



Пропорции и задачи на их применение

Равенство отношений помогает быстро считать в жизни
и на уроках математики.

Где работают пропорции

Пропорции встречаются в математике, физике, географии и быту. С их помощью пересчитывают рецепты, читают карты, сравнивают цены, находят скорость и время, а также учатся точно записывать отношения между величинами.



Отношение двух величин

1 Что показывает отношение

Отношение показывает, во сколько раз одна величина больше или меньше другой. Его записывают через двоеточие или деление, например 5:2, 12:3, 6:9.

2 Как его сокращать

Если обе части отношения делятся на одно и то же число, запись можно сократить. Так, 6:9 превращается в 2:3, потому что обе величины уменьшены в три раза.

3 Единицы должны совпадать

Сравнивать можно только величины в одинаковых единицах. Сантиметры сравнивают с сантиметрами, килограммы — с килограммами, а минуты — с минутами, иначе отношение будет записано неверно.

4 Зачем это нужно

Умение находить и упрощать отношения помогает дальше переходить к пропорциям, где сравниваются уже не отдельные величины, а две равные пары отношений.

Пропорция как равенство отношений

Общий вид записи

Пропорция записывается как $a : b = c : d$. Это означает, что первое отношение равно второму, а обе части записи можно проверять одинаковым способом.

Пример равенства

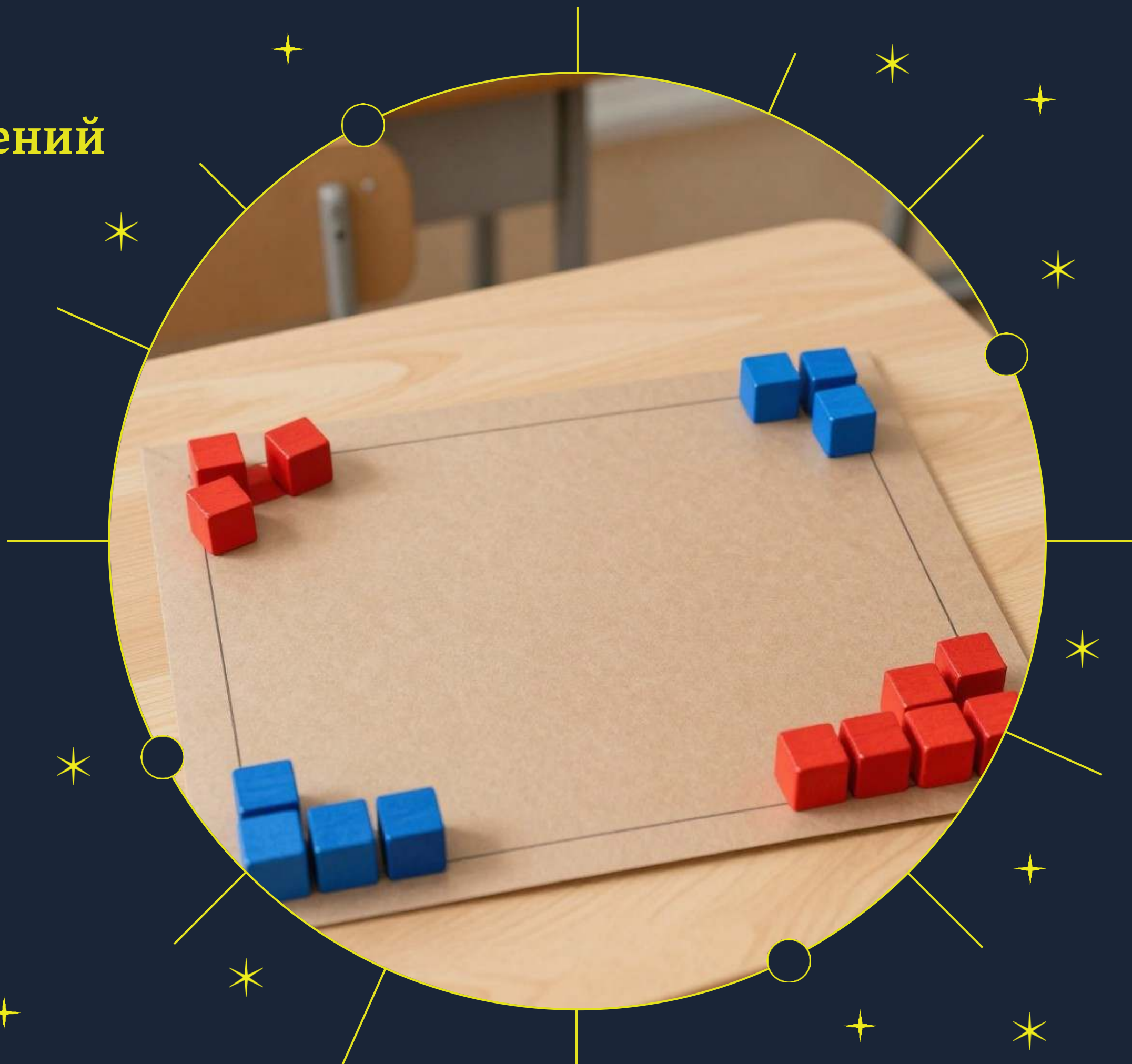
В записи $3 : 4 = 6 : 8$ равны два отношения: 3 к 4 и 6 к 8. Они выражают одну и ту же связь между числами, только записанную в другой форме.

