

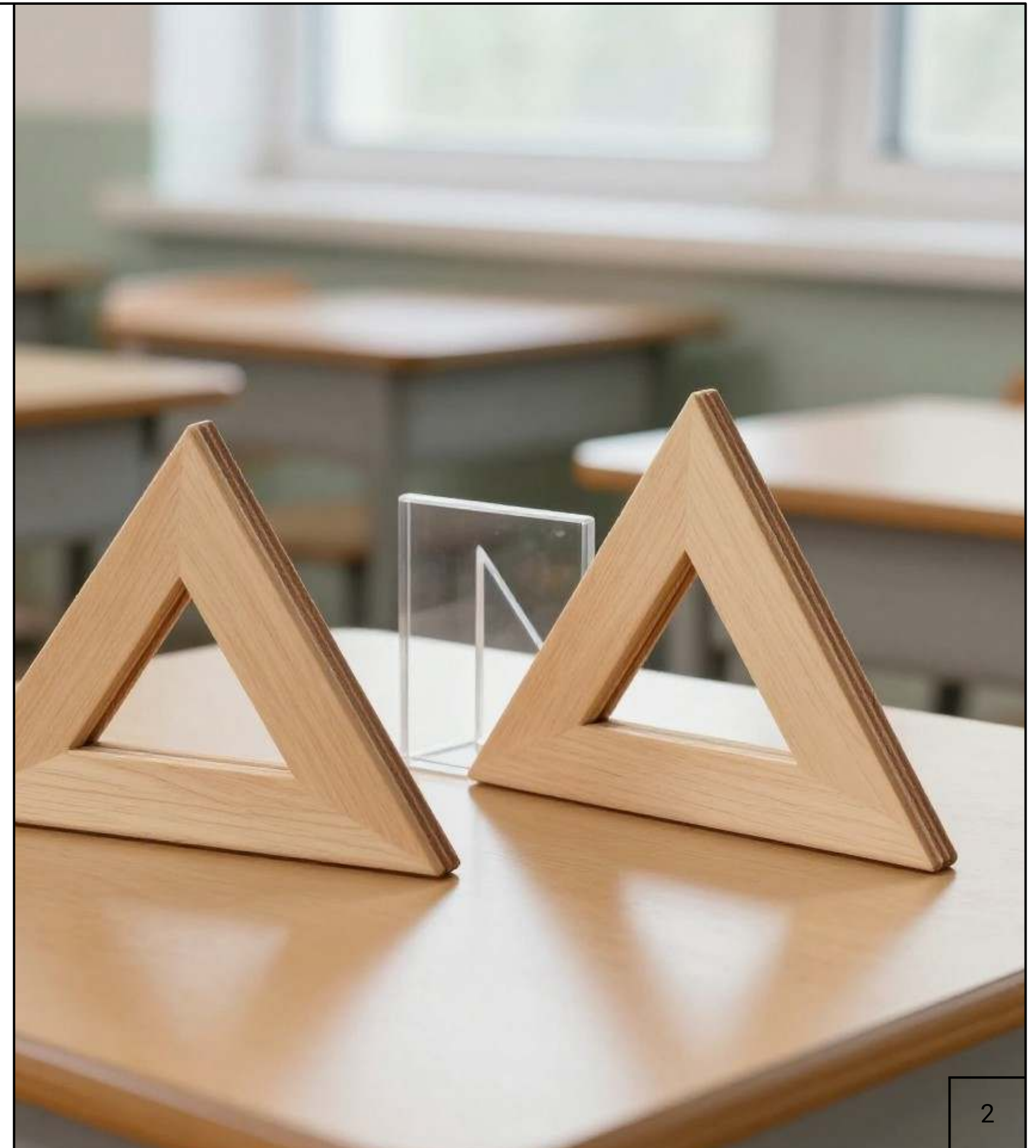
Два признака равенства прямоугольных треугольников и точки угла, равноудалённые от его сторон

Два ключевых факта геометрии: признаки
равенства и биссектриса угла.



Почему эти темы изучают вместе

Обе темы помогают сравнивать фигуры точно и без лишних вычислений. В прямоугольных треугольниках важны стороны и угол 90° , а для точки угла — перпендикулярные расстояния до сторон и биссектриса.



Что называют прямоугольным треугольником

Угол, который задаёт всю фигуру

Прямоугольный треугольник узнают по одному углу в 90° . Именно он задаёт особое положение сторон и делает чертёж наглядным: сразу видно, где можно использовать перпендикуляры и равенства отрезков.



