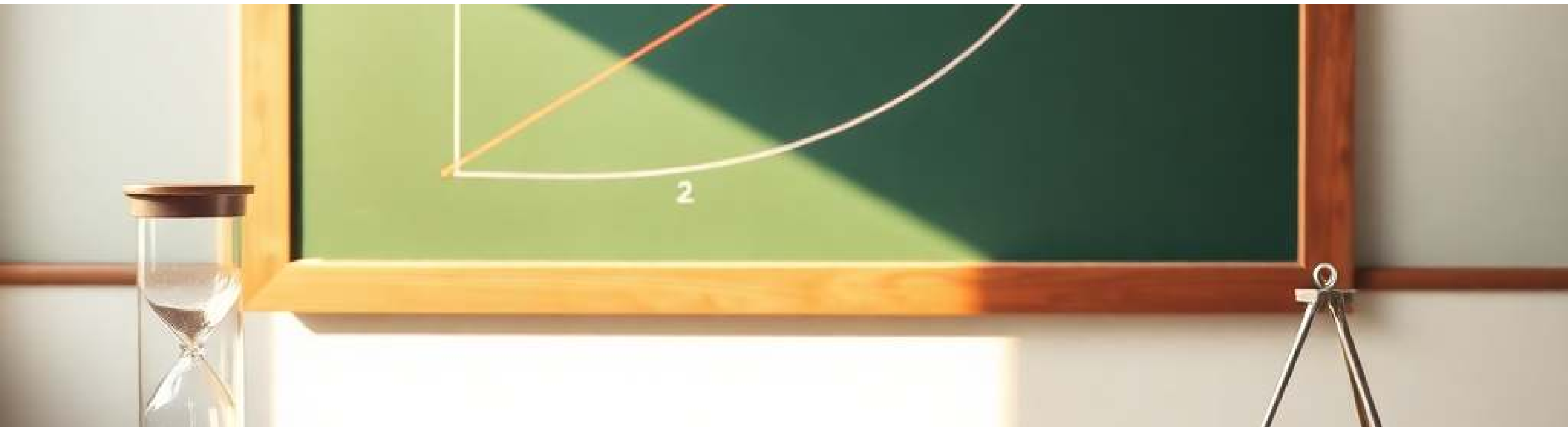


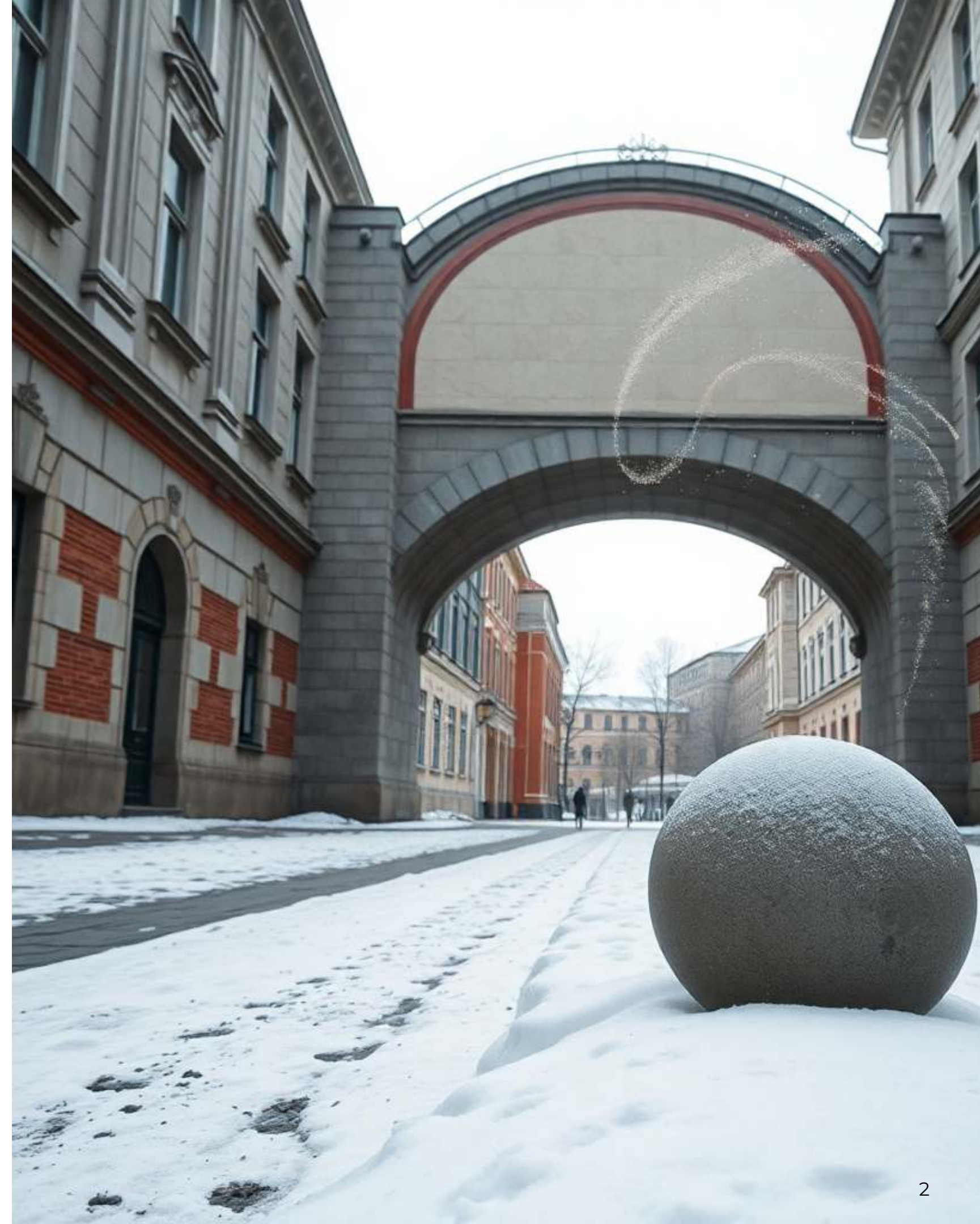
Формула решения квадратного уравнения

Как найти корни через дискриминант.



Зачем нужны квадратные уравнения

Квадратные уравнения соединяют числа, формулы и графики. Они помогают решать школьные задачи на движение, площадь и неизвестные величины, а их корни связаны с пересечением параболы с осью x .



Общий вид квадратного уравнения

Стандартная запись

Квадратное уравнение обычно записывают как $ax^2 + bx + c = 0$. Такая форма сразу показывает, что перед нами уравнение второй степени и что его можно решать общим способом.

Коэффициент a

Число a стоит при x^2 и определяет квадратный характер уравнения. Если a не равно нулю, уравнение остаётся квадратным; при $a = 0$ оно превращается в линейное.

Коэффициент b

Коэффициент b умножает x и влияет на расположение корней. Он участвует в формуле дискриминанта и формуле корней, поэтому его нужно внимательно записывать со знаком.

Свободный член c

Число c не содержит x и называется свободным членом. Оно показывает, какое значение остаётся в уравнении без переменной, и тоже входит в вычисление дискриминанта.

Парабола и корни квадратного уравнения

График функции

График функции $y = ax^2 + bx + c$ имеет форму параболы. По её положению можно понять, как ведёт себя уравнение и сколько у него действительных корней.

