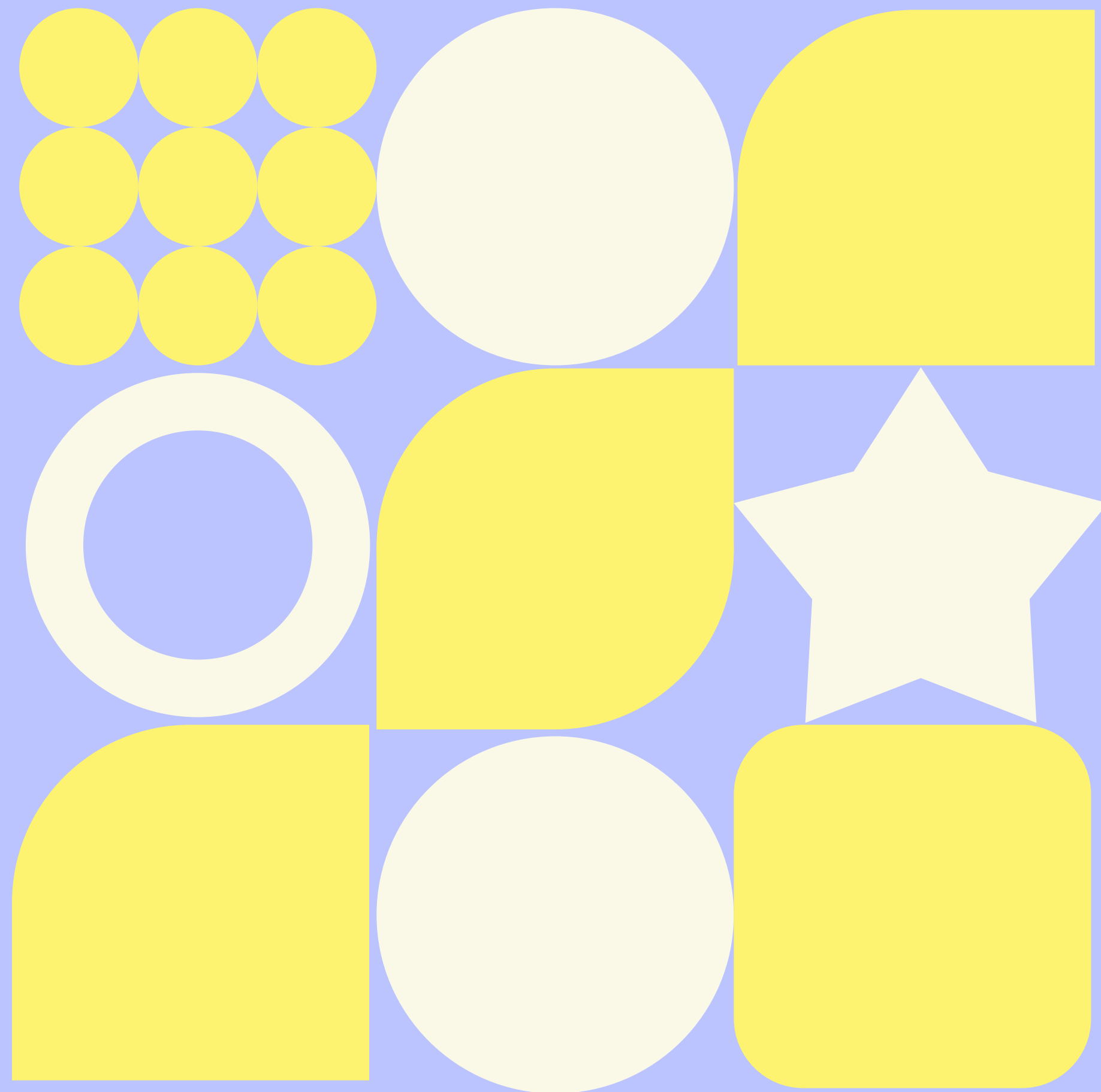


Расстояние между точками: от идеи к формуле

Прямая, плоскость и формула в одной
теме.



Где мы встречаем расстояние

Эта тема встречается на картах, в играх на клетчатом поле и при движении по координатной плоскости.



Зачем это нужно в жизни и играх

Путь к цели

На карте или в игре нужно понять, сколько шагов отделяет старт от цели. Расстояние помогает сравнить варианты и выбрать самый короткий прямой путь.

Позиции на поле

В шахматах и квестах важны позиции фигур, персонажей и предметов. Координаты показывают, где они находятся, а расстояние помогает оценить их удалённость друг от друга.

Прямая оценка

На клетчатой сетке удобно считать клетки, но ещё важнее понимать, где проходит прямой отрезок между точками. Именно он даёт точное измерение расстояния.



