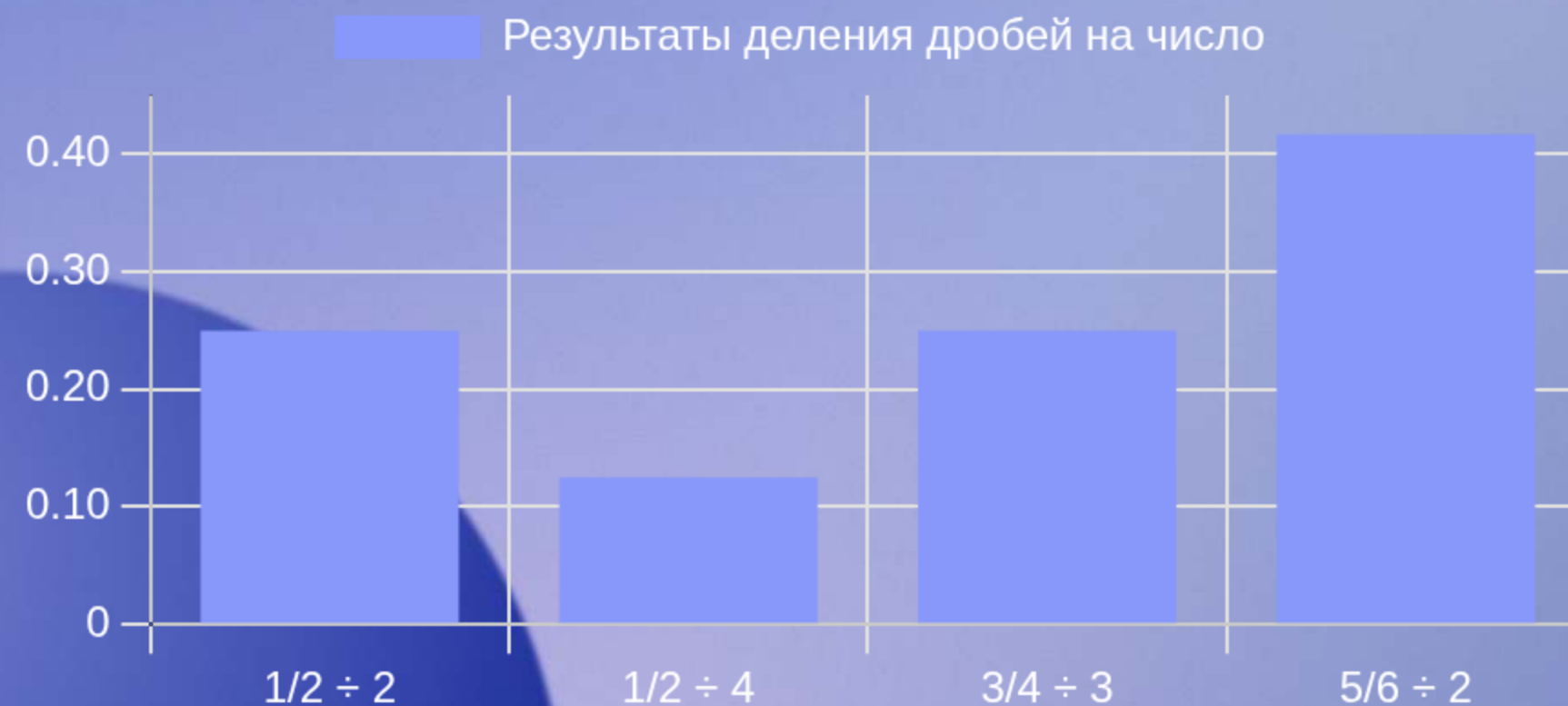
Одна и та же доля делится на несколько равных частей, поэтому каждая новая часть становится меньше, чем исходная. Это хорошо видно на примере одной трети, разделённой на две части.

Если дробь $\frac{2}{5}$ разделить на 4, нужно разрезать каждую пятую долю ещё на четыре равные части. В записи появляется знаменатель 20, а затем дробь можно сократить до $\frac{1}{10}$.

Знаменатель показывает, на сколько равных частей разделено целое. Когда частей становится больше, каждая из них меньше по размеру, поэтому именно знаменатель изменяется при делении дроби на натуральное число.

Такой способ вычисления позволяет быстро находить ответ без длинных рассуждений: достаточно понять, сколько раз делится одна доля, и применить правило к знаменателю.

