

# Параллелепипед: одна из главных фигур стереометрии

Изучаем форму с 6 гранями, 12 рёбрами и 8 вершинами.



# Зачем изучать параллелепипед в 8 классе

Параллелепипед помогает перейти от плоских фигур к пространственным: у него можно измерять длину, ширину и высоту, находить объём, площадь поверхности и диагонали на понятных примерах из жизни.

# Определение и основные признаки параллелепипеда

## ■ Общее определение

Параллелепипед — это многогранник, у которого каждая грань является параллелограммом. Такая форма сразу задаёт фигуре объём и делает её удобной для изучения в стереометрии.

## ■ Противоположные грани

У параллелепипеда противоположные грани всегда попарно равны и параллельны. Это значит, что верх и низ, а также боковые пары полностью совпадают по форме и размеру.

## ■ Рёбра фигуры

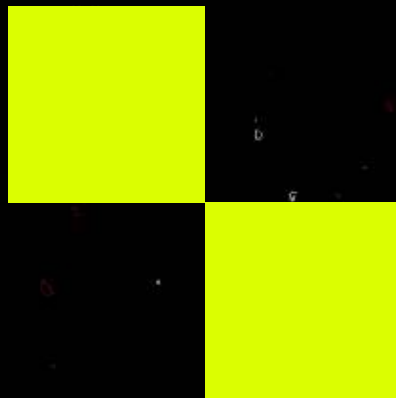
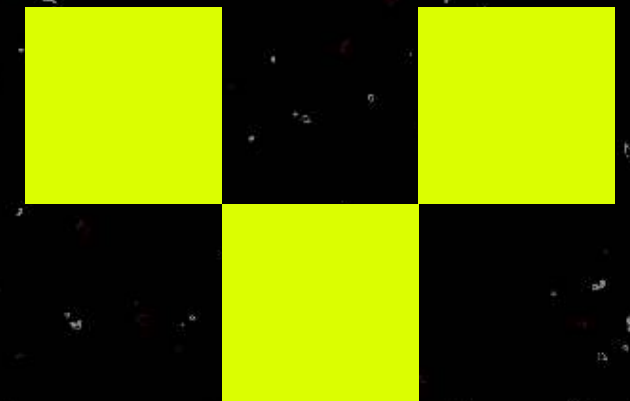
Противоположные рёбра тоже попарно параллельны и равны. Благодаря этому каркас фигуры выглядит упорядоченно, а его стороны можно удобно сравнивать и обозначать на чертеже.

## ■ Сколько их всего

У любой такой фигуры всегда 6 граней, 12 рёбер и 8 вершин. Эти числа помогают быстро распознать параллелепипед среди других объёмных многогранников.

## ■ Почему это важно

Знание признаков позволяет не путать параллелепипед с другими фигурами. Если хотя бы одно из основных свойств нарушено, перед нами уже не параллелепипед.



# Строение параллелепипеда на чертеже

## Видимые грани

На чертеже обычно выделяют переднюю, верхнюю и боковую грани. Они помогают увидеть фигуру как объёмное тело, а не как обычный плоский четырёхугольник.