Расстояние на числовой прямой

1

Две точки на прямой

Возьмём точки 2 и 7 на прямой. Между ними лежит отрезок длиной 5, потому что именно столько единиц отделяет одно число от другого.

2

Порядок не важен

Если поменять порядок чисел, результат не изменится. От 7 до 2 расстояние тоже равно 5, потому что длина отрезка не зависит от направления.

3

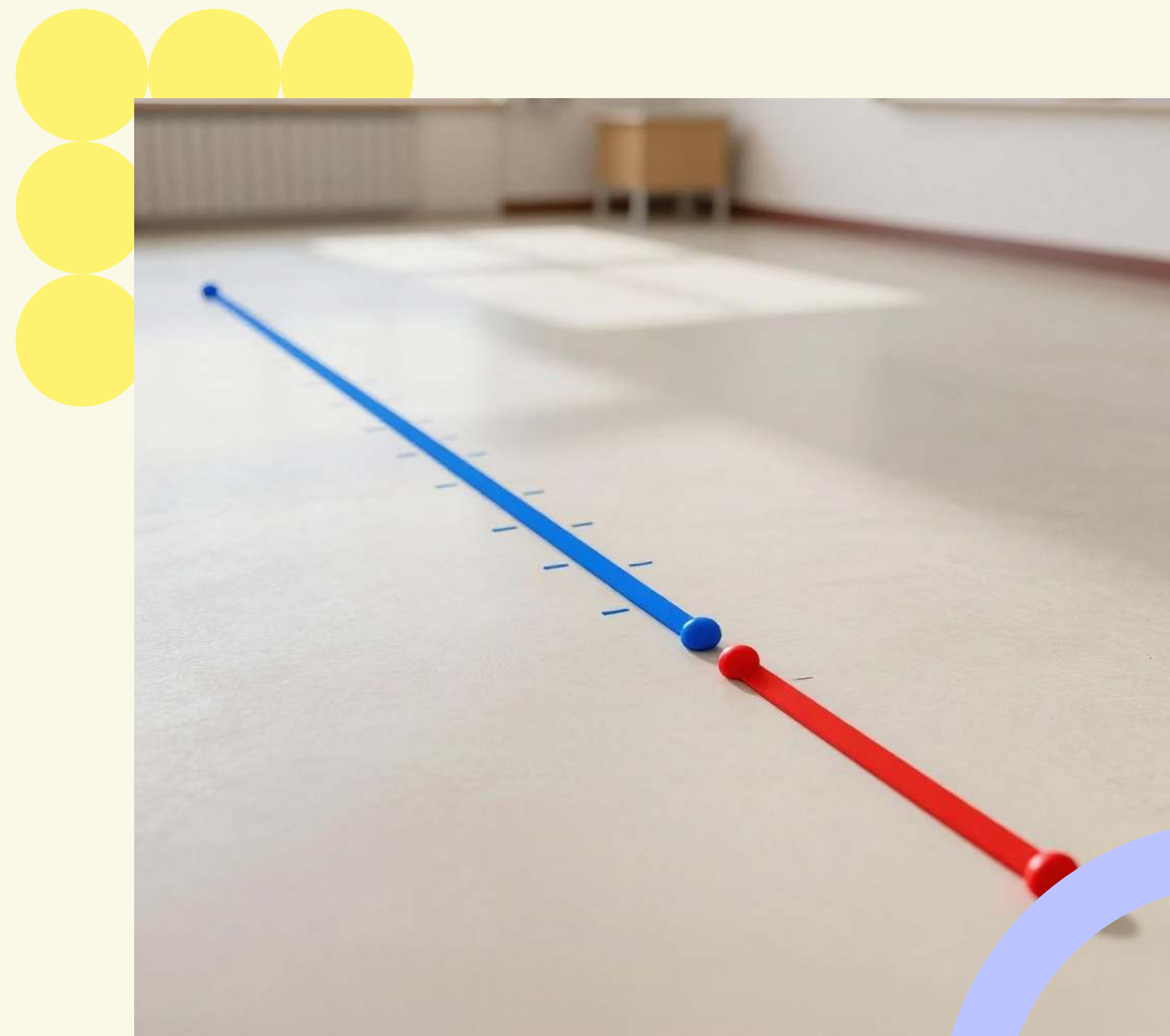
Модуль разности

Такой способ измерения очень прост: достаточно найти разность между числами и взять её по модулю. Это работает для любых двух точек на прямой.

4

Самый простой случай

Когда обе точки находятся на одной линии, задача сводится к обычному счёту единиц. Поэтому числовая прямая — самый наглядный случай расстояния между точками.