Сравнение результатов деления дробей на число



Учебные примеры по теме, составлены для иллюстрации правила; дата не требуется.

На диаграмме сопоставлены результаты для дробей разной величины. Видно, что наибольшее деление даёт самый маленький результат.

Чем больше делитель, тем меньше каждая часть. Значит, результат деления дроби на натуральное число уменьшается быстрее при большем делителе.

Частые ошибки при умножении и делении дробей



Меняют две части сразу

При умножении на натуральное число ошибочно изменяют и числитель, и знаменатель. На самом деле меняется только числитель, потому что увеличивается количество одинаковых частей, а их размер остаётся прежним.



Делят числитель и знаменатель отдельно

При делении дроби на число нельзя делить числитель и знаменатель как обычные числа по отдельности. Правило связано с делением одной доли на равные части или с умножением на обратное число.



Не сокращают результат

После вычисления ученики иногда оставляют дробь в неудобном виде. Если числитель и знаменатель делятся на одно и то же число, ответ нужно сократить и записать в более простой форме.



Путают действие по смыслу

Иногда выбирают умножение вместо деления или наоборот. Чтобы не ошибиться, важно сначала понять условие: берут одну и ту же часть несколько раз или, наоборот, делят её на равные доли.

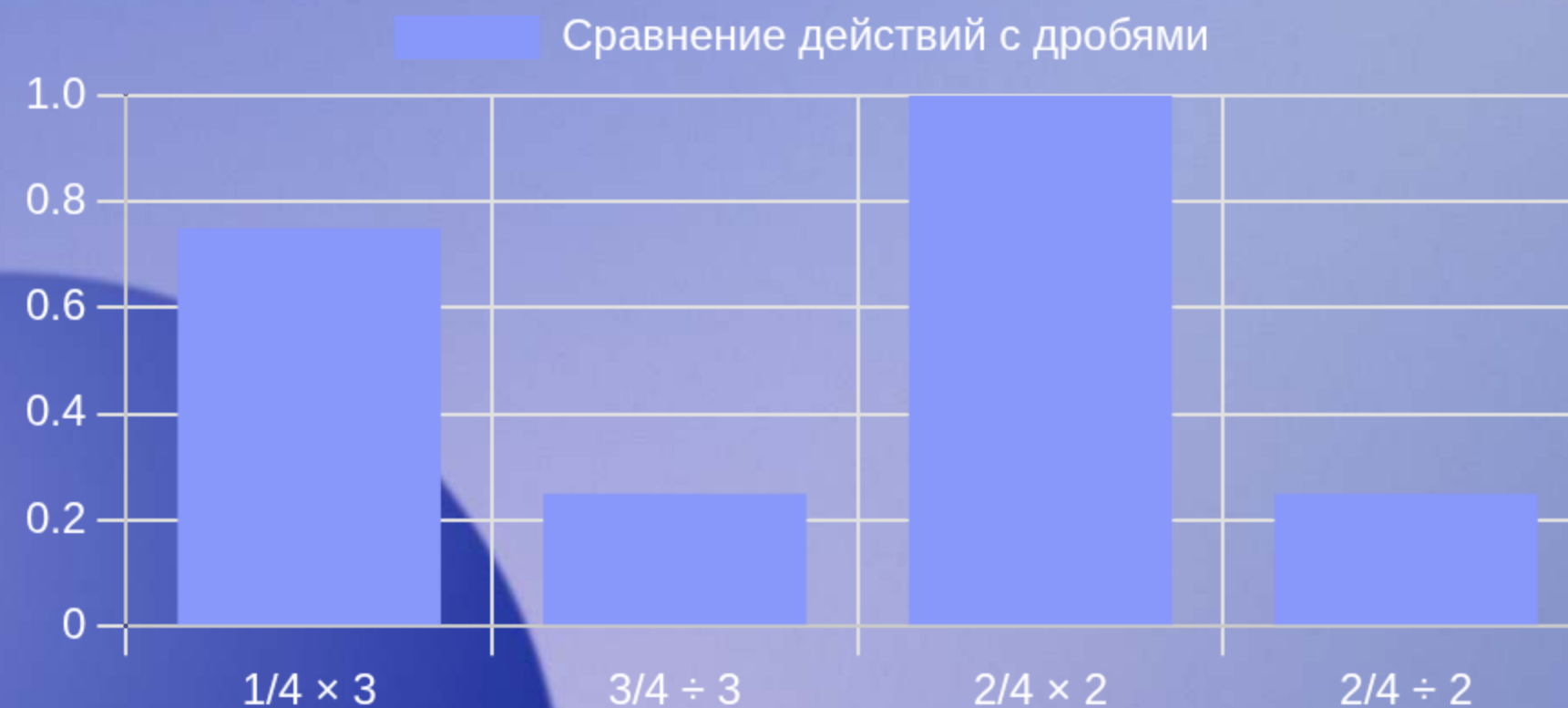
2

**действия помогают быстро
проверить решение на каждом шаге.**

Сначала выполните вычисление, затем примените обратное действие: так легче заметить ошибку в числе частей или в сокращении дроби.

Правило проверки по обратному действию в арифметике дробей.

Сравнение умножения и деления на одних и тех же дробях



Учебные примеры по теме; дата не требуется.