## Рёбра и вершины

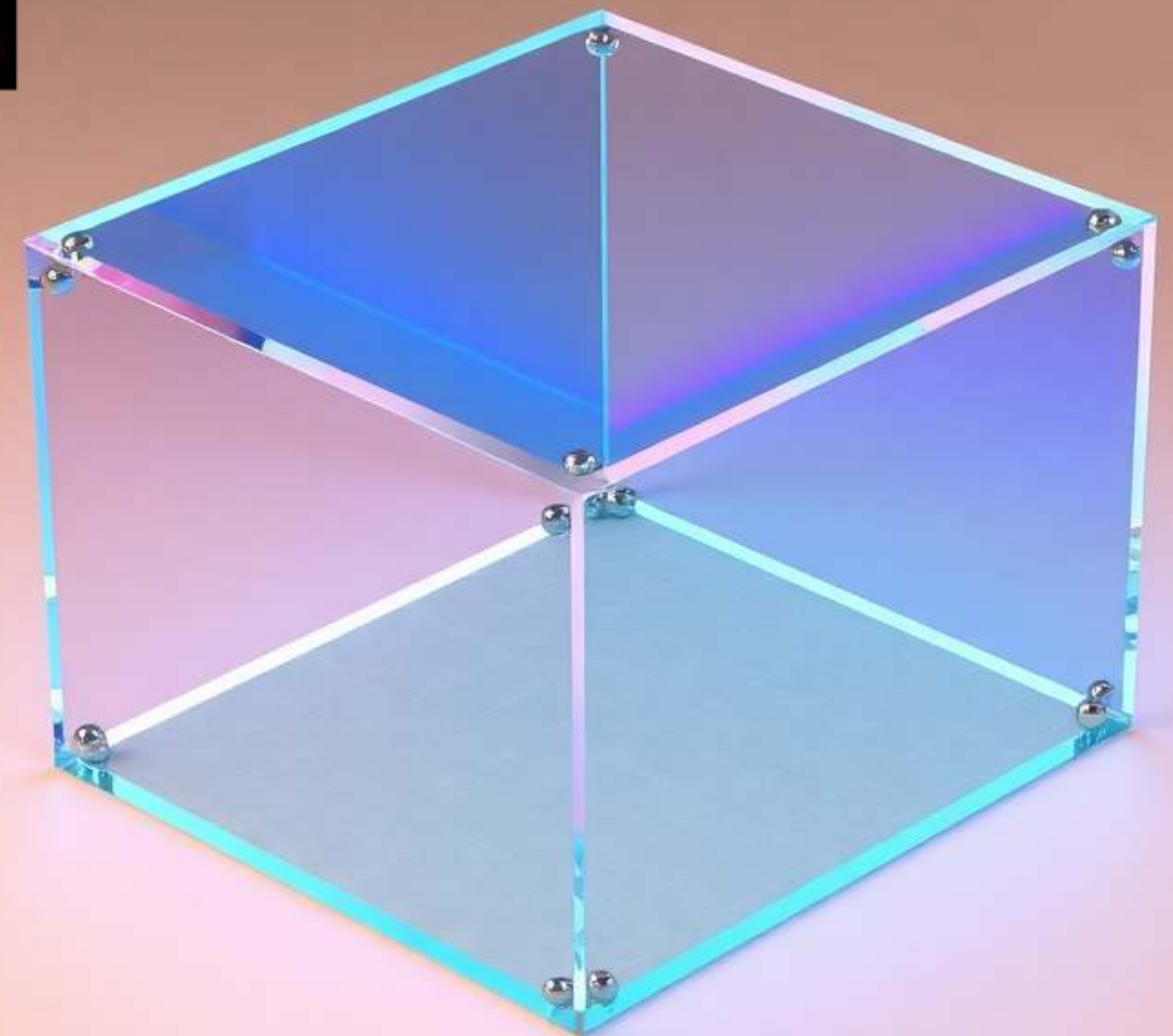
Вершины показывают точки соединения, а рёбра образуют границы граней. По ним легко проследить форму каркаса и понять, как части фигуры связаны между собой.

## Диагонали граней

Диагонали, лежащие на поверхностях, соединяют противоположные вершины одной грани. Они помогают изучать не только форму, но и внутреннюю симметрию отдельных сторон.

## Пространственная диагональ

Диагональ самой фигуры проходит внутри параллелепипеда и соединяет противоположные вершины. Именно она показывает, как измерять расстояния в объёмных телах.



# Элементы параллелепипеда и их количество

Таблица показывает основные элементы фигуры и их число.

Элементы повторяются строго и симметрично: противоположные части равны, а их количество остаётся неизменным для любой такой фигуры.

| Элемент          | Количество | Пример          |
|------------------|------------|-----------------|
| Грани            | 6          | верх и низ      |
| Рёбра            | 12         | каркас          |
| Вершины          | 8          | углы            |
| Диагонали граней | 12         | на поверхностях |

Свойства параллелепипеда из школьной геометрии.