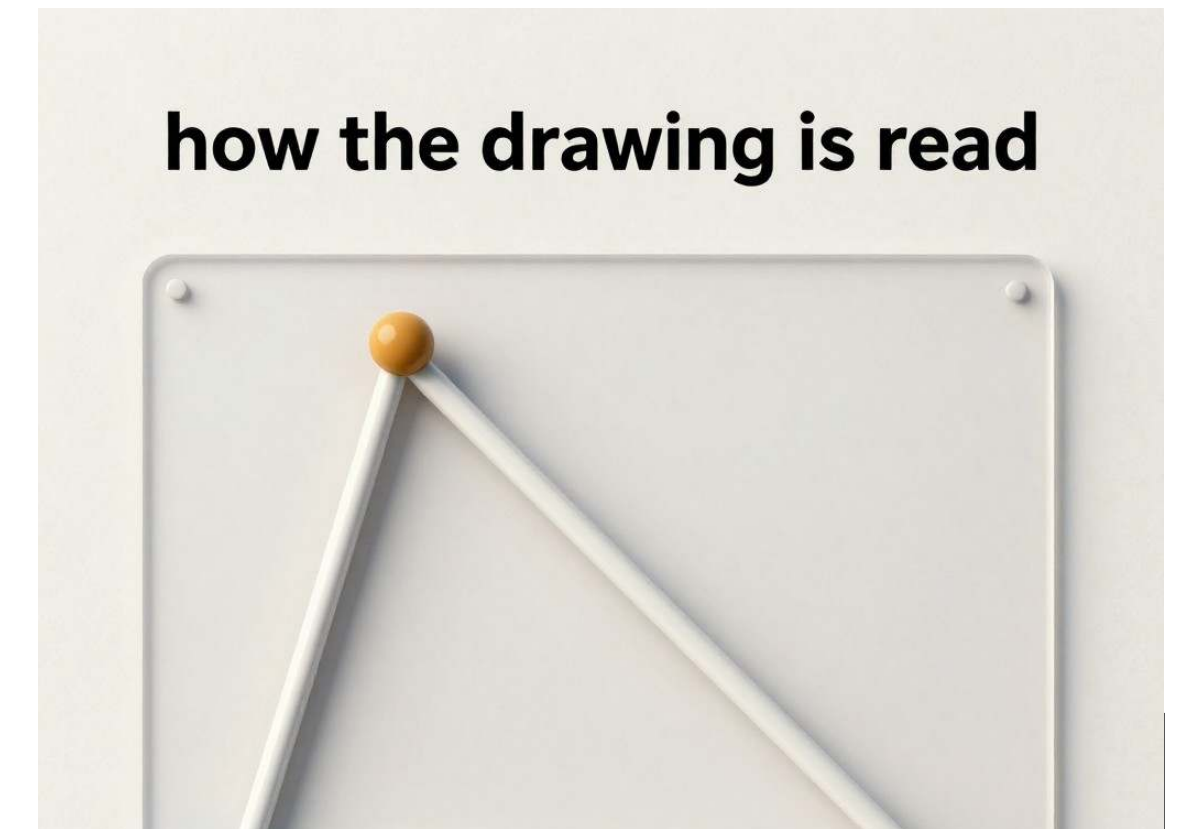
Катеты и гипотенуза

Две стороны, образующие прямой угол, называют катетами. Сторона напротив прямого угла — гипотенуза, она всегда самая длинная. На рисунке эти элементы удобно помечать разными обозначениями и штрихами.



Как читается чертёж

В задачах вершины треугольника подписывают буквами, а прямой угол отмечают маленьким квадратом. Такие условные знаки помогают быстро понять, какие стороны сравнивают и какой признак равенства можно применить.



1

**прямой угол уже известен,
поэтому для сравнения нужно
меньше данных**

Определение прямоугольного треугольника

В прямоугольном треугольнике один угол заранее равен 90° , и это сокращает набор условий для доказательства равенства.

