

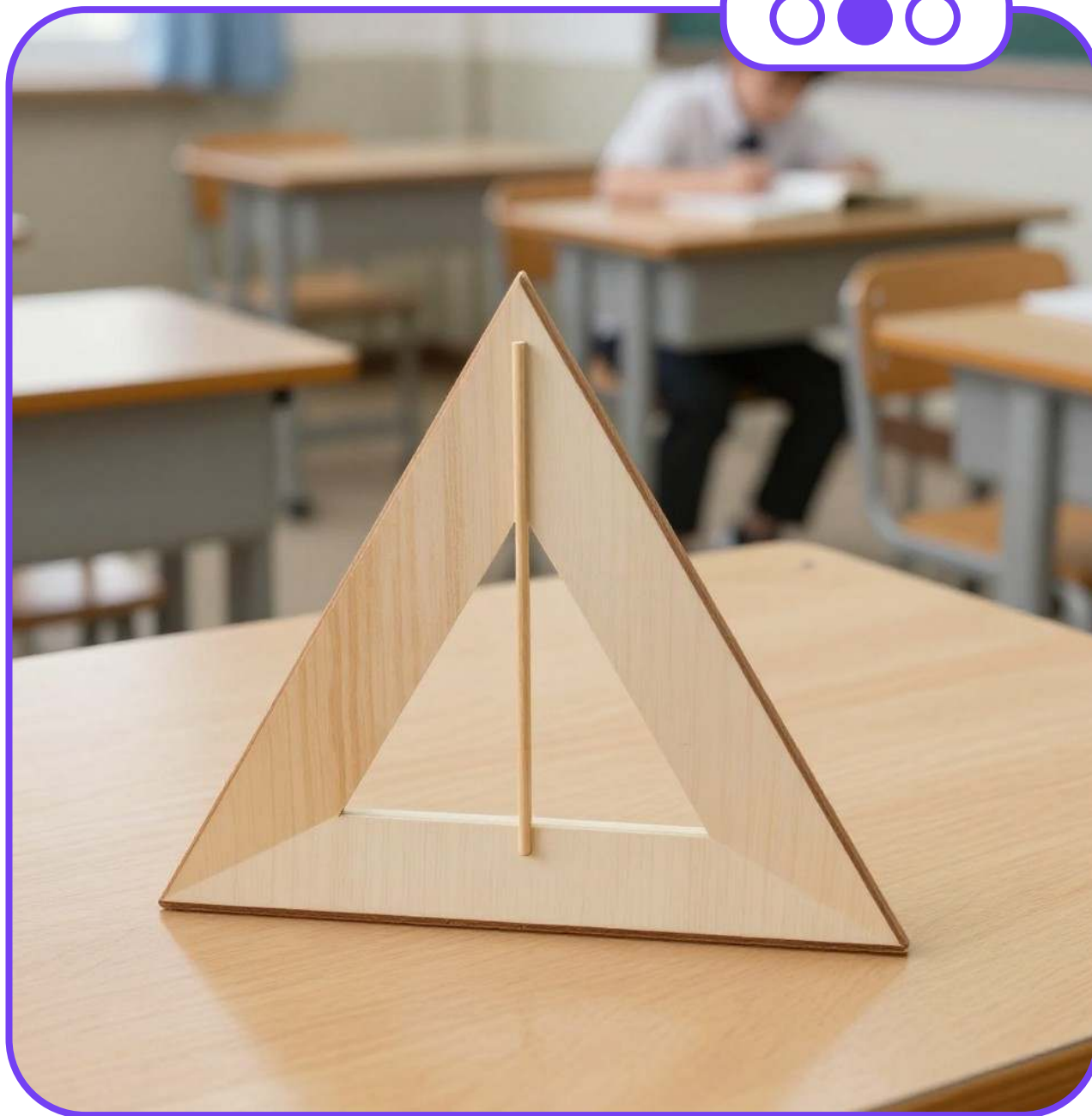
Равные треугольники. Высота, медиана, биссектриса



Равные треугольники совпадают по форме и размеру. Внутри них важны высота, медиана, биссектриса.



Почему эта тема нужна в геометрии 7 класса



Равные треугольники постоянно появляются в доказательствах и построениях. Линии внутри фигуры — высота, медиана и биссектриса — дают понятные свойства и помогают находить неизвестные элементы. В 7 классе это особенно связано с признаками равенства и перпендикулярностью.