# Соотношение основных элементов фигуры

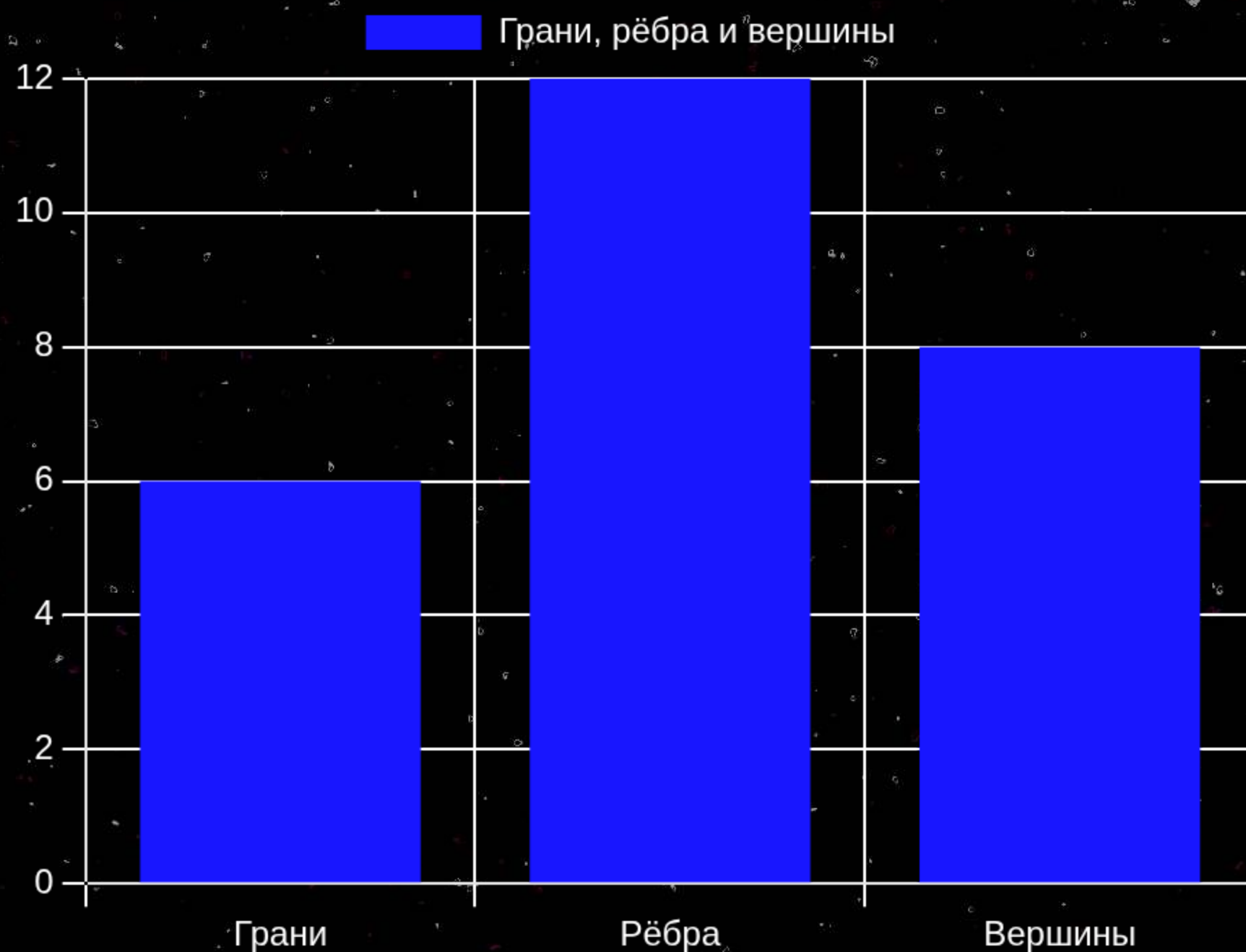


Диаграмма помогает быстро увидеть, что рёбер у фигуры больше всего, а вершины соединяются по три в одной точке.