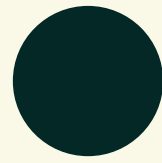


Отрезок как модель расстояния



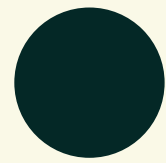
Самый короткий путь

Отрезок соединяет две точки без лишних поворотов и обходов. Он показывает самый короткий прямой путь, а значит, его длина и есть искомое расстояние.



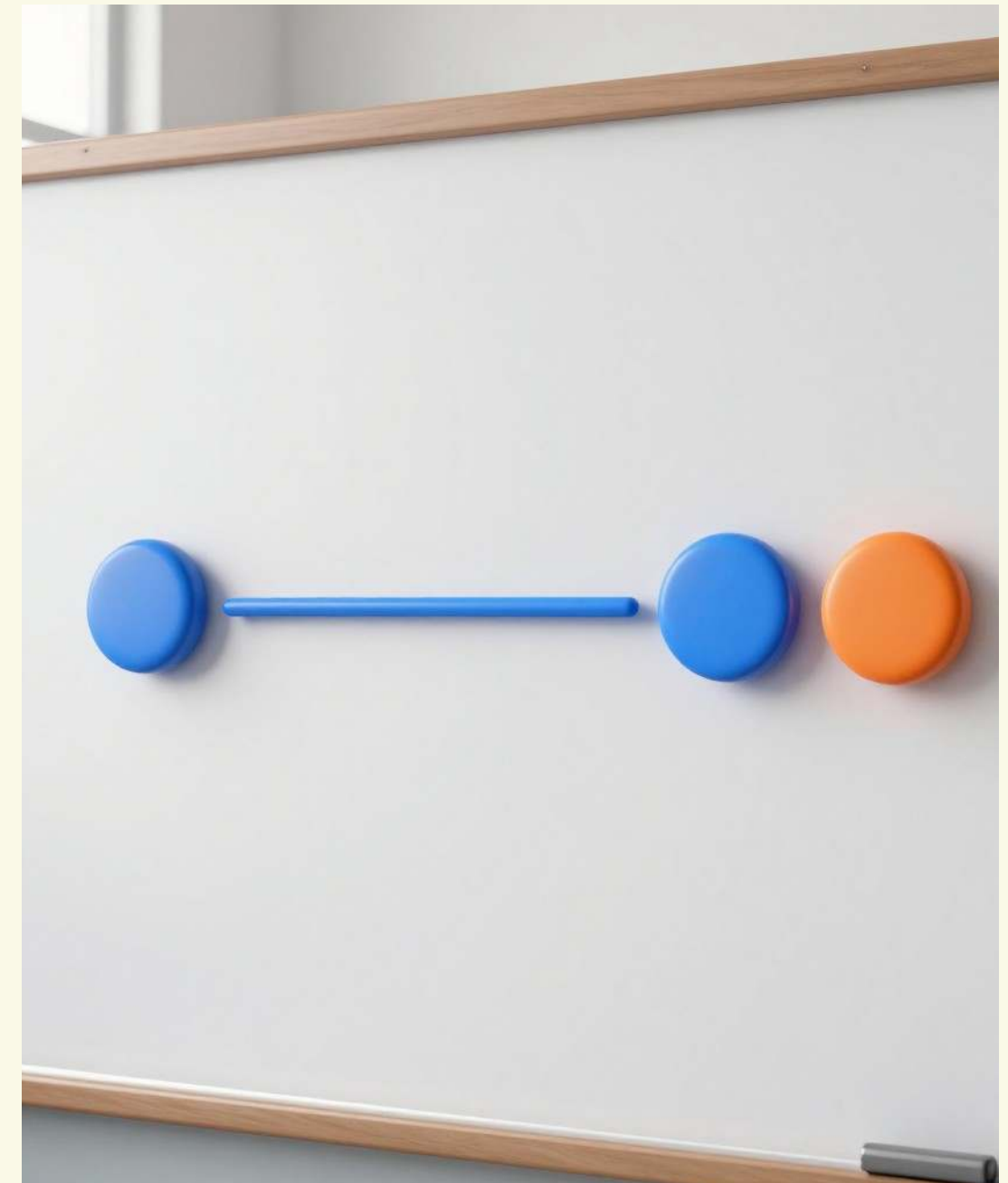
Как отмечать точки

На рисунке удобно выделять концы разными цветами и подписывать координаты. Это помогает быстрее замечать, какие точки нужно сравнивать и какие числа подставлять в формулы.



Нулевая длина

Если точки совпадают, отрезок не имеет длины. В таком случае расстояние равно нулю, потому что между точкой и самой собой нет промежутка.



Как читаются координаты точки

1

Координата x

Координата x показывает, насколько точка смещена вправо или влево от начала отсчёта. По ней удобно сравнивать точки, стоящие на одной горизонтали.