Что означает равенство треугольников

01

Два треугольника равны, если их можно совместить наложением так, чтобы совпали все части. Тогда совпадают три пары соответствующих сторон и три пары соответствующих углов.

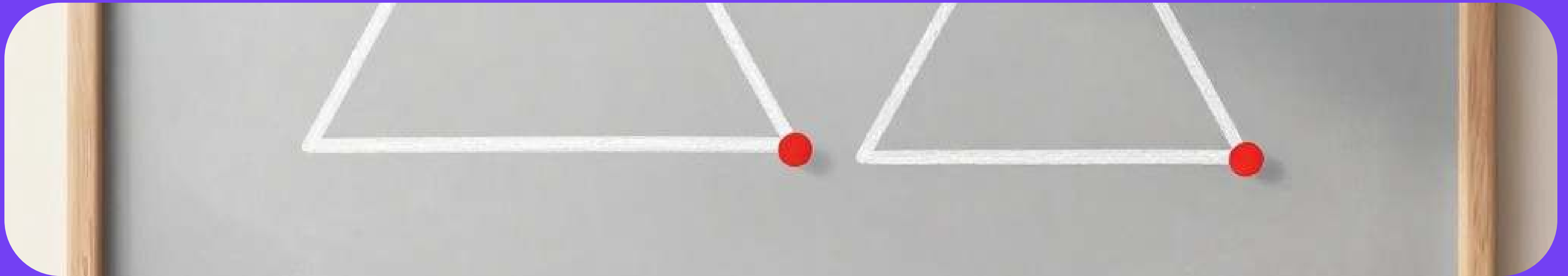
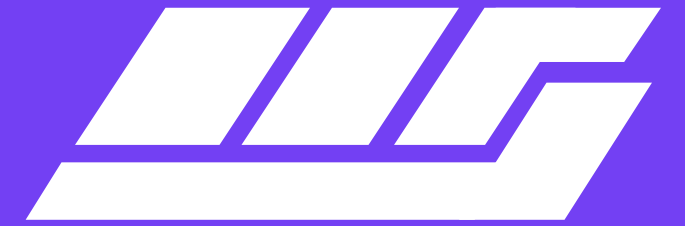
02

Для доказательства равенства используют три признака. Первый: по двум сторонам и углу между ними. Второй: по стороне и двум прилежащим углам. Третий: по трём сторонам.

03

Признаки позволяют сравнивать треугольники, не измеряя всё подряд. Достаточно указать ровно тот набор данных, который гарантирует полное совпадение формы и размеров.

Как отмечают равные треугольники на чертеже



Отметки на сторонах и углах

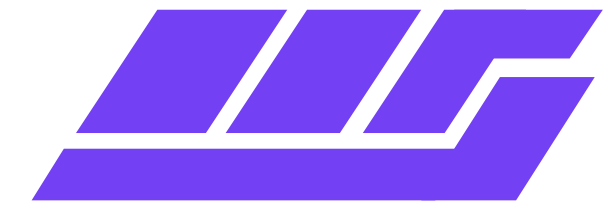
Равные стороны обычно обозначают одинаковыми штрихами, а равные углы — одинаковыми дугами. Также важно сохранить порядок вершин, чтобы было ясно, какие элементы считаются соответствующими.

Как показать совмещение фигур

Для понимания равенства полезно мысленно выполнить наложение: поворотом, отражением или просто совмещением. Если вершины и стороны совпадают полностью, значит треугольники действительно равны по условию.



Три признака равенства треугольников



В каждом признаке используется свой набор исходных данных: именно он и гарантирует совпадение всех сторон и углов.

Учебное содержание по геометрии 7 класса: три классических признака равенства треугольников.

Если в задаче есть нужные отметки и равенства, можно уверенно применять соответствующий признак и делать вывод о полном равенстве треугольников.

Высота треугольника

01

Высота — это отрезок, проведённый из вершины перпендикулярно к противоположной стороне (или к её продолжению). Для каждого треугольника высот три: к каждой стороне своя высота.

02

В остроугольном треугольнике все высоты находятся внутри фигуры и пересекаются в одной внутренней точке. Поэтому чертёж обычно выглядит «аккуратно» и симметрично.