Пересечение с осью x

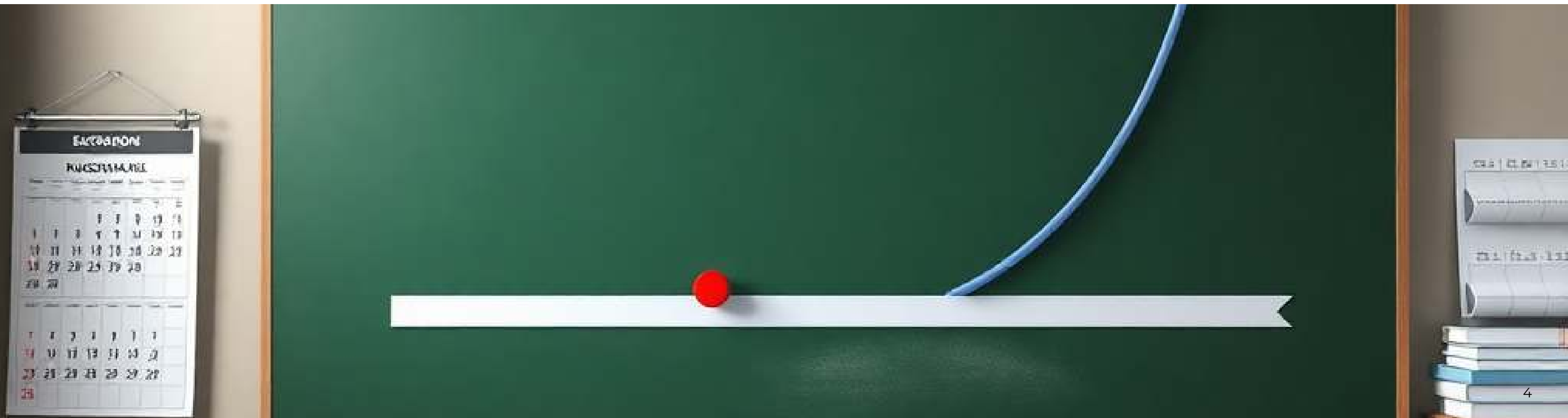
Точки пересечения параболы с осью x соответствуют решениям уравнения $ax^2 + bx + c = 0$. Именно в этих точках значение y становится равным нулю.

Два или один корень

Если парабола пересекает ось x в двух точках, у уравнения два корня. Если она только касается оси, корень один и он называется двойным.

Нет пересечения

Когда парабола не пересекает ось x , действительных корней нет. В таком случае уравнение всё равно можно анализировать, но его решения в действительных числах отсутствуют.



3

**варианта ответа
определяет знак
дискриминанта.**

Знак D сразу показывает, будет ли у уравнения два корня, один корень или ни одного действительного решения.

Школьная формула дискриминанта $D = b^2 - 4ac$

Три случая по значению дискриминанта

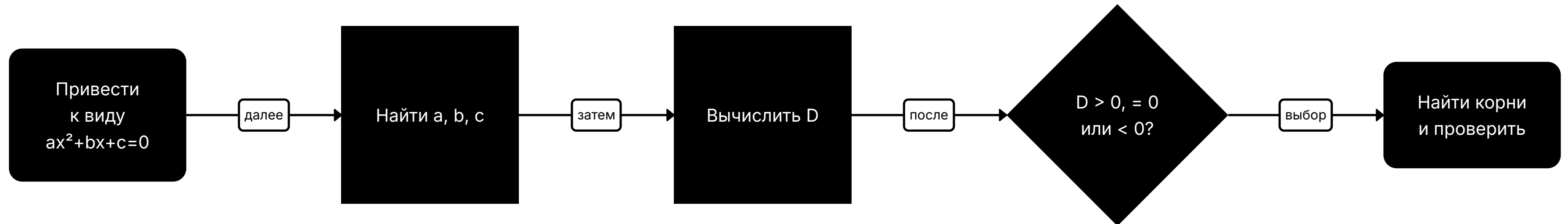
Таблица показывает, как знак дискриминанта влияет на число действительных корней и вид ответа.

Знак D полностью определяет количество действительных решений.

D	Корни	Ответ	Пример
> 0	2	два корня	$x^2-5x+6=0$
= 0	1	один корень	$x^2-6x+9=0$
< 0	0	корней нет	$x^2+x+1=0$

Как решать квадратное уравнение

Последовательность действий при использовании дискриминанта.



Формула корней при $D > 0$

1. Подставить данные

Сначала находят дискриминант и подставляют его в формулу. В числителе используется коэффициент b , а в знаменателе всегда стоит $2a$, поэтому важно не перепутать эти части.

2. Получить два значения

Знак плюс и знак минус дают два разных результата. Так находят два действительных корня: один соответствует прибавлению квадратного корня, второй — его вычитанию.