Крайние члены

Числа 3 и 8 называют крайними членами пропорции, потому что они стоят по краям записи. Именно их чаще всего используют при проверке по произведениям.

Средние члены

Числа 4 и 6 называются средними членами. В верной пропорции произведение крайних членов равно произведению средних, и это удобно использовать для проверки.



Члены пропорции и их проверка

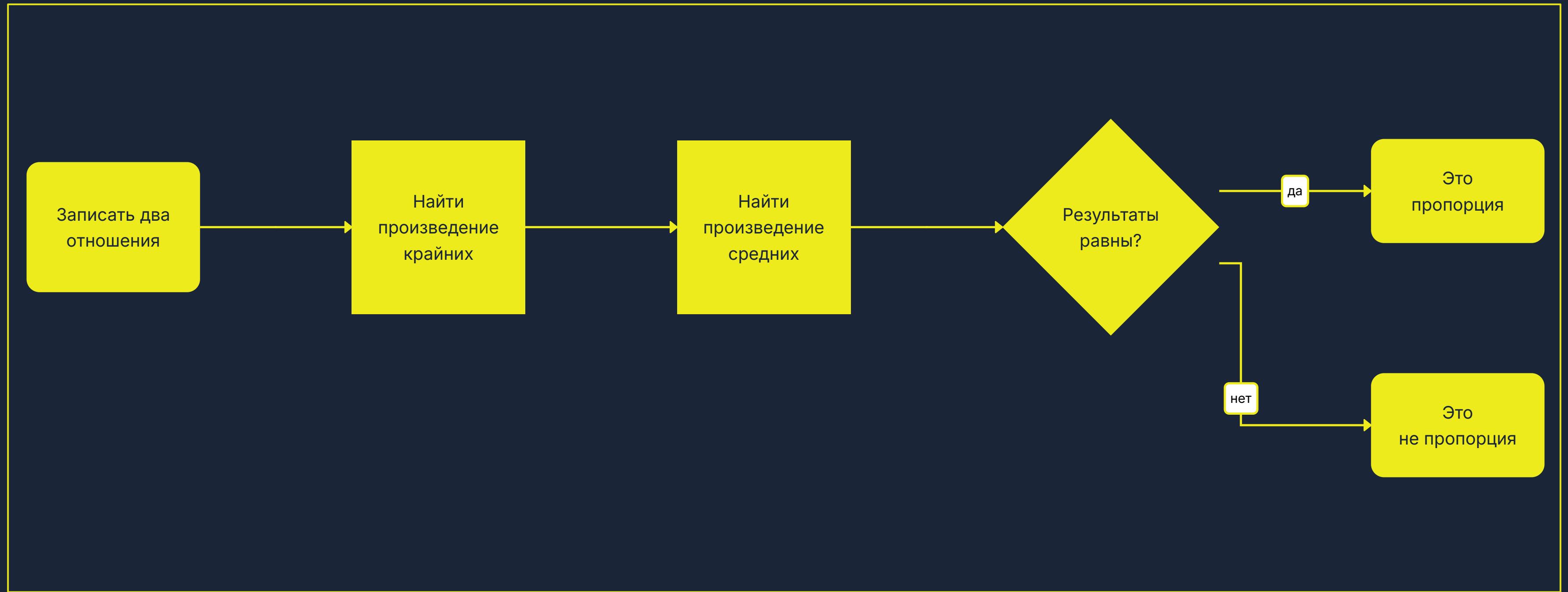
Сравним несколько записей и проверим их по произведениям крайних и средних членов.