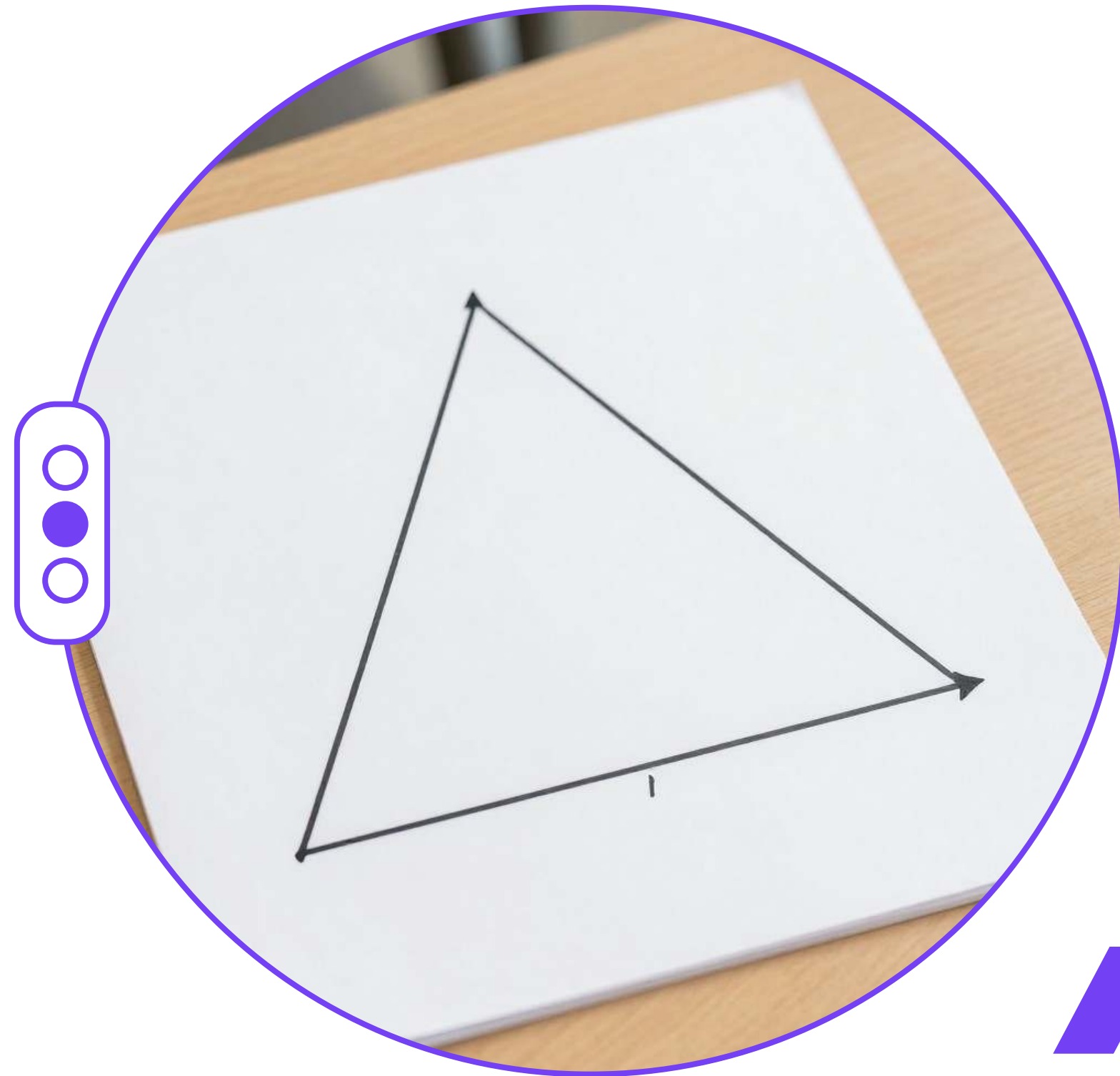
03

В прямоугольном треугольнике две высоты совпадают по направлению с катетами: они образуют прямые углы уже по построению. Третья высота опирается на гипотенузу.

04

В тупоугольном треугольнике одна высота выходит за пределы треугольника. Это не ошибка: высота определяется перпендикуляром к стороне, даже если точка пересечения получается «снаружи».