Признаки равенства прямоугольных треугольников

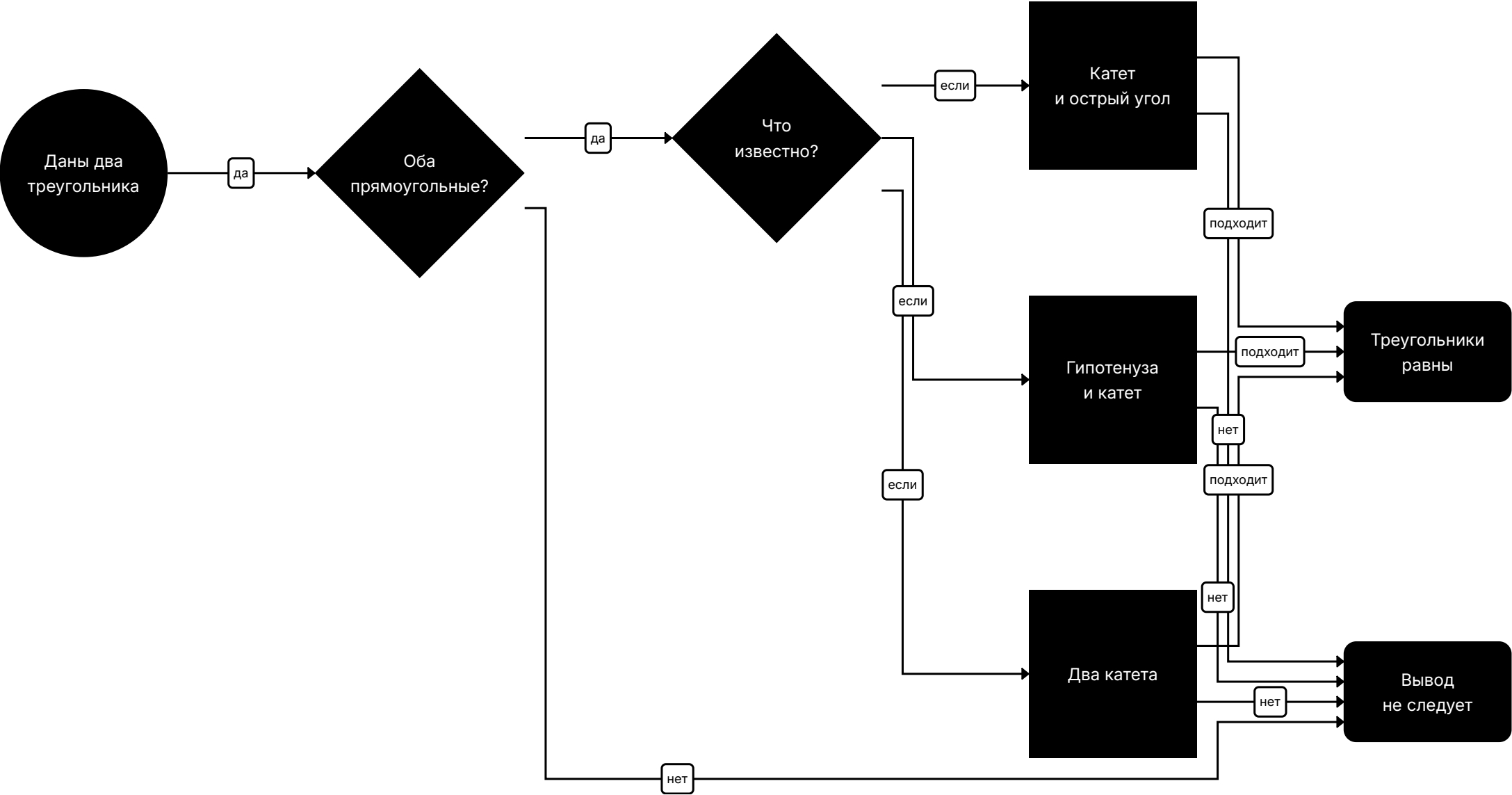
Признак	Что известно	Вывод
Гипотенуза и катет	2 элемента	Треугольники равны
Два катета	2 элемента	Треугольники равны
Катет и острый угол	2 элемента	Треугольники равны

Сравните, какие элементы нужно знать в каждом признаке и к какому выводу это приводит.

Если один из данных элементов связан с прямым углом, равенство можно установить по двум признакам сразу.

Как проверяют равенство прямоугольных треугольников

Последовательность рассуждений при применении признаков равенства



Второй признак равенства прямоугольных треугольников

1

Сторона и прилежащий угол

Если у двух прямоугольных треугольников равны один катет и прилежащий к нему острый угол, то форма треугольников полностью определяется. Этого достаточно, чтобы сделать вывод об их равенстве.

2

Где он особенно полезен

Такой признак часто встречается в задачах, где дана длина отрезка и направление наклона стороны. Тогда по углу и одной стороне можно восстановить второй треугольник без дополнительных измерений.

3

Что получают в итоге

После доказательства равенства автоматически становятся равными соответствующие стороны и углы. Это помогает находить неизвестные отрезки, проверять построения и переходить к следующим шагам решения.