3. Записать ответ аккуратно

После вычислений корни записывают отдельно: x_1 и x_2 . Затем их желательно проверить подстановкой в исходное уравнение, чтобы убедиться, что оба значения верны.

1

**корень получается
двойным.**

При нулевом дискриминанте обе формулы приводят к одному и тому же значению, поэтому уравнение имеет единственный корень.

Формула корней квадратного уравнения при $D = 0$



Случай, когда $D < 0$

Действительных корней нет

Если дискриминант меньше нуля, квадратный корень из него в действительных числах не существует. Поэтому в школьной записи сразу делают вывод: корней нет.

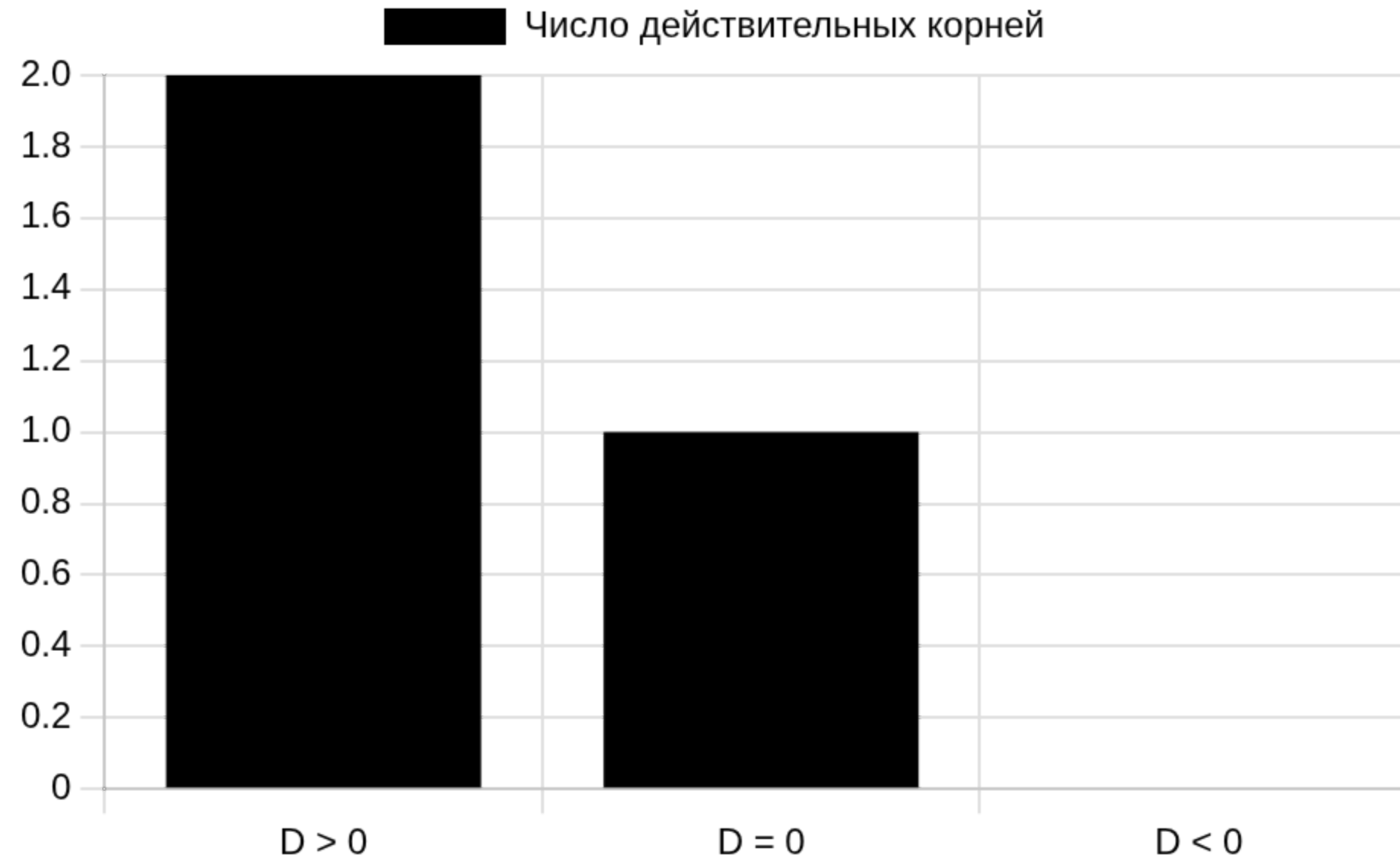
Что это значит

Это не ошибка в уравнении и не отсутствие смысла. Просто его решения не выражаются действительными числами, которые изучают в 8 классе.