Как на рисунке изображают высоту



- На чертеже высоту отмечают значком прямого угла у основания перпендикуляра. Так видно, что отрезок идёт из вершины под углом 90° к стороне (или к её продолжению).
- Высота нужна и для площади: $S = 1/2 \cdot \text{основание} \cdot \text{высота}$. Поэтому, когда в задаче требуется найти площадь, сначала обычно находят подходящую высоту и выбирают соответствующее основание.

Высота, медиана и биссектриса: сравнение свойств



Материал школьного курса геометрии 7 класса
(определения и свойства трёх линий в треугольнике).



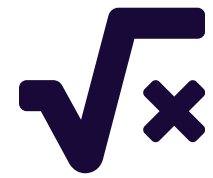
Сравните, как одна линия определяется по своему положению и какое действие она выполняет в треугольнике. По этим различиям удобно не путать линии при решении задач.

Линия	Определение	Основное свойство	Что помогает найти
Высота	Перпендикуляр к стороне	Задаёт расстояние	Площадь, перпендикулярность
Медиана	Из вершины к середине стороны	Делит на равные по площади части	Середину, сравнение площадей
Биссектриса	Делит угол на два равных	Связана с симметрией углов	Неизвестные углы

Линии похожи тем, что все проводятся из вершины. Но их «смысл» разный: высота отвечает за перпендикуляр и расстояние, медиана — за середину, биссектриса — за равенство частей угла.



Медиана треугольника



Определение

Медиана — это отрезок, который соединяет вершину треугольника с серединой противоположной стороны. У любого треугольника медиан три, по одной к каждой стороне.



Главное свойство

Каждая медиана делит треугольник на два треугольника одинаковой площади. Это происходит потому, что медиана «выводит» середину стороны.