Числа показывают упорядоченность строения: рёбер вдвое больше, чем граней, а вершины объединяют каркас фигуры в единую пространственную модель.

Свойства параллелепипеда из школьного курса геометрии.

# Прямоугольный параллелепипед как частный случай

1

## Прямые углы

У прямоугольного параллелепипеда все углы между соседними рёбрами равны  $90^\circ$ . Поэтому его грани выглядят как обычные прямоугольники, знакомые по тетрадным рисункам и предметам вокруг нас.

2

## Три измерения

Размеры этой фигуры называют длиной, шириной и высотой. Такое обозначение удобно, потому что каждое измерение имеет своё место и помогает точно описать форму предмета.

3

## Удобство вычислений

Для прямоугольного параллелепипеда легко находить площадь поверхности и объём, потому что все необходимые величины выражаются через три измерения. Это делает задачи короче и понятнее.

# Куб — особый случай прямоугольного параллелепипеда

## ■ Все рёбра равны

У куба 12 одинаковых рёбер, поэтому его форма кажется особенно правильной и симметричной. Каждая сторона полностью совпадает по длине с любой другой стороной.

## ■ Грани-квадраты

Все 6 граней куба — квадраты. Это отличает его от обычного прямоугольного параллелепипеда, у которого грани могут быть прямоугольниками разных размеров.

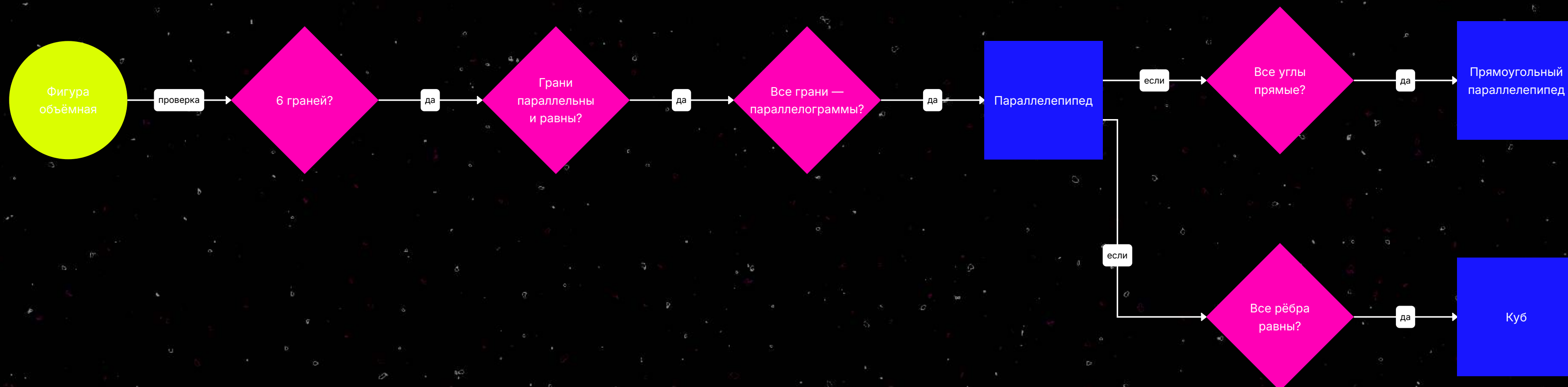
## ■ Частный случай

Куб относится к параллелепипедам, потому что его противоположные грани параллельны и равны. Если представить прямоугольный параллелепипед с равными рёбрами, получится именно куб.

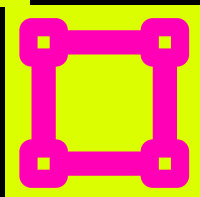


# Как определить, что фигура является параллелепипедом

Схема проверки признаков на основе свойств объёмного многогранника.



# Рёбра, диагонали и вершины фигуры



## Рёбра

Рёбра образуют каркас параллелепипеда и соединяют его вершины. По ним легче всего увидеть форму фигуры и понять, где располагаются её грани в пространстве.