2

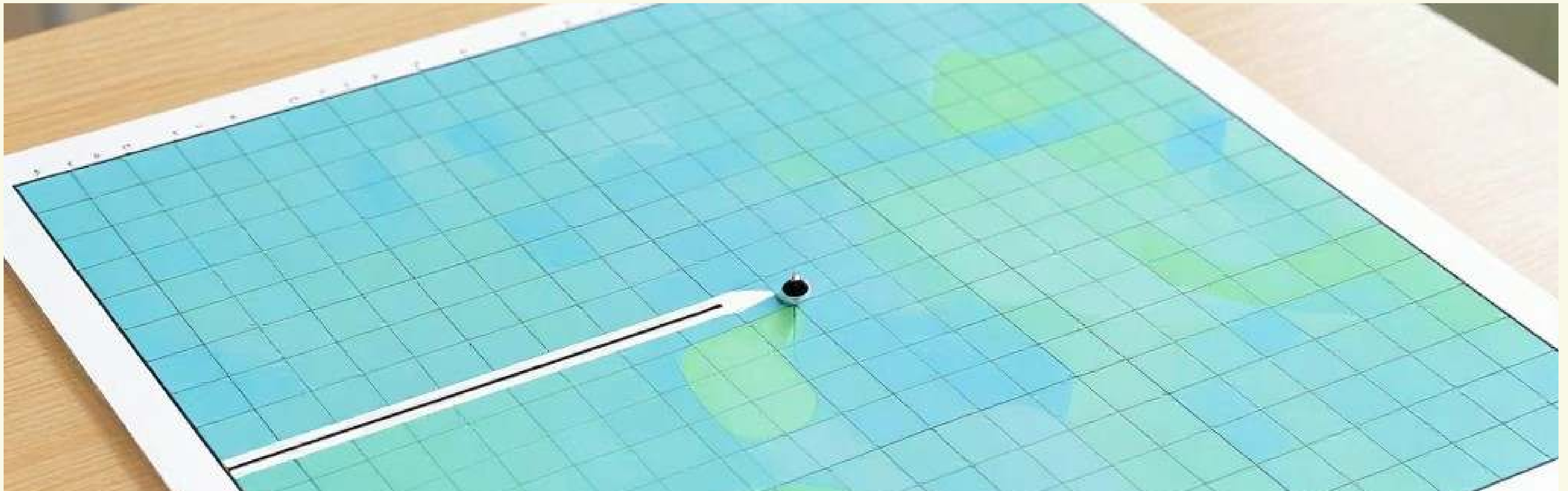
Координата y

Координата y показывает движение вверх или вниз. Вместе x и y задают точное место точки на плоскости, как адрес на клетчатой карте.

3

Точка по паре чисел

Пара чисел позволяет не только найти точку, но и сравнить её с другой. Если координаты известны, положение можно восстановить без рисунка.