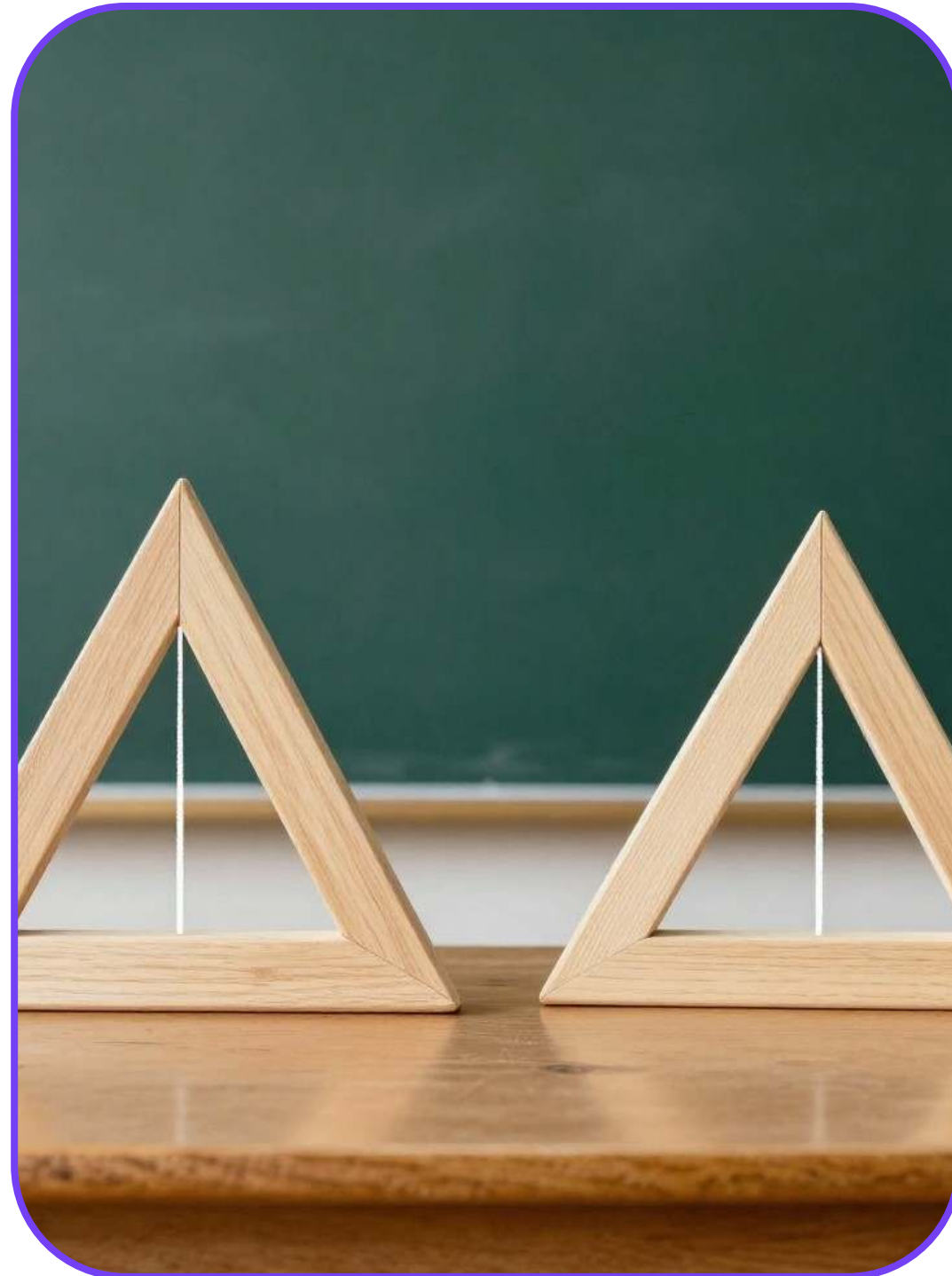
Зачем она в задачах

В задачах 7 класса медиана часто помогает находить середины отрезков, сравнивать площади и доказывать равенства. Поэтому её удобно проводить там, где дана середина или есть симметрия.

Медиана в равных треугольниках

01

В равных треугольниках соответствующие медианы тоже равны: ведь совпадают и вершины, и противоположные стороны, а середина каждой стороны переходит в середину соответствующей стороны. Поэтому линии «работают одинаково» в обеих фигурах.



02

Если треугольник равнобедренный, то медиана к основанию делит основание пополам и часто совмещается с высотой и биссектрисой. На рисунке это удобно показать одной линией, которая отражает сразу несколько свойств.

Биссектриса треугольника

Биссектриса — это луч или отрезок, который делит угол треугольника на две равные части. Если $\sphericalangle A$ разделён биссектрисой, то получаются два равных угла у вершины.

1

В любом треугольнике можно провести три биссектрисы, по одной для каждого угла. Они пересекаются в одной точке — центре вписанной окружности (инцентре).