Третий признак: равенство по двум катетам

Два катета задают треугольник

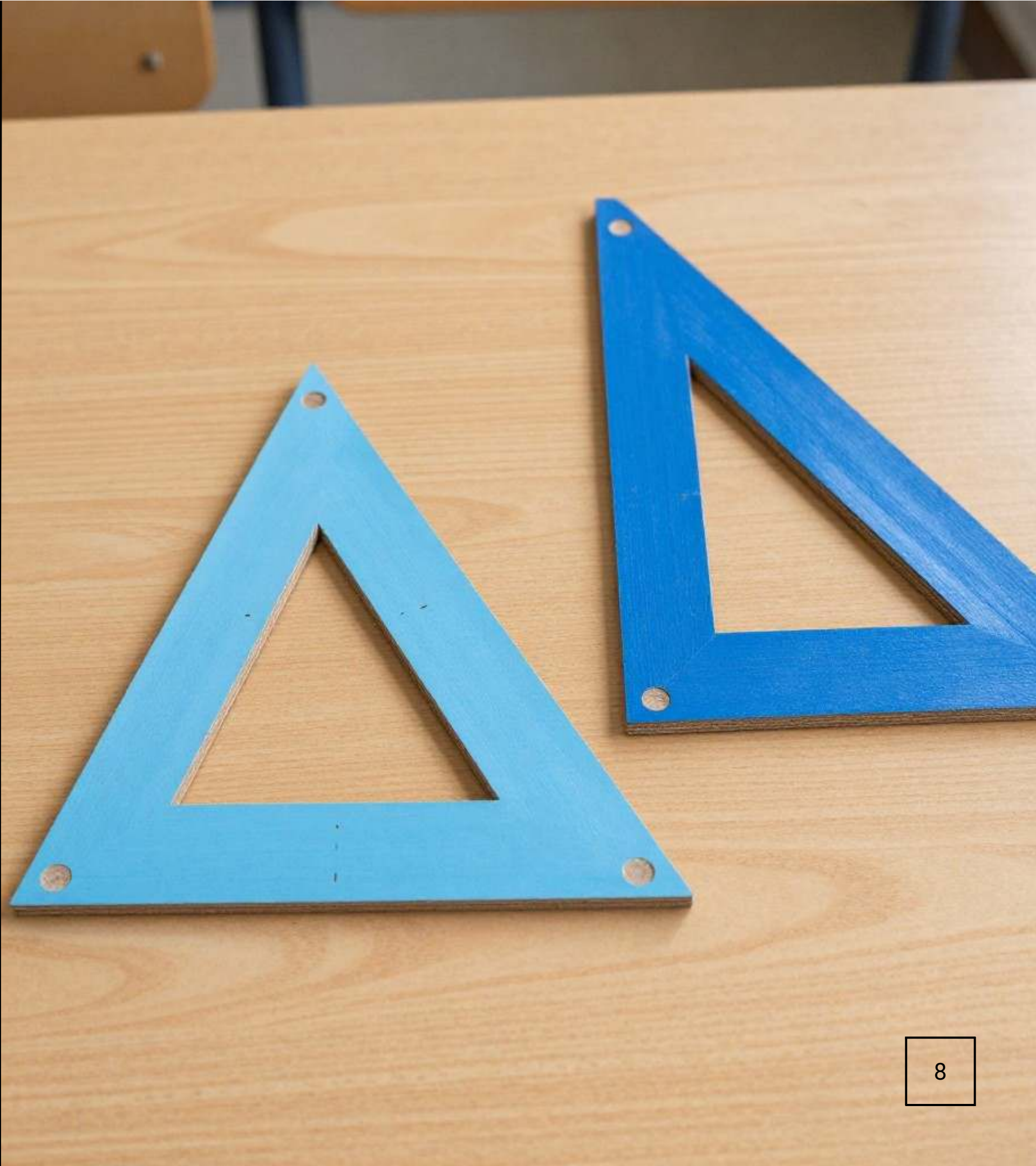
Если у двух прямоугольных треугольников равны оба катета, то их можно считать полностью совпадающими по размерам. Прямой угол уже одинаков, а значит остаётся только одна возможная форма.

Как читать чертёж

На рисунке равные катеты отмечают одинаковыми штрихами, а прямые углы — одинаковыми значками. Такая запись сразу показывает, что сравниваются именно соответствующие стороны, а не любые отрезки.

Когда признак удобен

Этот признак особенно полезен, если в условии известны обе стороны, образующие прямой угол. Тогда доказательство получается коротким: достаточно увидеть равенство двух катетов и назвать нужный вывод.



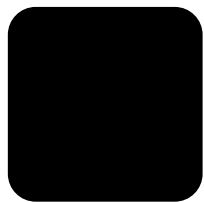
Что именно сравнивают в признаках

В таблице видно, какие элементы должны совпадать и к какому общему выводу это ведёт.

Сравнивают только соответствующие элементы; при выполнении условия получаем равенство треугольников и их свойств.

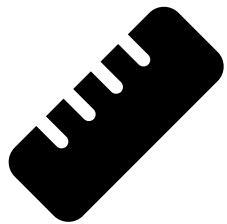
Признак	Равные элементы	Вывод
Гипотенуза и катет	2 элемента	Треугольники равны
Два катета	2 элемента	Треугольники равны
Катет и угол	2 элемента	Треугольники равны

Почему признаков достаточно



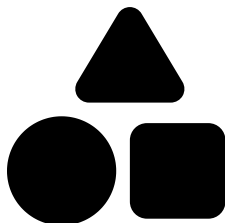
Прямой угол уже известен

В прямоугольном треугольнике один угол не нужно доказывать: он всегда равен 90° . Поэтому для сравнения остаётся меньше неизвестных элементов, чем в обычном треугольнике.



Двух данных обычно хватает

Если известны два подходящих элемента, один из которых связан с прямым углом, фигура определяется однозначно. Это позволяет быстро установить равенство без лишних построений.



Форма становится однозначной

Равные стороны и угол задают треугольник так, что второй вариант построить уже нельзя. Именно поэтому признаки равенства для прямоугольных треугольников работают особенно надёжно.