Частные случаи: по горизонтали и вертикали

1 Одна горизонталь

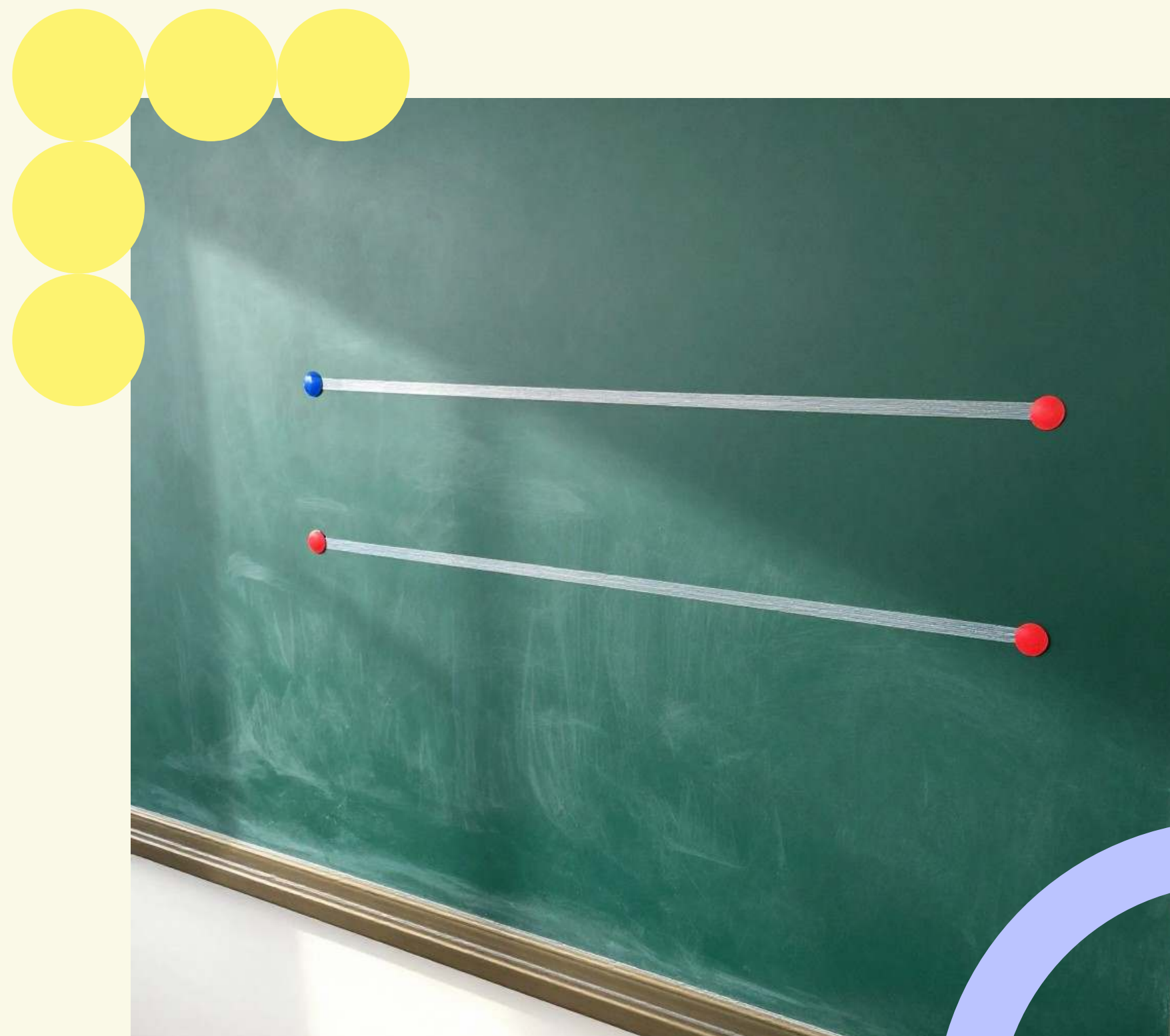
Если у двух точек одинаковая у-координата, они лежат на одной горизонтали. Тогда расстояние между ними равно модулю разности их x-координат.

2 Одна вертикаль

Если у точек совпадает x-координата, они расположены на одной вертикали. В этом случае расстояние находится по модулю разности y-координат.

3 Быстрая проверка

Такие случаи особенно удобны для проверки. Если одна разность равна нулю, ответ должен совпасть с обычной длиной прямого отрезка на сетке.



Почему здесь появляется Пифагор

1

Строим треугольник

Для точек $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$ удобно построить прямоугольный треугольник. Его стороны показывают, как меняются координаты по горизонтали и вертикали.