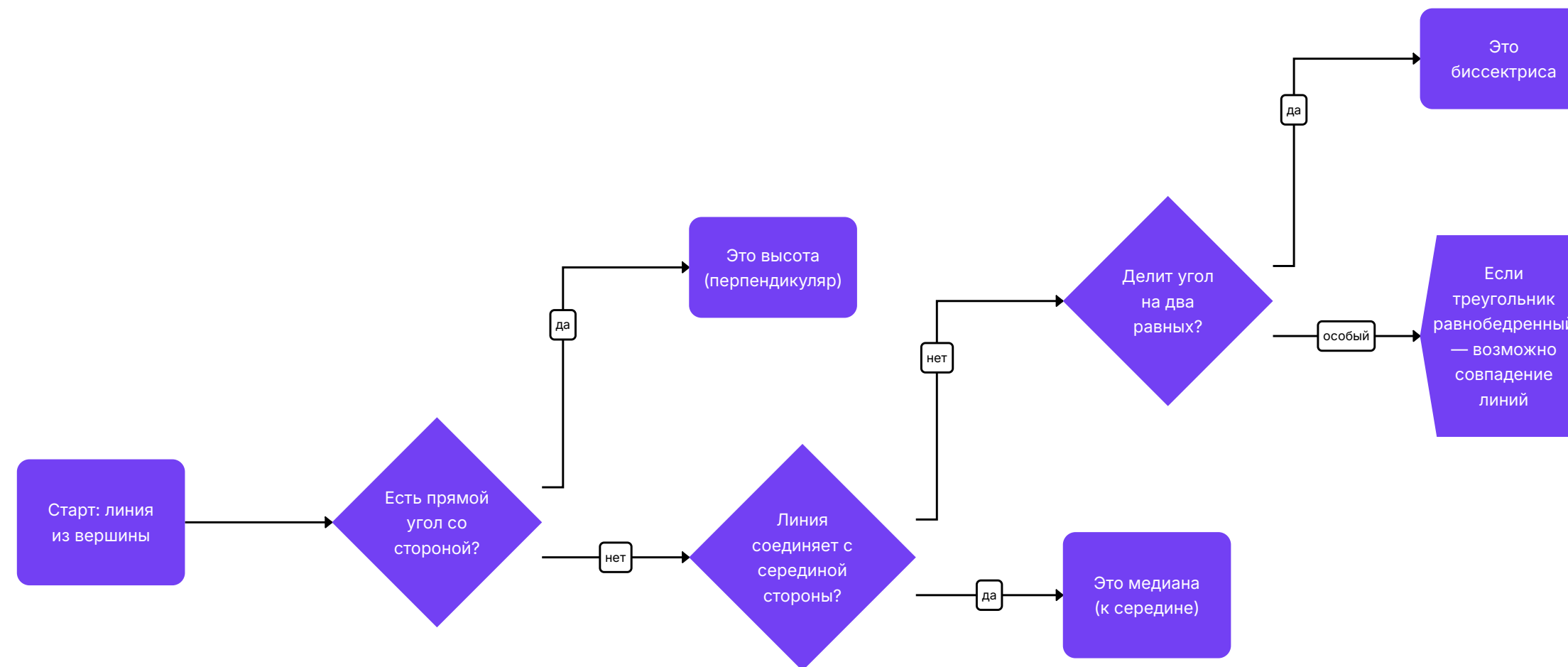
2

Центр вписанной окружности равноудалён от всех трёх сторон, поэтому биссектрисы тесно связаны с задачами про окружность и с симметрией: отражение относительно оси сохраняет равные углы.

3

Как различить высоту, медиану и биссектрису

Сначала проверьте, откуда проведена линия, затем — какое геометрическое условие она выполняет: прямой угол, середину стороны или равенство частей угла.



Свойства линий в равнобедренном треугольнике



В равнобедренном треугольнике осевая симметрия «склеивает» три разные по определению линии в одну геометрическую ось.

Схематическая модель свойств равнобедренного треугольника (учебный материал, без числовых измерений).

Если видите одинаковые боковые стороны, то от вершины к основанию часто можно искать одну линию, которая одновременно выполняет несколько ролей.



2

это означает, что один отрезок одновременно делит основание пополам и образует перпендикуляр, а также делит угол при вершине

Изложение по школьной геометрии (теорема о медиане к основанию в равнобедренном треугольнике).

Если из вершины проведён отрезок, который одновременно является высотой и медианой, то треугольник равнобедренный. Обратное тоже верно: совпадают роли линии.