Во всех трёх примерах равенство подтверждается: произведение крайних членов совпадает с произведением средних.

Пропорция	Крайние	Средние	Проверка
$2:5=6:15$	2 и 15	5 и 6	$2 \times 15 = 5 \times 6$
$4:7=8:14$	4 и 14	7 и 8	$4 \times 14 = 7 \times 8$
$3:8=6:16$	3 и 16	8 и 6	$3 \times 16 = 8 \times 6$

Как определить, является ли равенство пропорцией

Проверка на примере $3:4 = 6:8$ и сравнение с неверной записью.

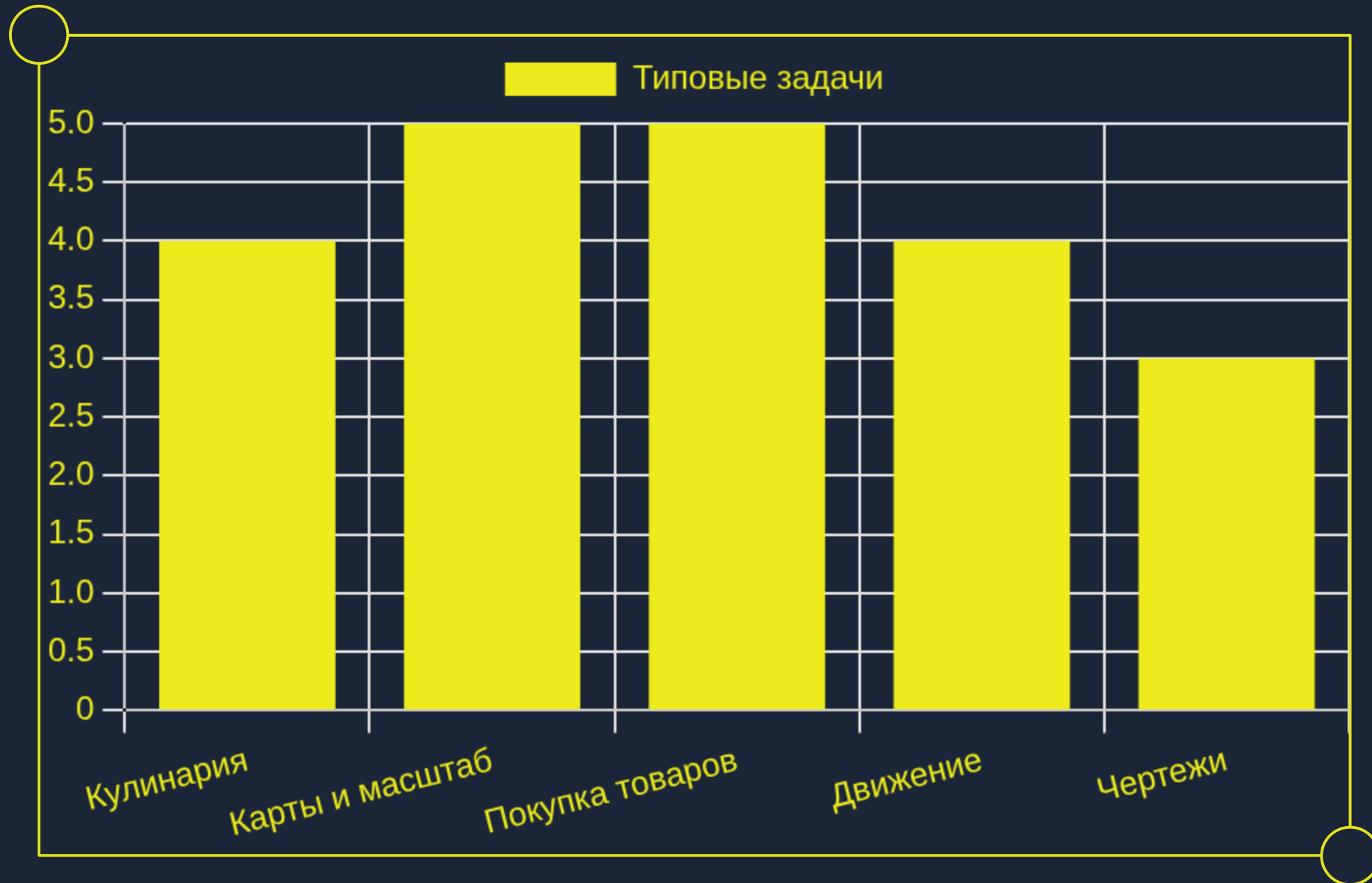


$a \times d = b \times c$ произведение крайних
членов равно
произведению средних

Это главное правило проверки и решения пропорций: по нему находят неизвестный член, не перебирая варианты, а сразу вычисляя его через умножение и деление.

Основное свойство пропорции

Где встречаются задачи на пропорции



На уроках чаще всего встречаются пересчёт цены, масштаб и количество. Но одна и та же схема работает и в рецептах, и в задачах на движение.

Пропорции нужны в разных темах, потому что везде сохраняется постоянное отношение между величинами.

Условная диаграмма по типовым школьным задачам темы

Алгоритм решения задач с помощью пропорции

1

1. Выделить величины

Сначала нужно понять, какие величины связаны в задаче: цена и количество, расстояние и время, длина на карте и реальное расстояние, масса и число порций.

2

2. Записать отношения

Затем известные данные переводят в отношения и следят, чтобы в каждой паре были одинаковые единицы измерения. Это помогает не перепутать числа и смысл задачи.

3

3. Составить пропорцию