2

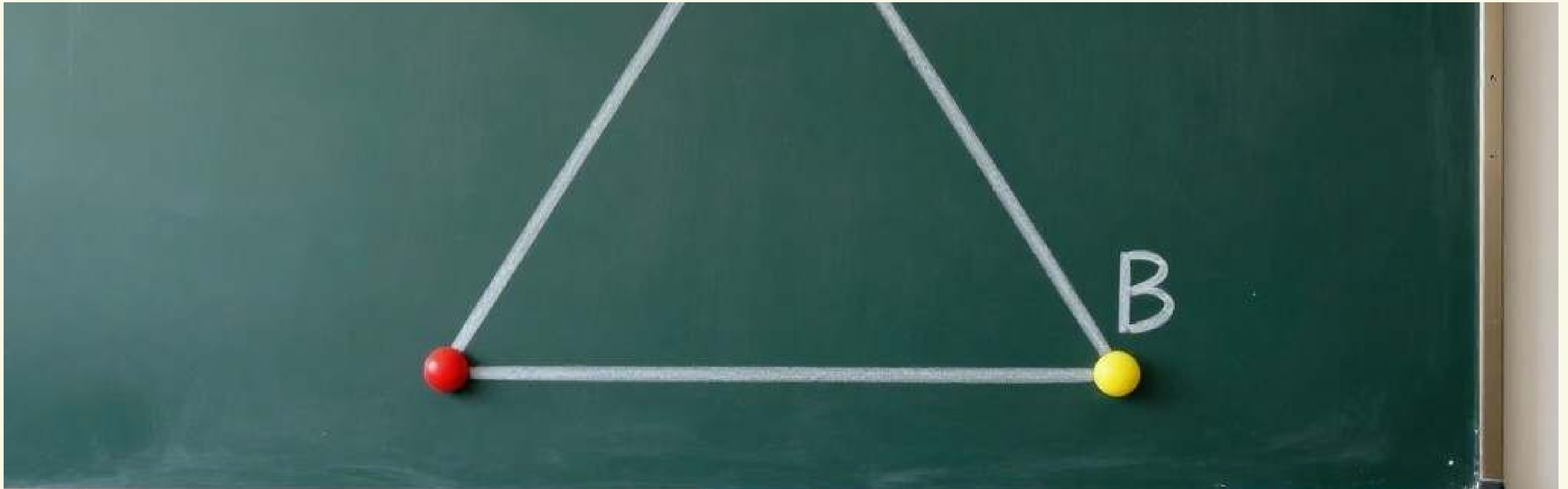
Катеты из координат

Катеты такого треугольника равны $|x_2 - x_1|$ и $|y_2 - y_1|$. Это именно те расстояния, которые нужно пройти по осям, чтобы попасть из одной точки в другую.

3

Связь с Пифагором

Гипотенуза соединяет точки напрямую. Поэтому к её длине применяют теорему Пифагора, и из неё появляется формула расстояния на плоскости.



2

координаты полностью задают положение
точки на плоскости.

Декартова система координат: определение точки на плоскости.

Формула объединяет две
разности координат в одну
длину. Именно она делает
вычисление точным
и универсальным для любой
пары точек на плоскости.

5

— это длина отрезка между точками $A(1, 2)$ и $B(4, 6)$.

Вычисление по координатам точек $A(1, 2)$ и $B(4, 6)$.

В этом примере ответ получается целым числом, поэтому удобно проверить вычисления и увидеть классическую связь с треугольником 3–4–5.

41

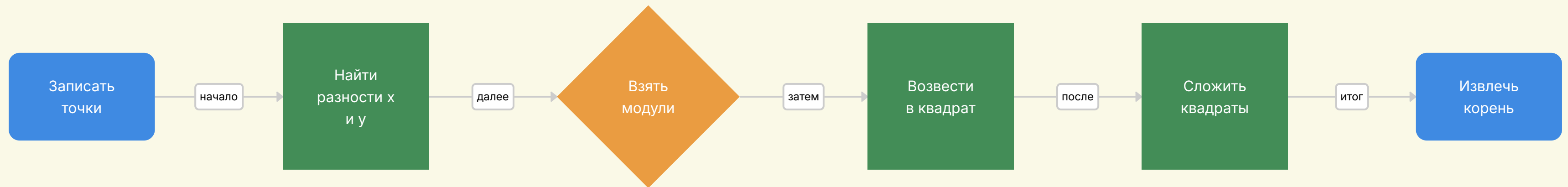
поэтому ответ остаётся в виде корня.

Вычисление по точкам $A(-2, 1)$ и $B(3, 5)$ по формуле расстояния.

Разность координат здесь даёт не целое число, а корень. Это нормально: не каждое расстояние между точками выражается без остатка.

Как считать без ошибок

Алгоритм вычисления расстояния между точками на плоскости.



2

координатные разности входят в вычисление
одновременно.

Правило вычисления расстояния между точками на плоскости.

Чтобы не запутаться, держите
в голове главное: у формулы две
координатные разности, и обе
нужны для правильного ответа.

1

координата может полностью определить
ответ в частном случае.

Случаи совпадения x - или y -координаты в задачах
на расстояние.

Когда одна координата
совпадает, расстояние находится
сразу по второй. Тогда задача
сводится к длине вертикального
или горизонтального отрезка.