Одни и те же дроби по-разному меняются при двух действиях: в одном случае число одинаковых частей возрастает, в другом — каждая часть становится меньше.

Умножение на натуральное число увеличивает результат, а деление уменьшает его. Эти действия удобно рассматривать как взаимно обратные.

Задачи из жизни и математики

Рецепт для домашней выпечки

Для теста нужно взять треть стакана сахара два раза. В итоге получается две трети стакана, и можно сразу увидеть, как работает умножение дроби на натуральное число. Такие расчёты помогают точно соблюдать рецепт и не ошибиться с количеством ингредиентов.

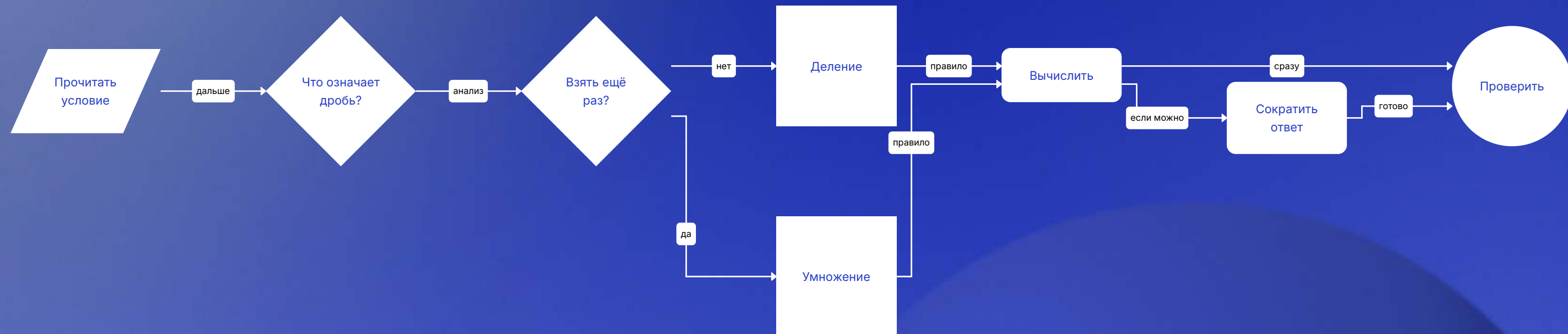
Лента для поделки

Участок ленты длиной три четверти метра нужно разделить на три одинаковые части. Каждая часть будет равна одной четверти метра. В такой задаче удобно представить ленту как отрезок, который делится на равные куски для работы на уроке технологии.



Как решать текстовые задачи с дробями

Последовательность действий помогает выбрать правильную операцию и получить проверяемый ответ.



Тренировочные примеры с ответами

Пример	Вычисление	Ответ
$2/9 \times 3$	$6/9$	$2/3$
$5/8 \times 2$	$10/8$	$5/4$
$3/7 \div 3$	$1/7$	$1/7$
$4/5 \div 4$	$1/5$	$1/5$

В таблице собраны задания на оба действия. Они помогают закрепить правило и проверить умение сокращать дробь после вычисления.

При умножении растёт числитель, при делении увеличивается знаменатель. Дополнительная проверка — сокращение дроби до окончательного ответа.

Учебные тренировочные примеры по теме, составлены для закрепления правила.

Главные выводы урока

Сегодня мы увидели, что дроби подчиняются чётким правилам: умножение увеличивает количество одинаковых частей, а деление дроби на число делает каждую часть меньше. Эти знания легко применять в задачах и в жизни.