После этого записывают равенство двух отношений так, чтобы соответствующие величины стояли в правильном порядке. Именно здесь часто появляется нужное неизвестное число.

4

4. Вычислить неизвестное

Далее применяют основное свойство пропорции: перемножают крайние и средние члены, а затем находят неизвестный член делением полученного произведения на известное число.

5

5. Проверить ответ

В конце ответ сравнивают с условием задачи: он должен быть разумным, совпадать по смыслу и проходить проверку подстановкой в исходную пропорцию.



Нахождение неизвестного члена пропорции

Шаг 1. Составить уравнение

Для пропорции $x:4 = 6:12$ записывают произведение крайних и средних членов: $x \times 12 = 4 \times 6$.

Шаг 2. Найти x

После вычисления получают $x = 24:12$, значит $x = 2$. Неизвестный член находят делением произведения известных чисел на третье известное число.

Шаг 3. Проверить результат

Проверка показывает, что $2:4 = 6:12$ — верная пропорция. При сокращении обе части дают одинаковое отношение, поэтому ответ можно считать правильным.



Типы задач, которые решаются пропорцией

Учебная тема «Пропорции. Решение задач с помощью пропорций»

Тип задачи	Дано	Найти	Запись
Цена и количество	3 тетради	стоимость 5	$3:5=90:x$
Масштаб и рецепт	7 см; 4 порции	реальное расстояние; масса	$1:100000; 4:6$

В разных ситуациях сохраняется одно и то же отношение между величинами. Таблица показывает, как пропорция помогает пересчитывать цену, расстояние, масштаб и массу продукта.