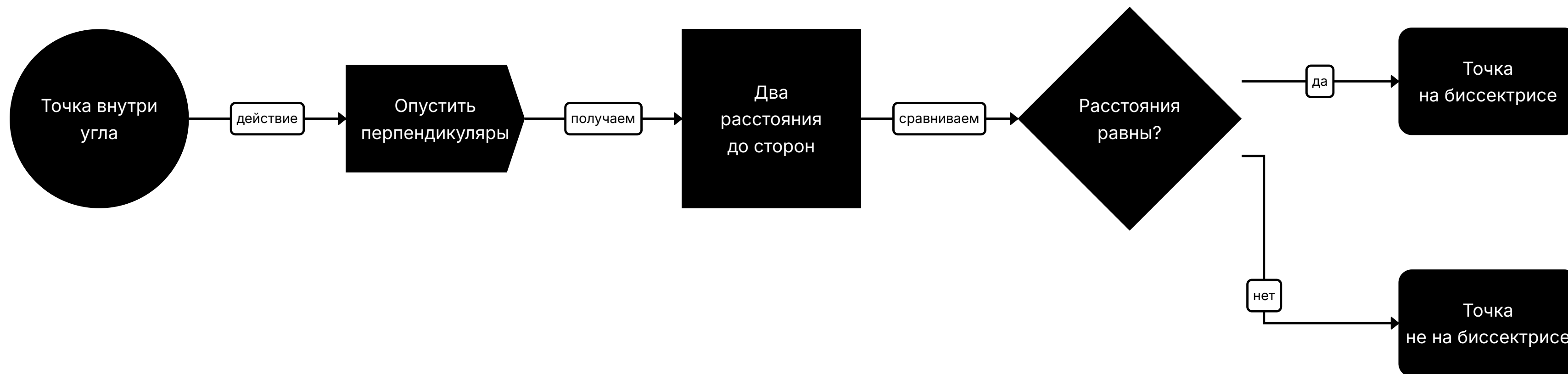


Удобно для задач 7 класса

Эти признаки помогают доказывать равенство, находить неизвестные отрезки и проверять решения. В школьных задачах они заметно экономят время и делают рассуждение более ясным.

Точка угла и её расстояния до сторон

Перпендикуляры к сторонам угла показывают, когда точка лежит на биссектрисе: равные расстояния ведут к биссектрисе, а биссектриса даёт равные расстояния.



Геометрическое место точек, равноудалённых от сторон угла

Биссектриса как ответ

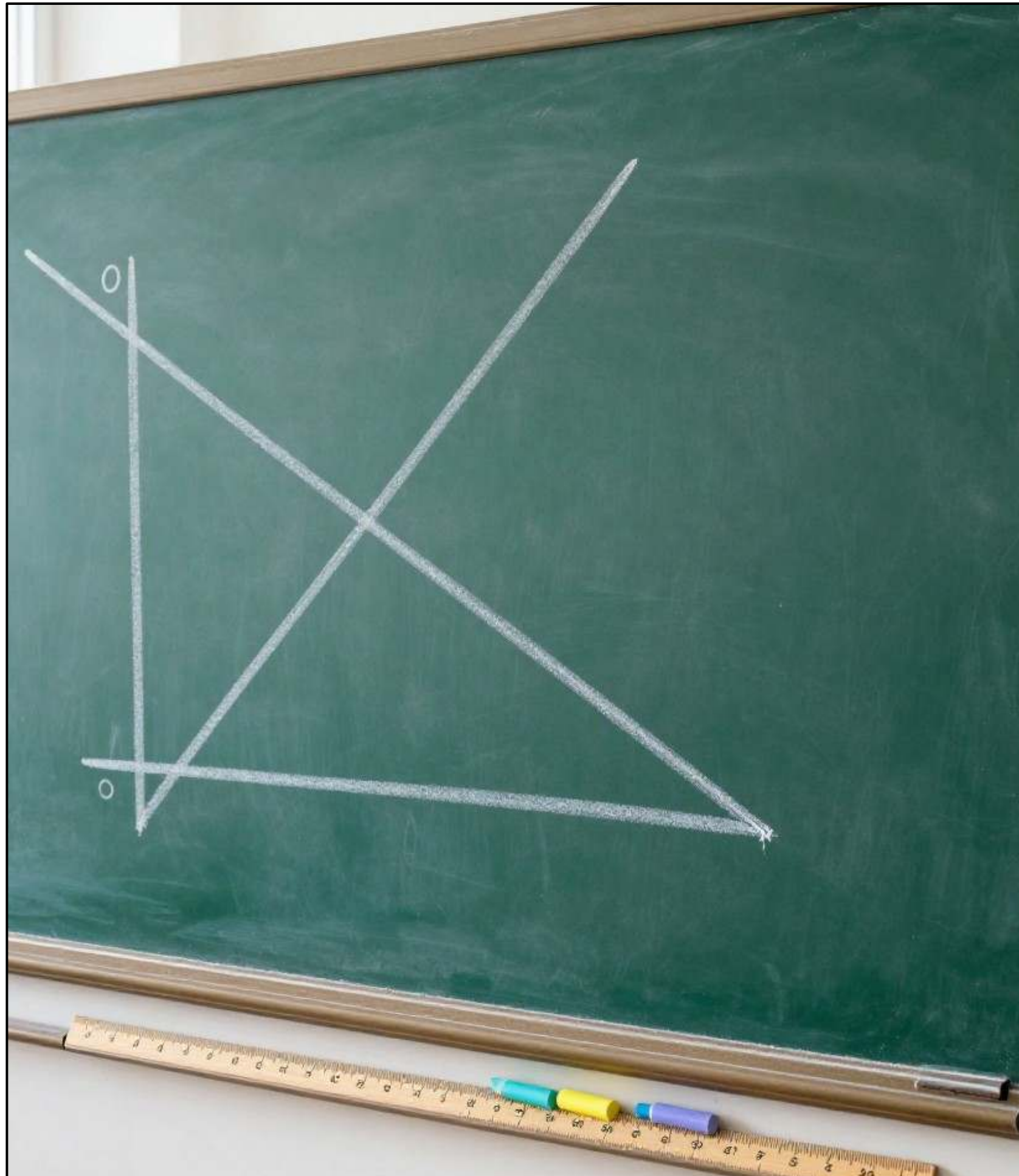
Все точки, расстояния которых до обеих сторон угла одинаковы, образуют биссектрису. Это верно для любого угла: острого, прямого и тупого, если расстояния измеряются перпендикулярами.