Графический смысл

На графике парабола не пересекает ось x . По этой картинке легко понять, почему уравнение не имеет действительных корней и почему ответ записывают коротко.

Как дискриминант связан с количеством корней



Знак дискриминанта сразу подсказывает, сколько решений можно ожидать, ещё до вычисления самих корней.

Чем больше D, тем больше действительных корней; отрицательное значение означает отсутствие решений в действительных числах.

Учебная формула квадратного уравнения: $D = b^2 - 4ac$.

Откуда появляется формула корней

Начало преобразования

Квадратное уравнение сначала приводят к удобному виду, чтобы собрать все слагаемые с x в одной части. Затем коэффициент при x^2 делают одинаковым по всей записи и подготавливают выражение к выделению полного квадрата. Это первый шаг к формуле корней.



Появление полного квадрата

После преобразований выражение становится похожим на квадрат суммы или разности. В такой записи можно извлечь корень из обеих частей и получить два варианта ответа. Именно здесь появляются элементы, из которых складывается формула: знаменатель $2a$ и дискриминант $b^2 - 4ac$.



Почему формула универсальна

Метод полного квадрата работает для любого квадратного уравнения, поэтому полученная формула подходит и для простых, и для более сложных примеров. Она не зависит от удачного разложения на множители и позволяет найти корни даже тогда, когда они не сразу видны.



Пример решения уравнения $x^2 - 5x + 6 = 0$

Шаг	Запись	Ответ
1	a, b, c	1, -5, 6
2	$D = b^2 - 4ac$	1
3	x_1, x_2	3 и 2

Пример, составленный по школьной формуле дискриминанта.

Показан полный ход решения: от определения коэффициентов до проверки найденных корней.

Получились два различных корня, и оба подтверждаются подстановкой в исходное уравнение.

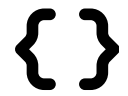
0

**означает, что уравнение
имеет один двойной
корень.**

При нулевом дискриминанте обе формулы дают одно и то же значение, поэтому ответ записывают одним числом.

Пример уравнения $x^2 - 6x + 9 = 0$, вычисленный по формуле дискриминанта.

Типичные ошибки при решении



Забывают скобки

При подстановке отрицательного b важно сохранять скобки. Иначе знак теряется, и дискриминант или корни получаются неверными уже в первом вычислении.



Путают знаменатель

В формуле корней делят именно на $2a$, а не только на a . Эта ошибка особенно заметна, когда коэффициент при x^2 равен 1.



Неверно считают дискриминант

Часто ошибаются при возведении b в квадрат или при вычислении $4ac$. Полезно делать вычисления по шагам и не пропускать промежуточные записи.



Неправильно записывают корень

Иногда путают знак перед корнем и порядок числителя. Чтобы не ошибиться, удобно сначала найти D , а затем отдельно подставить его в обе формулы.