Во всех примерах используется одинаковая логика: если отношение сохраняется, неизвестную величину можно найти через пропорцию и проверку по основному свойству.

150
рублей

стоит 5 таких тетрадей.

Если цена одной тетради постоянна, стоимость нескольких тетрадей изменяется пропорционально их количеству. Это и позволяет найти ответ через пропорцию.

Условие задачи из темы «Пропорции. Решение задач с помощью пропорций»

Задача на масштаб карты

1 Смысл масштаба

Масштаб показывает, сколько километров на местности соответствует одному сантиметру на карте. Поэтому длину на карте всегда сравнивают с реальным расстоянием через постоянное отношение.

2 Составление отношения

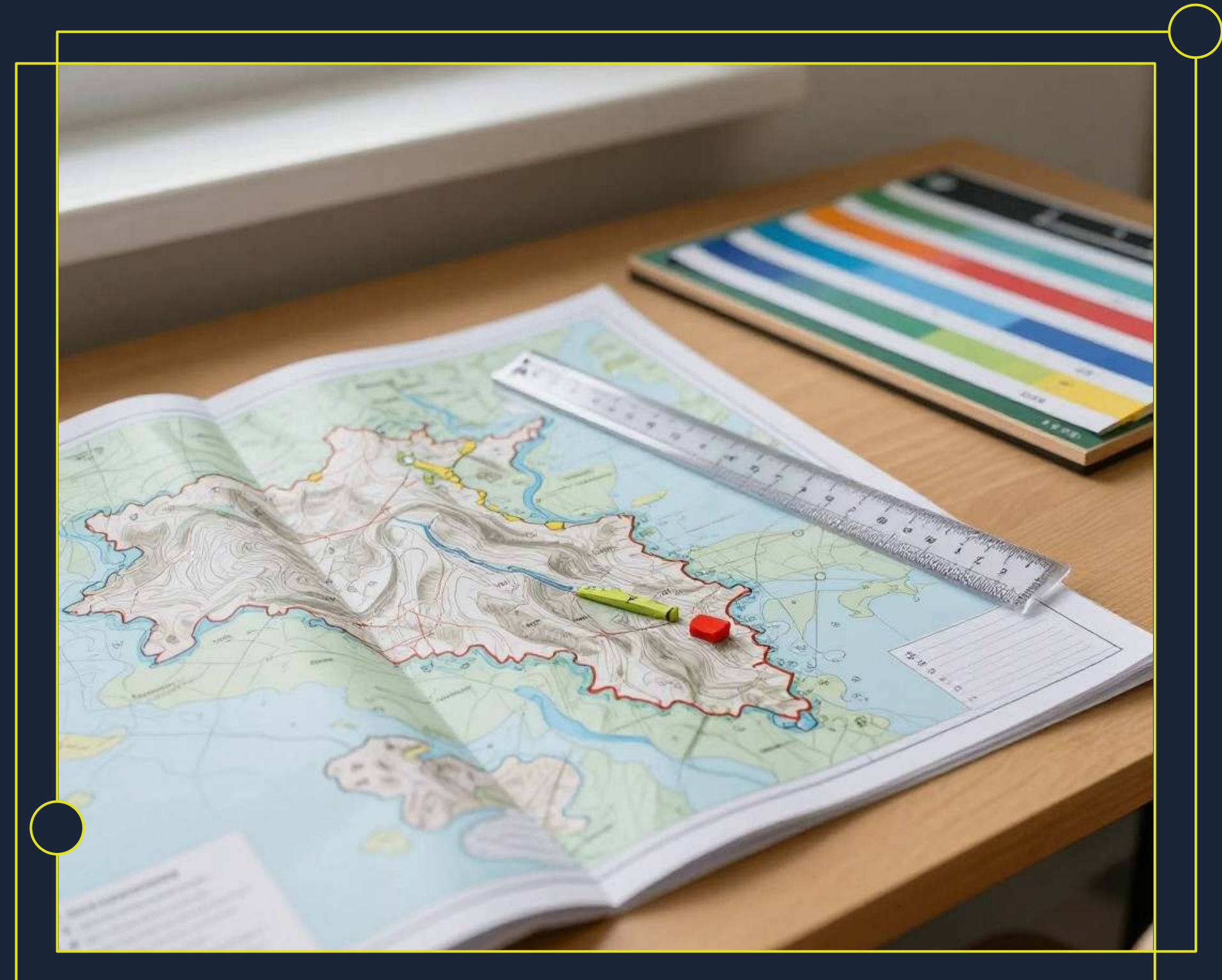
Если 1 см соответствует 5 км, то для 7 см записывают пропорцию между картой и местностью. Так удобно сохранить одинаковую связь между величинами и не потерять смысл данных.