Что дают три линии при решении задач

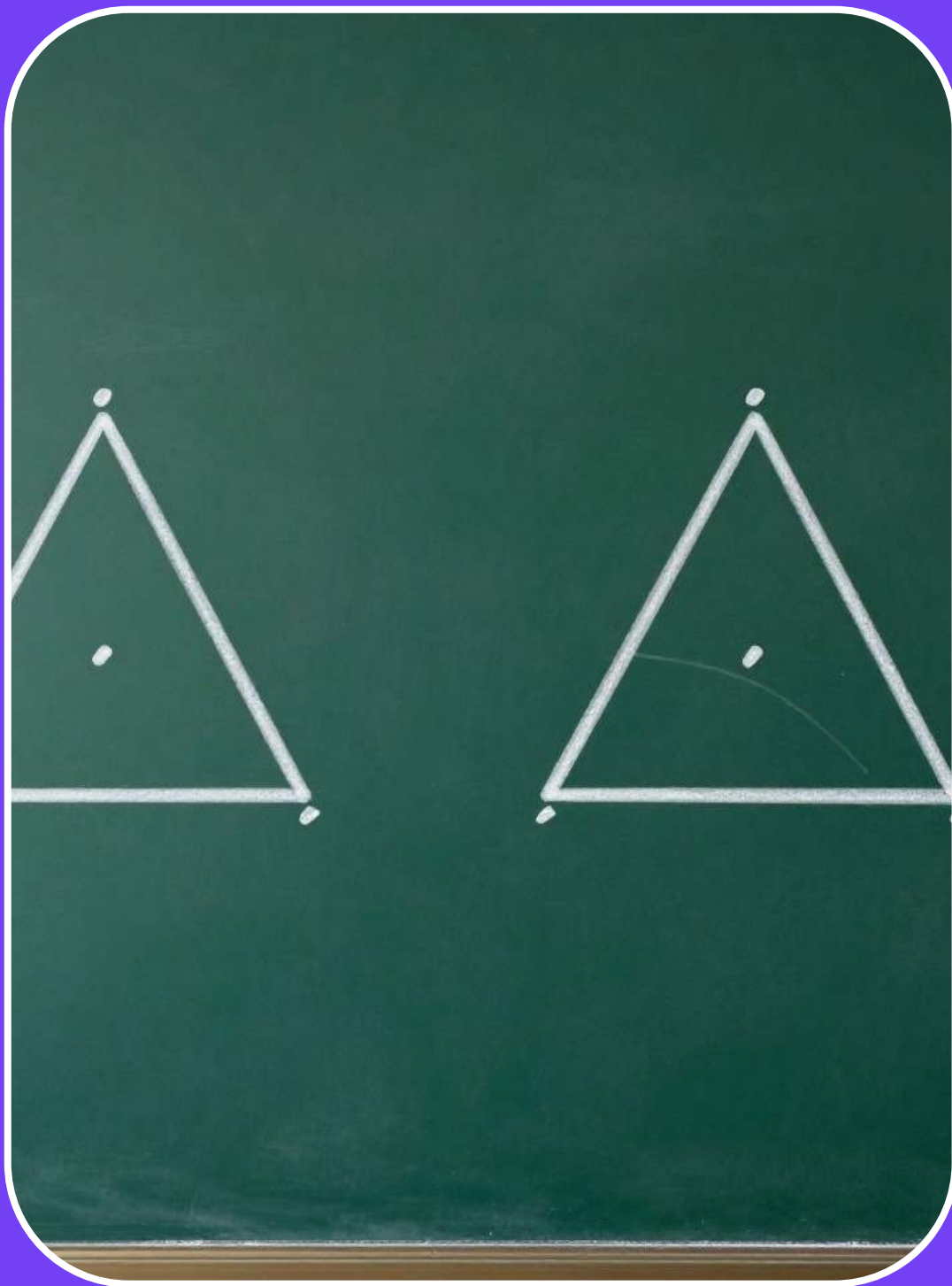
Учебные определения и свойства биссектрисы, медианы и высоты (материал курса 7 класса).

Линия	Основное свойство	Типичные задачи
Высота	Перпендикуляр к стороне	Площадь, прямые углы
Медиана	Делит сторону пополам	Площади частей, сравнение
Биссектриса	Делит угол пополам	Симметрия углов, окружность

Три «главные» линии работают по-разному, но в каждом случае дают конкретное свойство: перпендикулярность, деление стороны пополам или равенство частей угла.

Чтобы быстрее находить неизвестные, удобно сначала выбрать линию по её «признаку»: прямой угол, середина или равные углы.

Пример задачи на равные треугольники



Рассмотрим два треугольника, у которых даны две пары равных сторон и равный угол между ними. Тогда по первому признаку треугольники равны, что сразу фиксирует соответствие вершин.

1

После этого одинаковыми становятся не только стороны и углы, но и высоты, медианы и биссектрисы, проведённые к соответствующим сторонам. На рисунке полезно показать одинаковые отметки и стрелками указать пары вершин.