Что происходит вне биссектрисы

Если точка не принадлежит биссектрисе, её перпендикулярные расстояния до сторон угла оказываются разными. Поэтому по равенству расстояний можно проверить, лежит ли точка на биссектрисе.

Зачем это нужно

Это свойство удобно в доказательствах и построениях: оно позволяет находить положение точки по двум равным расстояниям и точно объяснять, почему она относится к биссектрисе.



Как измеряется расстояние от точки до стороны угла

1 Строят перпендикуляр

Расстояние от точки до стороны угла всегда измеряют по перпендикуляру, опущенному из точки на эту сторону. Именно этот отрезок показывает кратчайшее расстояние между точкой и прямой.

2 Сравнивают два отрезка

Для двух сторон угла строят два перпендикуляра из одной и той же внутренней точки. Если точка лежит на биссектрисе, длины этих перпендикуляров совпадают.

3 Делают вывод

Когда перпендикулярные расстояния равны, точка принадлежит биссектрисе угла. Если они различаются, точка расположена вне биссектрисы, и это можно увидеть на чертеже.

Свойства биссектрисы угла

Свойство	Формулировка	Применение
Делит угол	на 2 равные части	построения
Равноудалённые точки	от сторон угла	доказательства
Связь с треугольником	центр вписанной окружности	задачи на окружность

Таблица помогает быстро вспомнить основные свойства биссектрисы и увидеть, где они применяются в задачах.

Все свойства связаны с углами и расстояниями, поэтому биссектриса часто становится ключевой линией при решении задач.

Как связаны две темы в задачах

1. Находят прямоугольные треугольники

В чертеже выделяют два прямоугольных треугольника и проверяют, какие элементы у них уже известны: стороны, углы или прямые углы.

2. Доказывают равенство

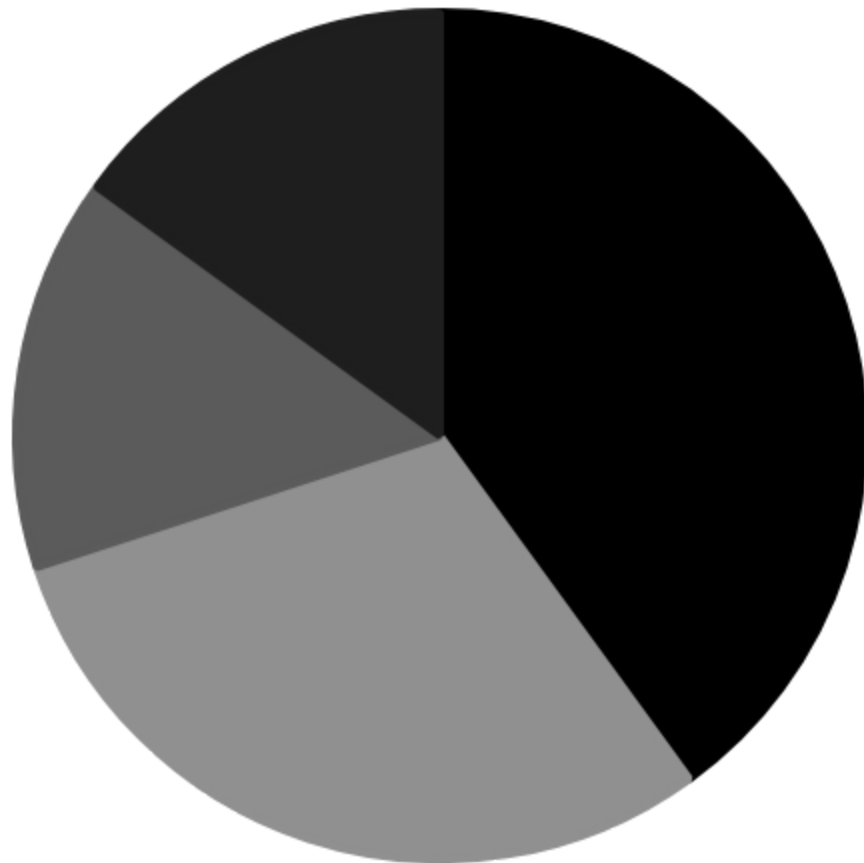
По подходящему признаку устанавливают равенство треугольников и получают равные стороны, углы или перпендикуляры.

3. Делают вывод о биссектрисе

Из равенства перпендикуляров или углов заключают, что точка равноудалена от сторон угла и лежит на биссектрисе.