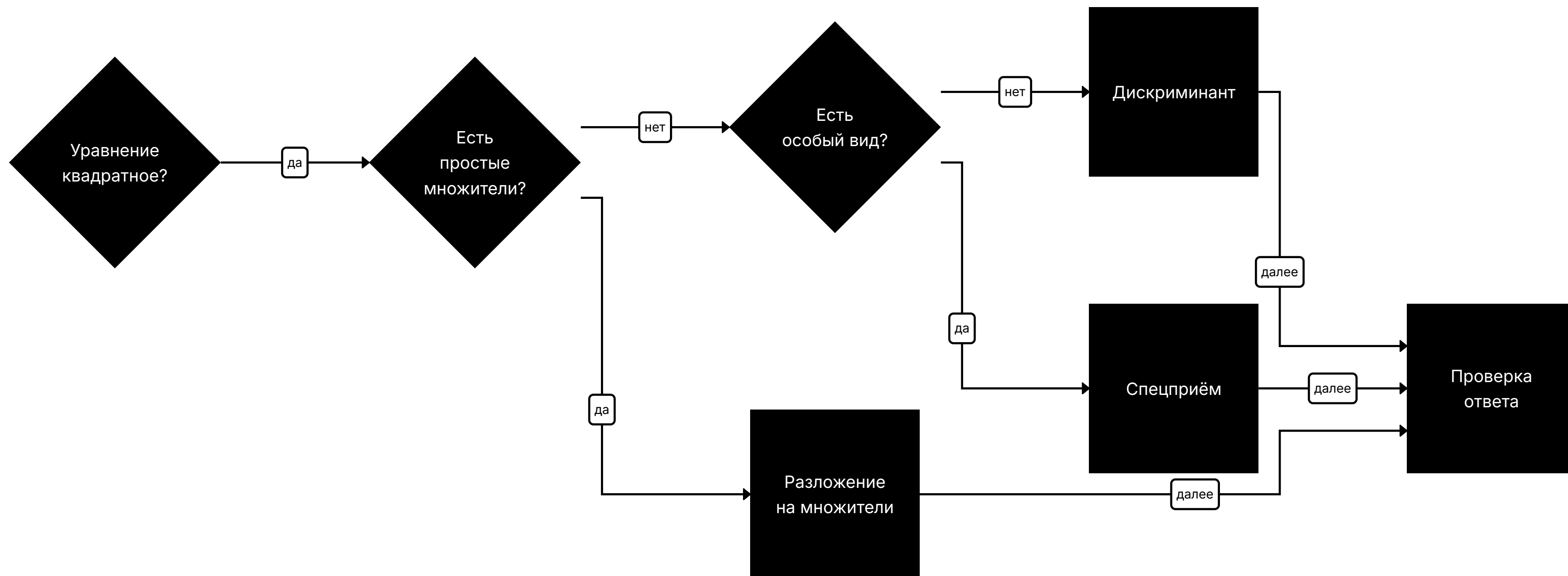


Не выполняют проверку

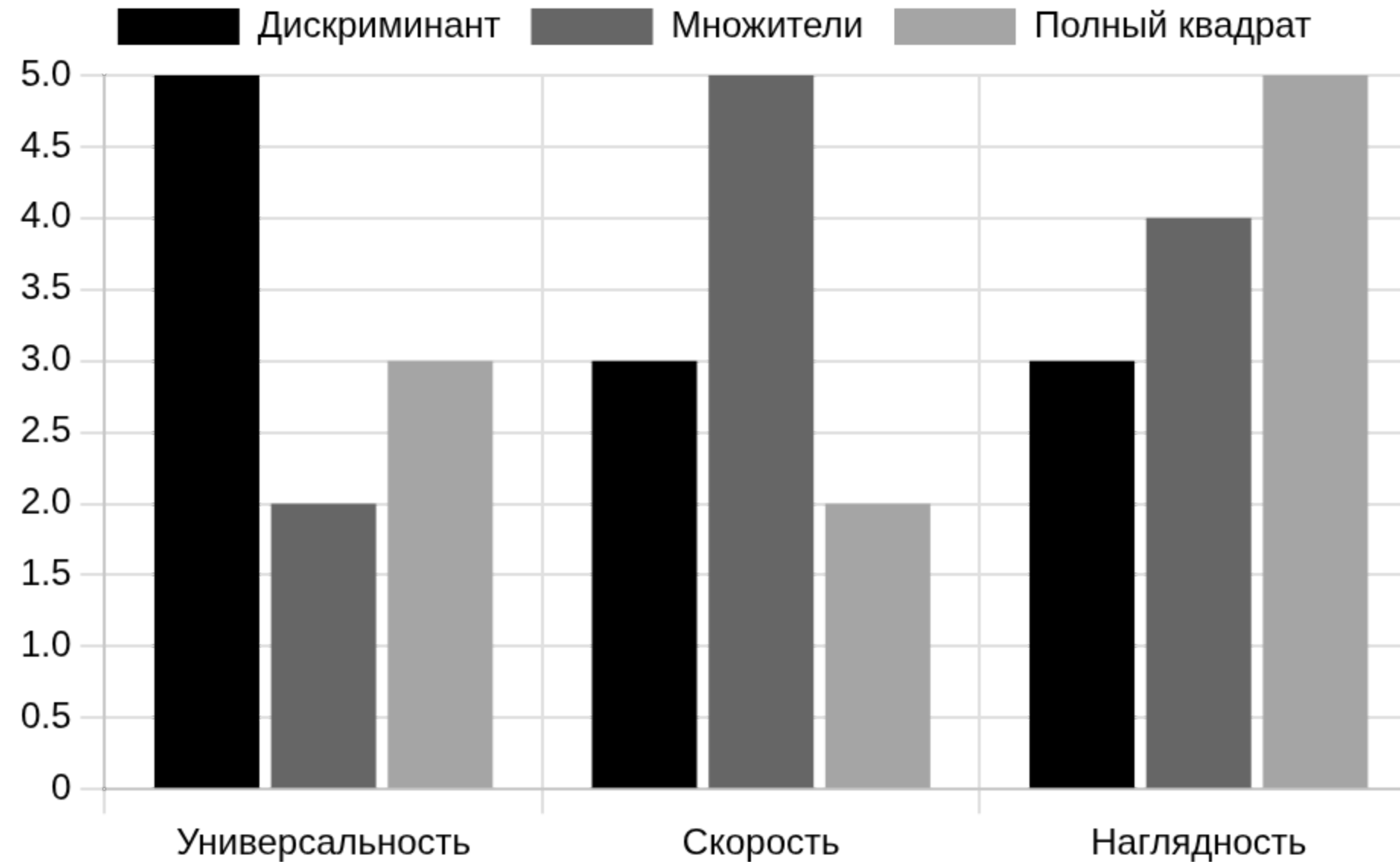
Подстановка найденных значений в исходное уравнение помогает быстро заметить неточность. Если хотя бы одно значение не даёт ноль, ответ нужно пересчитать.

Когда удобно использовать дискриминант

Схема помогает выбрать способ решения в зависимости от вида уравнения и видимости корней.



Сравнение способов решения квадратных уравнений



Выбор способа зависит от вида уравнения: иногда быстрее заметить множители, а иногда удобнее идти через формулу.

Дискриминант выигрывает по универсальности, множители — по скорости на простых примерах, полный квадрат — по наглядности.

Сравнительная характеристика школьных способов решения квадратных уравнений.

Где применяются квадратные уравнения



Задачи на движение

Квадратные уравнения помогают находить время, расстояние или скорость, когда в условии есть зависимость с квадратом неизвестного и нужно выбрать подходящее значение.



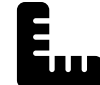
Геометрия

Их используют при вычислении сторон фигур, площадей и периметров. После решения важно проверить, подходит ли найденное число по смыслу задачи.



Траектория движения

При описании полёта тела вверх график часто связан с параболой. Корни уравнения показывают моменты, когда величина достигает нужного уровня.



Практические расчёты

В школьных и жизненных задачах квадратные уравнения помогают найти неизвестное число, но иногда из нескольких корней выбирают только положительные или реальные варианты.

Памятка по формуле решения

Короткая схема помогает быстро вспомнить общий вид уравнения, формулу дискриминанта и порядок действий.

Если помнить три случая по D и проверять ответ, можно уверенно решать большинство квадратных уравнений.

Что найти

$ax^2+bx+c=0$

$D=b^2-4ac$

$D>0, =0, <0$

Формула

общий вид

дискриминант

случай

Смысл

$a \neq 0$

число корней

2, 1, нет

Правила решения квадратных уравнений в школьном курсе алгебры.

Формула, которая всегда помогает

Дискриминант превращает решение квадратного уравнения в понятный алгоритм: найти коэффициенты, вычислить D , определить число корней и проверить ответ. Эта схема работает в каждом школьном примере.