## Диагонали

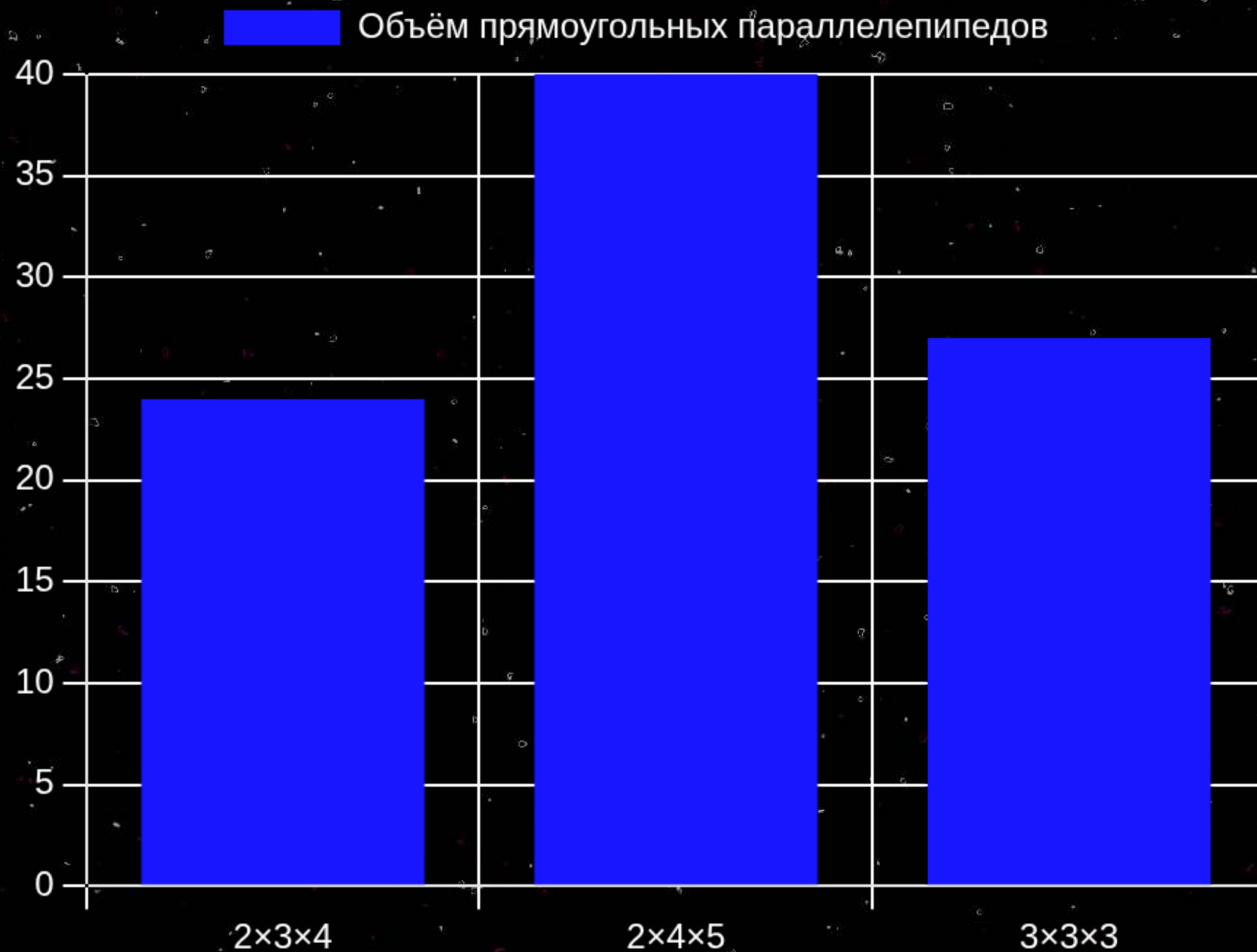
Диагональ грани лежит на поверхности, а пространственная диагональ проходит внутри фигуры. Эти отрезки помогают находить расстояния и сравнивать размеры объёмных тел.