2

Частые ошибки при изучении темы



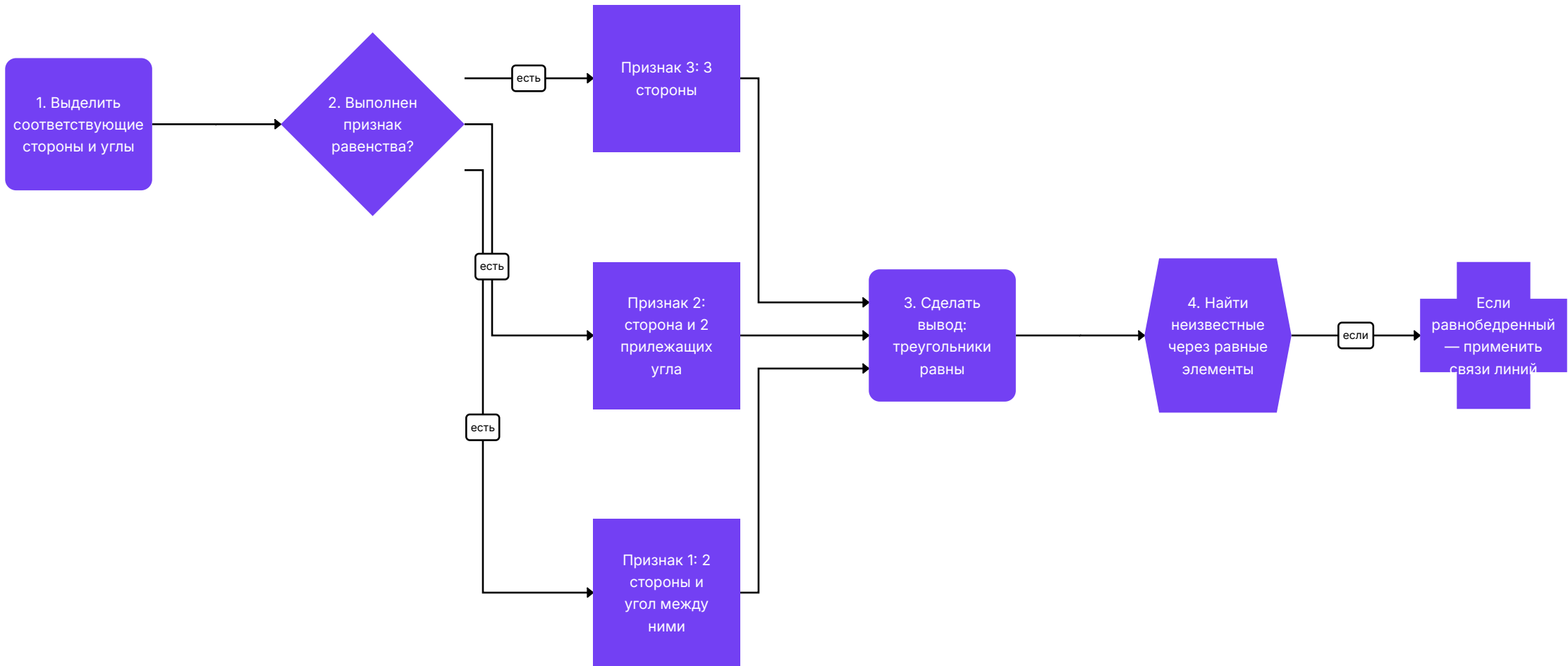
Часто ошибки возникают не из-за сложных вычислений, а из-за неверной «идеи линии»: какая она по определению и к какой стороне относится.

Обобщение типичных затруднений из школьной практики преподавания темы (без статистических подсчётов).

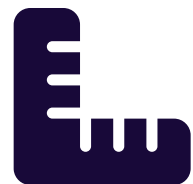
Если внимательно проверять признак линии и порядок соответствующих вершин, большинство неверных выводов в доказательствах исчезает.

Алгоритм доказательства равенства треугольников

Действуйте последовательно: сначала сопоставьте элементы, затем проверьте один из трёх признаков, после чего используйте равенство для дальнейших выводов.

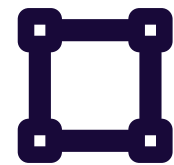


Где применяются эти знания



Площади и перпендикуляры

Высота помогает быстро находить площади и проверять перпендикулярность, а равенство треугольников позволяет переносить эти свойства на другие части чертежа без лишних вычислений.



Углы и деление углов

Биссектрисы связывают равные углы с симметрией. Когда треугольники равны, равными становятся и углы, а значит, можно точнее определять направления на рисунке.



Симметрия и построения

В задачах про построение и доказательство полезно искать одну линию, которая по осевой симметрии даёт сразу несколько равенств: равные стороны, углы и соответствующие линии.



Черчение и инженерные схемы

Треугольники — устойчивые геометрические фигуры. Поэтому их свойства используют в чертежах, моделях конструкций и учебных схемах, где нужно обосновывать размеры и соответствия.





Равные треугольники — это «совпадение по всем элементам»



Равные треугольники полностью совпадают по сторонам и углам, а значит, совпадают и их высоты, медианы и биссектрисы. В равнобедренном треугольнике эти линии особенно тесно связаны.