Какие признаки чаще встречаются в типовых задачах

■ Гипотенуза и катет ■ Два катета
■ Катет и острый угол
■ Биссектриса и расстояния



На практике выбор признака зависит от того, какие элементы уже отмечены на чертеже и какие равенства легче получить из условия.

Чаще всего используют признаки, опирающиеся на две стороны; задачи на биссектрису обычно идут как отдельный блок.

Иллюстративная схема по материалам школьных задач по геометрии

Типичные ошибки в этих темах

Путают катет и гипотенузу

Гипотенуза всегда лежит напротив прямого угла и является самой длинной стороной. Если перепутать её с катетом, признак равенства применяют неверно.

Сравнивают не те стороны

Нужно сопоставлять именно соответствующие элементы двух треугольников. Если сравнить разные стороны, равенство по признаку не получится, даже если на рисунке они выглядят похожими.

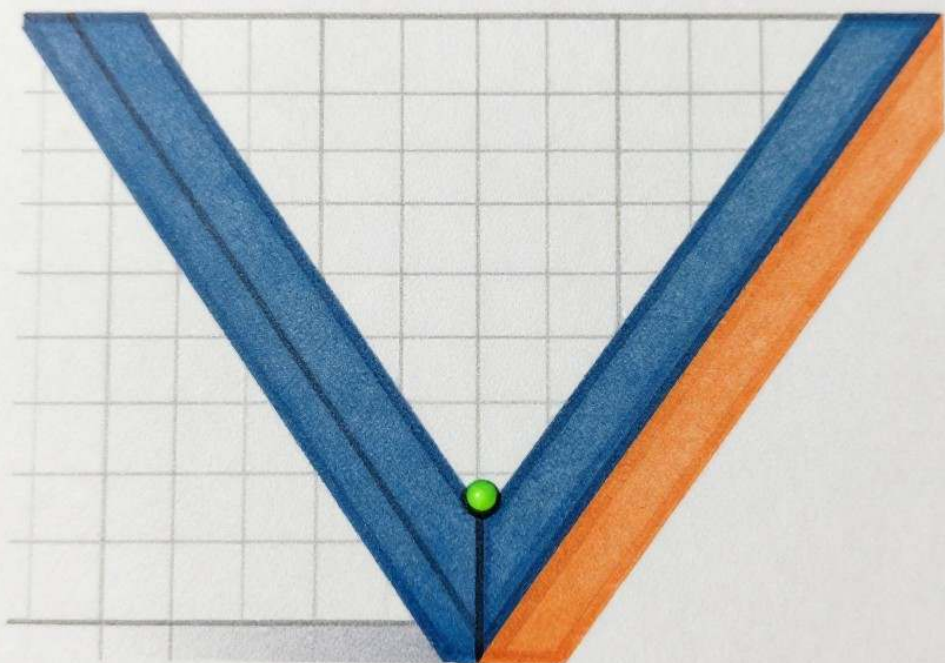
Измеряют не перпендикуляр

Расстояние до стороны угла определяют только по перпендикуляру. Наклонный отрезок не показывает расстояние и не подходит для проверки равенства расстояний до сторон.

Делают вывод без условия

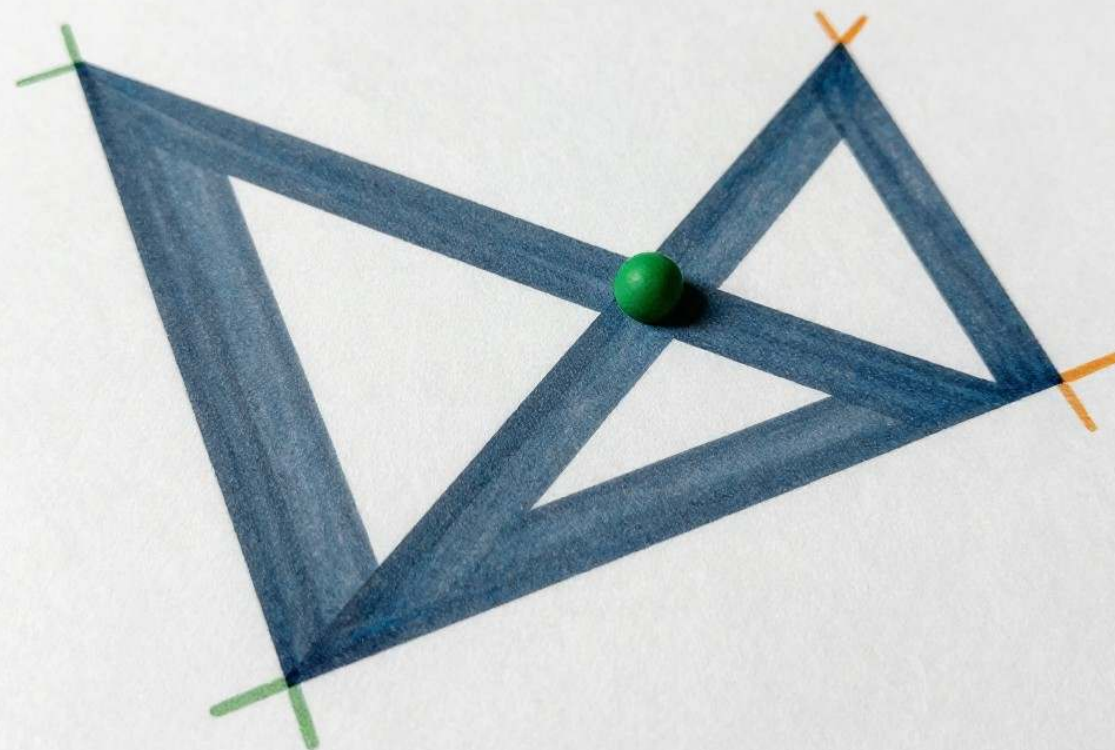
Для равенства прямоугольных треугольников одного совпадающего элемента недостаточно. Нужно выполнить все условия выбранного признака, иначе вывод будет недоказан.