## Вершины

В вершинах сходятся рёбра, и именно они показывают, как строится фигура из отдельных частей. По вершинам удобно ориентироваться на чертеже и в модели.

# Как меняется объём при разных размерах



Для сравнения все размеры заданы в одинаковых единицах, поэтому объёмы можно сопоставлять напрямую.

Самый большой объём у фигуры  $2 \times 4 \times 5$ : увеличение одной стороны заметно повышает результат.

■ Данные из условия задания, 2025

Объём зависит сразу от длины, ширины и высоты, поэтому без одной из них вычисление невозможно.

3

величины нужны для вычисления объёма по формуле  $V = a \times b \times h$ .

# Площадь поверхности параллелепипеда

## Что складывают

Площадь поверхности получают как сумму площадей всех граней. Для прямоугольного параллелепипеда это удобно записывать через пары равных противоположных сторон.

## Формула для расчёта

Если известны длина, ширина и высота, используют выражение  $S = 2(ab + ah + bh)$ . Оно помогает быстро найти общую площадь без поочерёдного подсчёта каждой грани.

## Где это пригодится

Площадь поверхности нужна, когда считают количество краски, бумаги, плёнки или картона для покрытия и упаковки предмета.



# Величины, обозначения и единицы измерения

| Величина            | Обозначение | Единицы                          |
|---------------------|-------------|----------------------------------|
| Длина               | $a$         | см, м                            |
| Объём               | $V$         | см <sup>3</sup> , м <sup>3</sup> |
| Площадь поверхности | $S$         | см <sup>2</sup> , м <sup>2</sup> |

Таблица помогает не путать обозначения измеряемых величин и правильно выбирать единицы в задачах на параллелепипед.

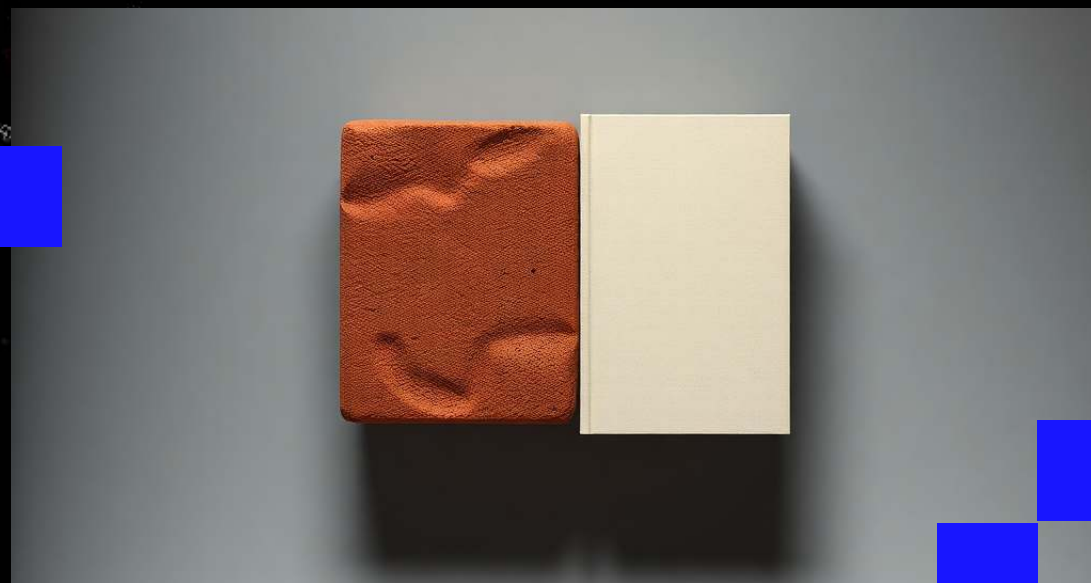
Для длины, площади и объёма используются разные единицы, и особенно важно не забывать кубические единицы у объёма.

# Примеры вокруг нас



## Коробка, в которой всё на месте

Обычная коробка для обуви или техники почти всегда напоминает прямоугольный параллелепипед. У неё ровные грани, легко складывающиеся стороны и удобная форма для хранения. Поэтому такие коробки просто ставить одну на другую и перевозить без лишних пустот.