3 Перевод единиц

Перед вычислением нужно следить за единицами измерения. В одной пропорции нельзя смешивать сантиметры, метры и километры без перевода, иначе результат окажется неверным.

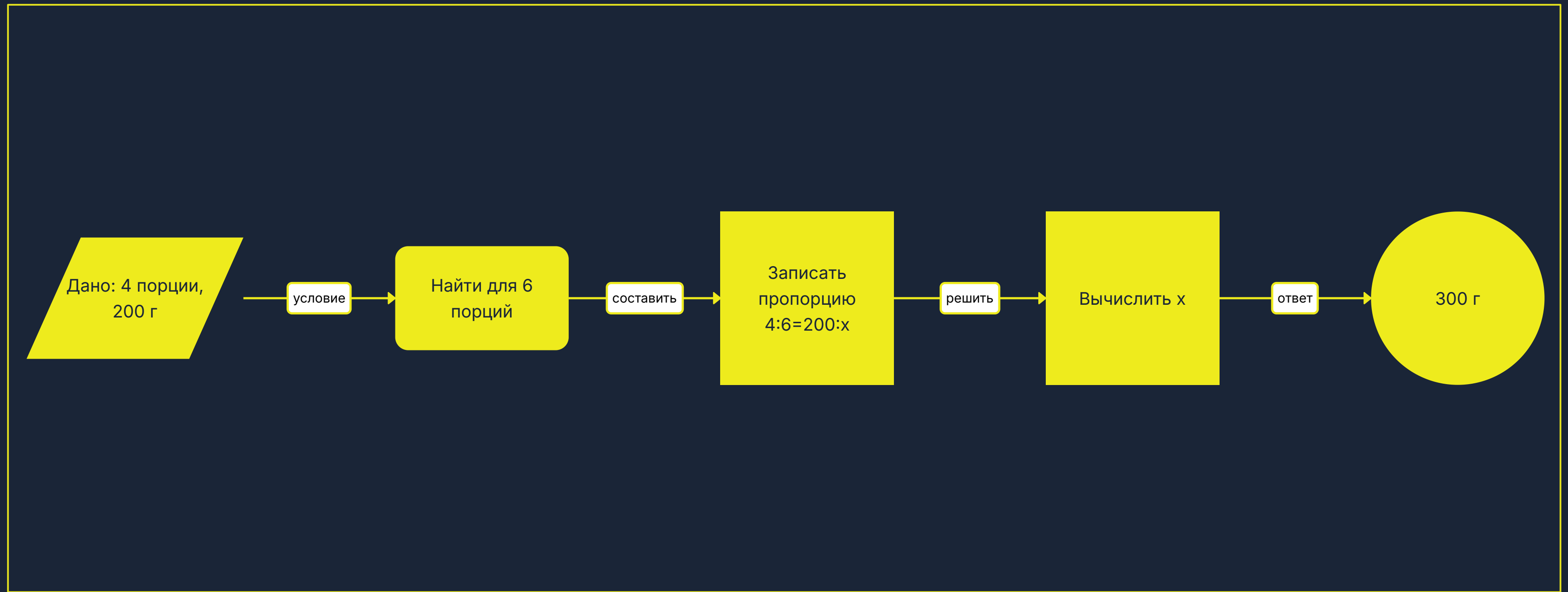
4 Получение ответа

После вычисления видно, что 7 см на карте соответствуют 35 км на местности. Проверка подтверждает: при увеличении длины на карте реальное расстояние тоже увеличивается.