Расстояние на сетке и по линейке

1

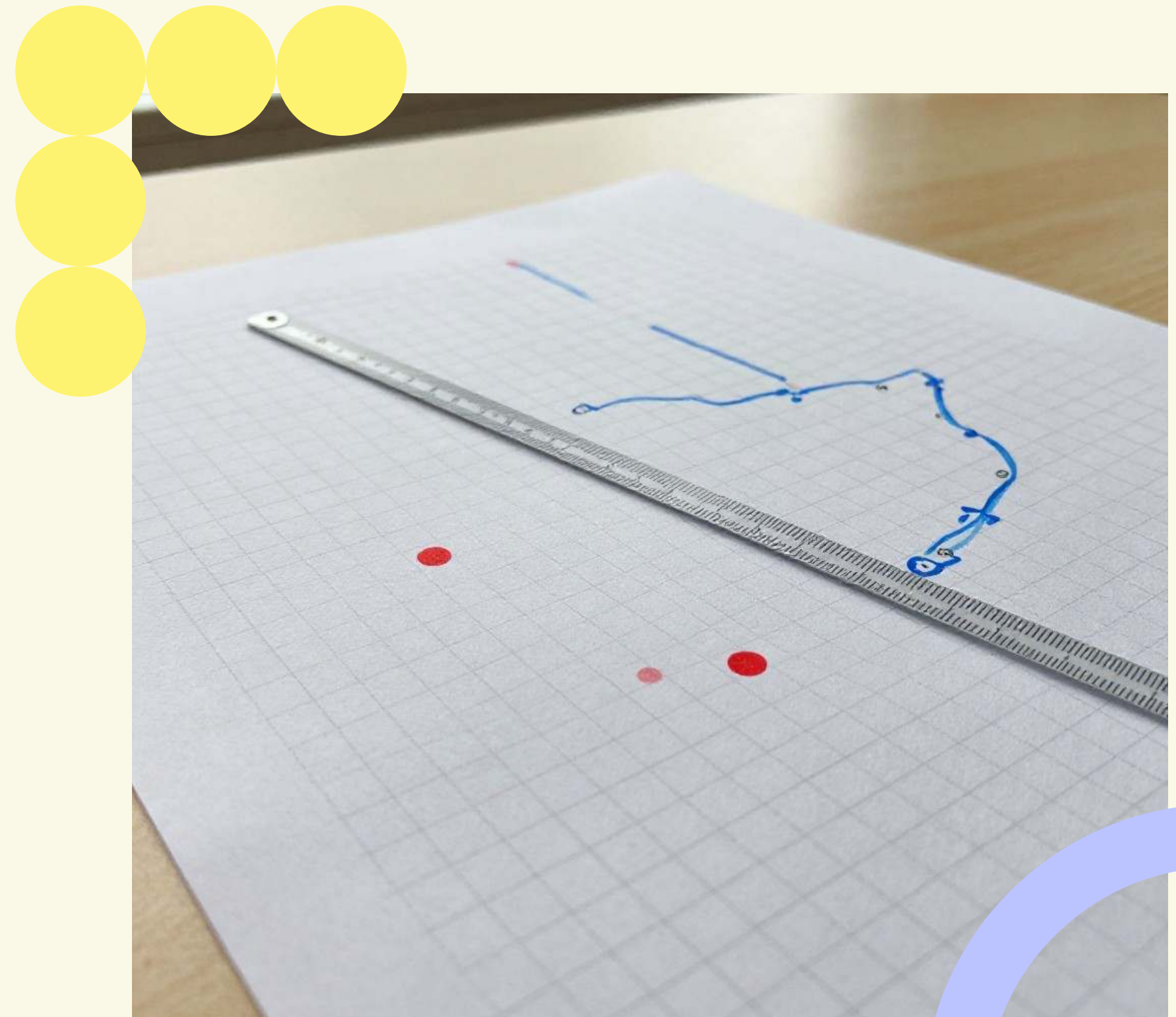
Счёт по клеткам

На клетчатой бумаге можно быстро оценить расстояние по клеткам, но это даёт лишь удобный счёт, а не всегда точную длину прямого отрезка между точками.

2

Прямая измерительная линия

Линейка показывает именно прямое расстояние между точками. Если нужно найти кратчайший путь, формула с корнем описывает отрезок, а не движение по линиям сетки.



Короткая самопроверка

Точки	Разности	Ответ
(0,0) и (3,4)	3 и 4	5
(2,5) и (2,1)	0 и 4	4
(-1,2) и (3,2)	4 и 0	4

Вычисления по формуле расстояния между точками.



Проверьте три случая: общий, вертикальный и горизонтальный. Они показывают, как формула работает в разных ситуациях.

Первый пример использует формулу целиком, а два других проверяют частные случаи, когда одна из разностей равна нулю.

Задачи для закрепления

1

Базовый уровень

Возьмите две точки с целыми координатами и найдите расстояние между ними по формуле. Такие задания помогают уверенно подставлять числа и не путать порядок действий.

2

Ответ с корнем

Подберите точки так, чтобы ответ не был целым числом. Здесь важно оставить результат в виде корня и не округлять его без необходимости.

3

Сравнение с началом

Сравните расстояния от нескольких точек до начала координат. Это удобный способ понять, какая точка расположена ближе на координатной плоскости.

4

Проверка треугольника

Проверьте три точки на прямоугольный треугольник. Для этого удобно сначала найти длины сторон, а затем проверить, выполняется ли теорема Пифагора.

Краткое расширение темы

До начала координат

Расстояние от точки до начала координат считается по той же идее: две координаты образуют катеты, а ответ получается через корень из суммы квадратов.

Добавляется третья ось

В трёхмерном пространстве к координатам x и y добавляется z . Формула становится длиннее, но принцип остаётся тем же: складываются квадраты всех разностей.