## Кирпич и книга: простая геометрия в руках

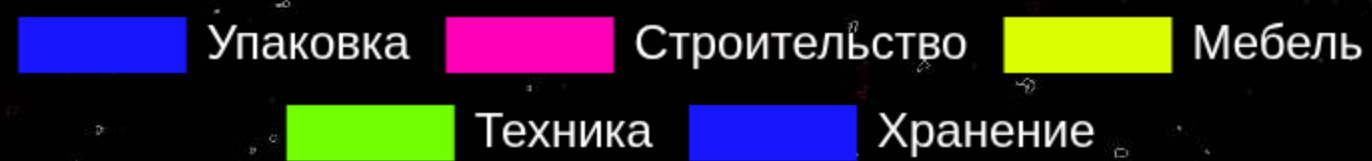
Кирпич и книга выглядят по-разному, но по форме очень близки. Их прямые грани помогают аккуратно укладывать предметы рядами, а одинаковые размеры упрощают подсчёт места на полке, в стопке или в стене.



## Шкафная полка и порядок в комнате

Полка в шкафу тоже часто имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Такая конструкция позволяет рационально использовать пространство: вещи можно разложить по размерам, а саму мебель — удобно встроить в комнату.

# Где чаще всего встречается форма параллелепипеда



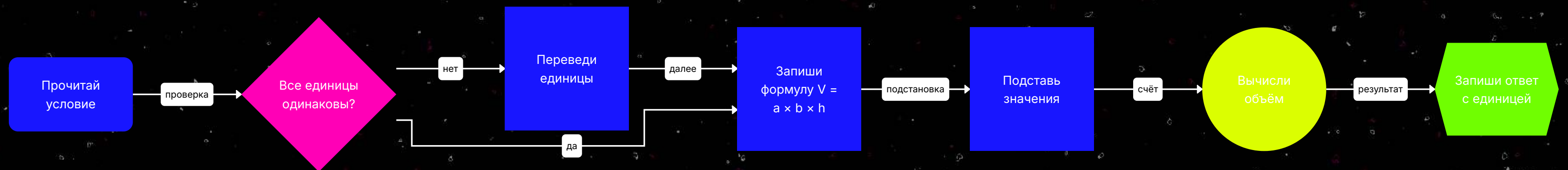
В быту эта форма особенно полезна там, где важны устойчивость, компактность и удобная укладка предметов.

На диаграмме заметно, что прямоугольная форма чаще нужна в упаковке и строительстве, а также помогает экономить место.

Иллюстративные данные для учебной диаграммы, 2025

# Алгоритм решения задач на объём параллелепипеда

Последовательность действий при нахождении объёма по известным размерам



# Типичные ошибки при работе с параллелепипедом

Таблица показывает, какие ошибки чаще всего встречаются в задачах, почему они возникают и как записать решение правильно.

Если внимательно проверять признаки фигуры, формулу и единицы измерения, число ошибок в задачах резко уменьшается.

| Ошибка                   | Причина               | Верно                     |
|--------------------------|-----------------------|---------------------------|
| Площадь вместо объёма    | Путают формулы        | Считать $V$               |
| Нет куб. единиц          | Забывают записать     | Добавить $\text{см}^3$    |
| Неверный вид фигуры      | Не проверяют признаки | Сначала определить фигуру |
| Путаница $a$ , $b$ , $h$ | Смешивают измерения   | Сопоставить с чертежом    |

# Как три измерения влияют на объём



Во всех примерах изменяется только один размер за раз, поэтому легко увидеть вклад каждой стороны в итоговый результат.

Объём растёт при увеличении любой из трёх сторон, потому что все измерения участвуют в произведении.

Иллюстративные данные для учебной диаграммы, 2025

# Параллелепипед: фигура, которую важно уметь узнавать

Параллелепипед связывает плоскую геометрию со стереометрией: у него есть грани, рёбра, вершины, диагонали, а также удобные формулы площади поверхности и объёма.