Пересчёт ингредиентов по рецепту

Задача решается через сохранение отношения между числом порций и количеством муки.



Прямая и обратная пропорциональность



На схеме показано, что характер зависимости можно распознать по направлению изменения величин. Это помогает выбирать правильный способ решения задачи.

При прямой пропорциональности изменения согласованы, а при обратной — противоположны. Вид зависимости нужно определить до вычислений.

Учебная тема «Пропорции. Решение задач с помощью пропорций»

Типичные ошибки при решении задач на пропорции

Неверный порядок чисел

Если числа в отношении перепутаны местами, пропорция описывает уже другую зависимость. Поэтому перед вычислением полезно ещё раз прочитать условие и сопоставить каждую величину с нужной позицией.



Разные единицы измерения

Нельзя складывать или сравнивать величины в разных единицах внутри одного отношения. Сантиметры, метры, килограммы и граммы сначала переводят в одинаковый вид.



Путаница между связями

Отношение показывает сравнение величин, а не их разность. Если вместо отношения записать вычитание, получится неверная модель задачи и неправильный ответ.



Отсутствие проверки

После вычисления нужно проверить, подходит ли ответ по смыслу. Если результат противоречит условию, значит, в пропорции допущена ошибка или числа выбраны неверно.



Проверка ответа на разумность

Смысл задачи

Ответ должен соответствовать ситуации в условии. Если при увеличении количества товара цена вдруг стала меньше, это сигнал, что пропорция составлена неправильно или числа перепутаны.

Единицы измерения

Перед выводом полезно убедиться, что все величины сравниваются в одинаковых единицах. Иначе результат может выглядеть правдоподобно, но на самом деле окажется ошибочным.

Порядок величин

Полезно оценить, должен ли ответ быть больше или меньше исходного значения. Такая быстрая проверка помогает заметить вычислительную ошибку ещё до записи окончательного результата.

Визуальная опора

Линейка, ценник и карта напоминают, что пропорции удобно применять там, где важно точное сравнение размеров, стоимости и расстояний.



Тренировочные примеры с ответами

Краткие задания помогают быстро проверить умение составлять пропорции и находить неизвестный член. В каждом случае важно сверить результат по основному свойству.

Во всех примерах решение строится одинаково: сначала составляется пропорция, затем находится неизвестное число и выполняется проверка по произведениям.

Задача	Пропорция	Ответ	Проверка
$2:3 = 8:x$	$2:3 = 8:12$	$x=12$	$2 \times 12 = 3 \times 8$
$5:7 = x:21$	$5:7 = 15:21$	$x=15$	$5 \times 21 = 7 \times 15$

Зачем нужно уметь решать задачи с помощью пропорций



Покупки и цена

Пропорции помогают быстро определить стоимость нескольких одинаковых товаров и сравнить выгодность покупки. Это удобно в магазине и дома при расчёте нужного количества предметов.



Карта и расстояние

С помощью пропорций можно читать масштаб карты и понимать, сколько километров соответствует изображённому отрезку. Это важно при работе с планами и маршрутами.