Пример связи прямоугольных треугольников и биссектрисы



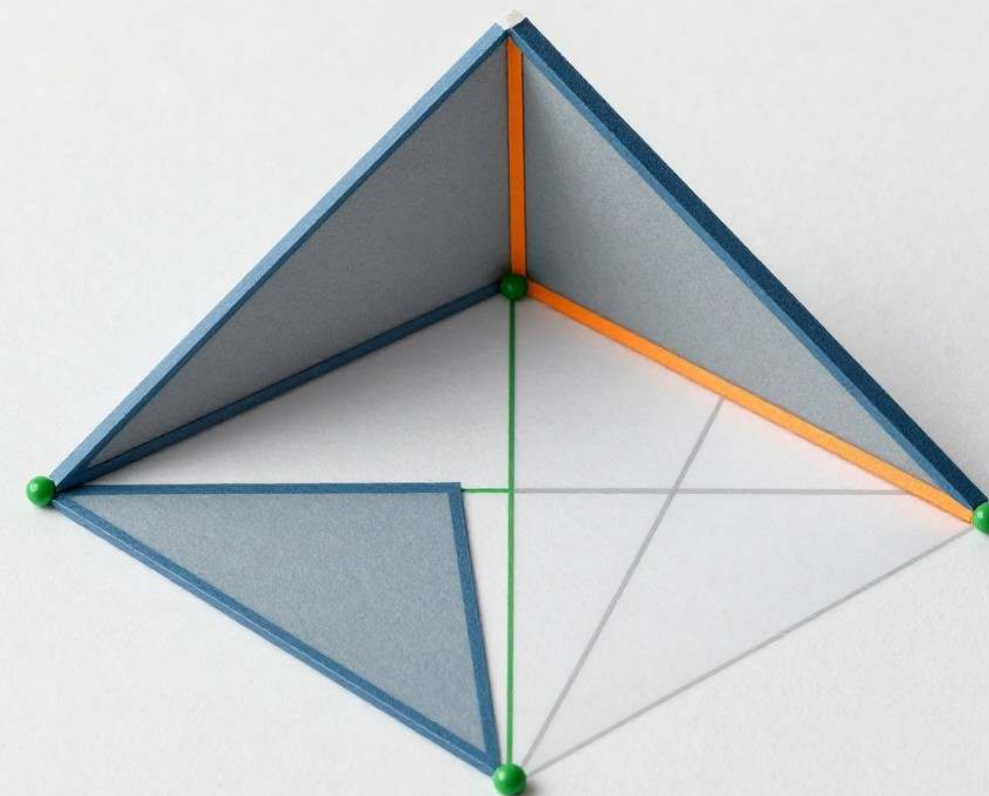
Два треугольника в одном угле

Внутри угла строят точку и опускают из неё перпендикуляры к обеим сторонам. Так появляются два прямоугольных треугольника с общей вершиной, которые удобно сравнивать по гипотенузе и катету. Если они равны, можно перейти к равенству расстояний.



От равенства к биссектрисе

После доказательства равенства соответствующие перпендикуляры оказываются одинаковыми. Тогда точка имеет равные расстояния до сторон угла, а значит, лежит на его биссектрисе. На чертеже особенно важны отметки прямых углов и равных отрезков.



Проверка решения

Такой приём помогает не только доказать факт, но и быстро проверить построение. Если точка действительно находится на биссектрисе, оба перпендикуляра должны совпасть по длине, а прямоугольные треугольники — оказаться равными.

Краткий набор фактов для решения задач

Эта таблица собирает самые нужные признаки и свойство биссектрисы в одном месте, чтобы быстрее выбирать ход решения.

Эти факты покрывают большинство стандартных задач на доказательство, построение и сравнение фигур.

Факт	Условие	Вывод
Гипотенуза и катет	равны	треугольники равны
Два катета	равны	треугольники равны
Катет и угол	равны	треугольники равны
Точка и стороны	равные расстояния	точка на биссектрисе

Главное, что нужно запомнить

Прямоугольные треугольники удобно сравнивать по трем признакам, а точки, равноудалённые от сторон угла, лежат на биссектрисе. Эти идеи часто работают вместе и помогают уверенно решать задачи.