Поиск ближайшей точки

Похожий подход используют и для ближайшей точки на сетке. Сначала сравнивают расстояния, а затем выбирают меньший результат, не перенося точку по линиям.

Как выбрать ближайшую точку

1

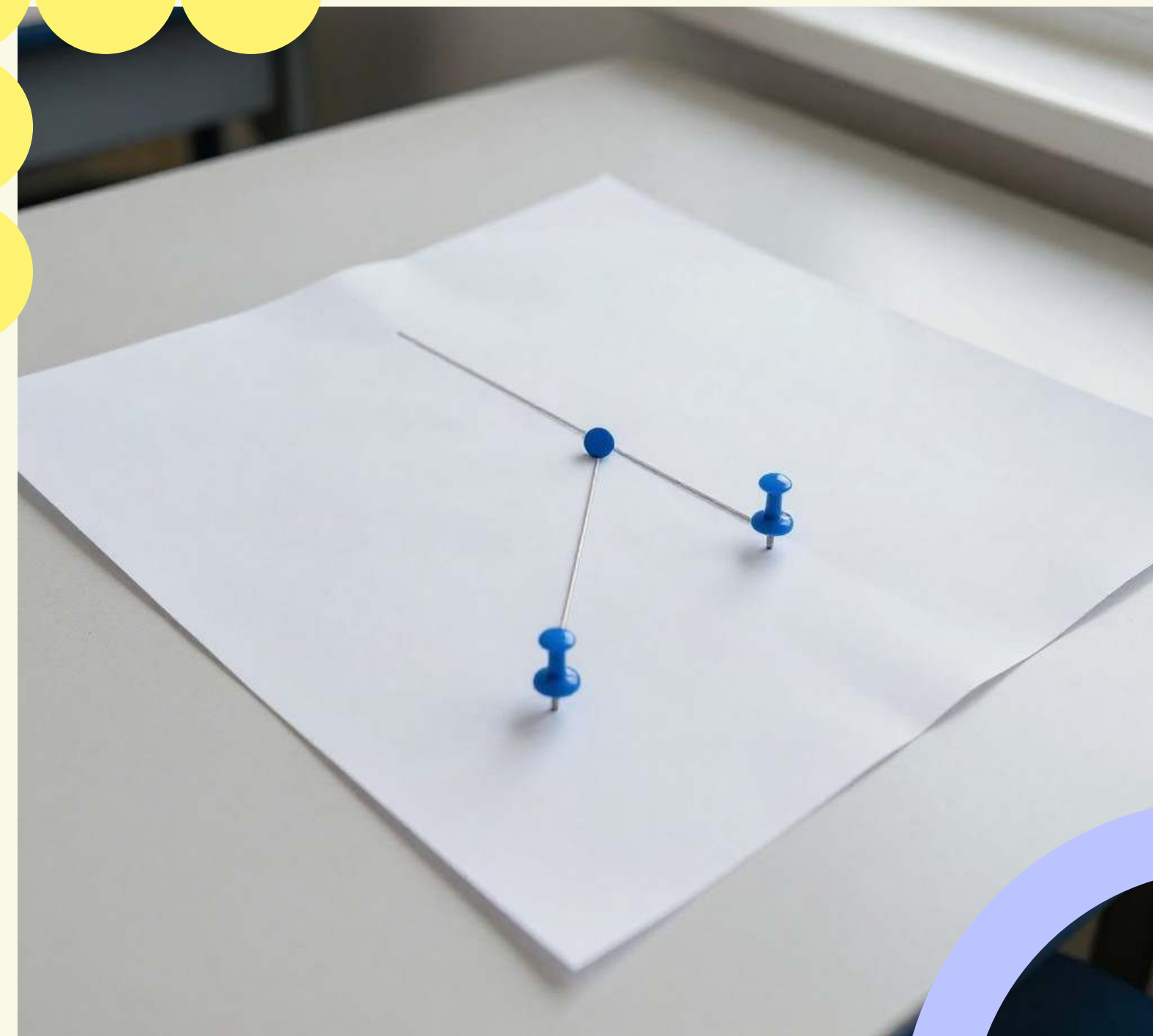
Сравнить два варианта

Посчитайте расстояние от исходной точки до первого варианта, затем до второго. Для выбора не нужны сложные построения: достаточно сравнить полученные числа.

2

Выбрать меньшее расстояние

Меньшее значение указывает на ближайшую точку. Такой способ помогает в навигации, играх и робототехнике, где важен самый короткий прямой путь.





Главное о расстоянии между точками

Сегодня вы увидели, что расстояние между точками — это длина отрезка, которую можно находить на прямой, на плоскости и даже в пространстве. Формула помогает считать быстро и без лишних ошибок.