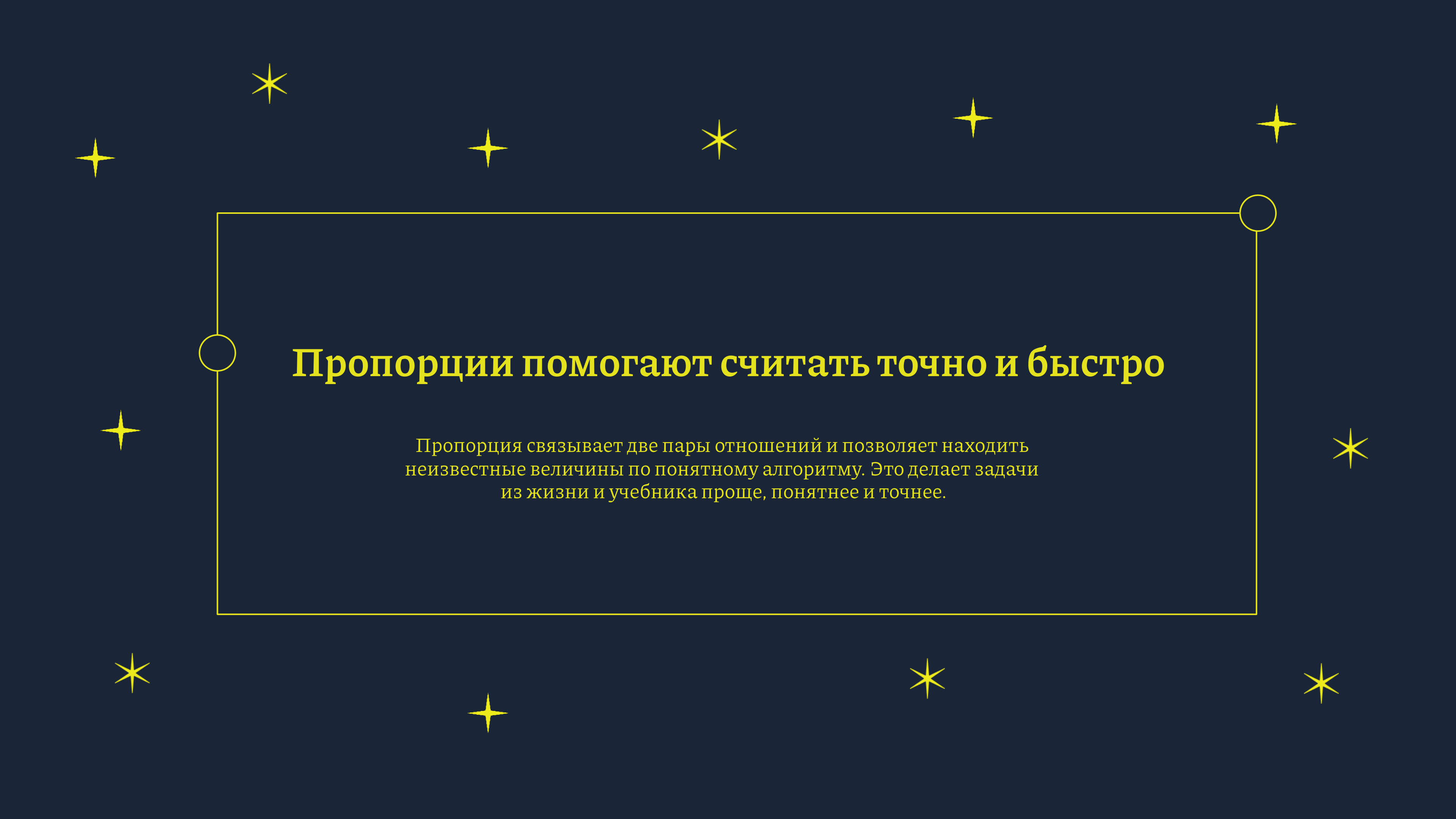
Рецепты и порции

При приготовлении пищи пропорции позволяют пересчитывать количество продуктов для другого числа порций. Благодаря этому блюдо сохраняет вкус и нужную консистенцию.



Основа для алгебры

Навык работы с пропорциями пригодится дальше при изучении процентов, уравнений и зависимостей между величинами. Он развивает точность, аккуратность и умение проверять результат.



Пропорции помогают считать точно и быстро

Пропорция связывает две пары отношений и позволяет находить неизвестные величины по понятному алгоритму. Это делает задачи из жизни и учебника проще, понятнее и точнее.