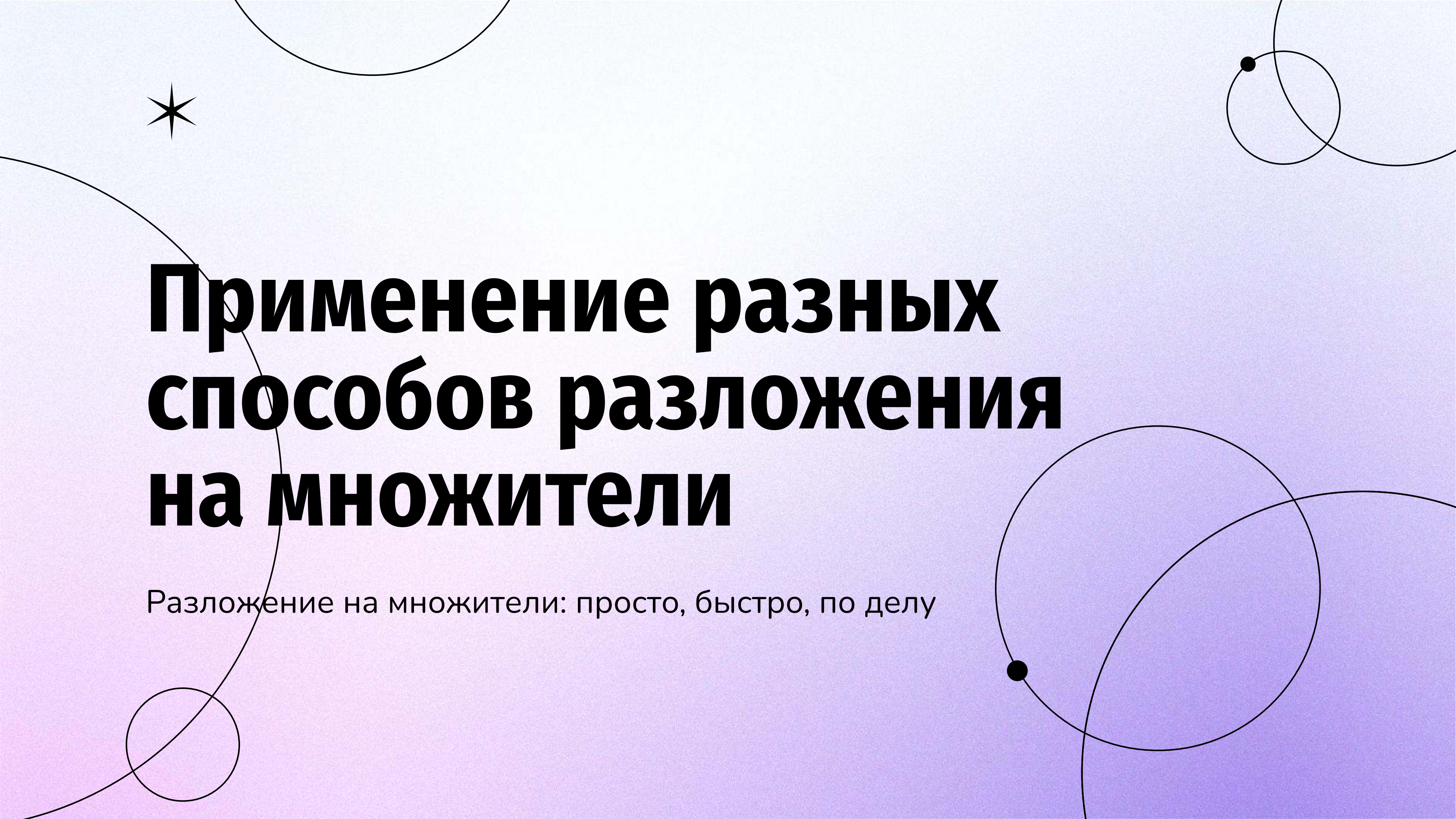


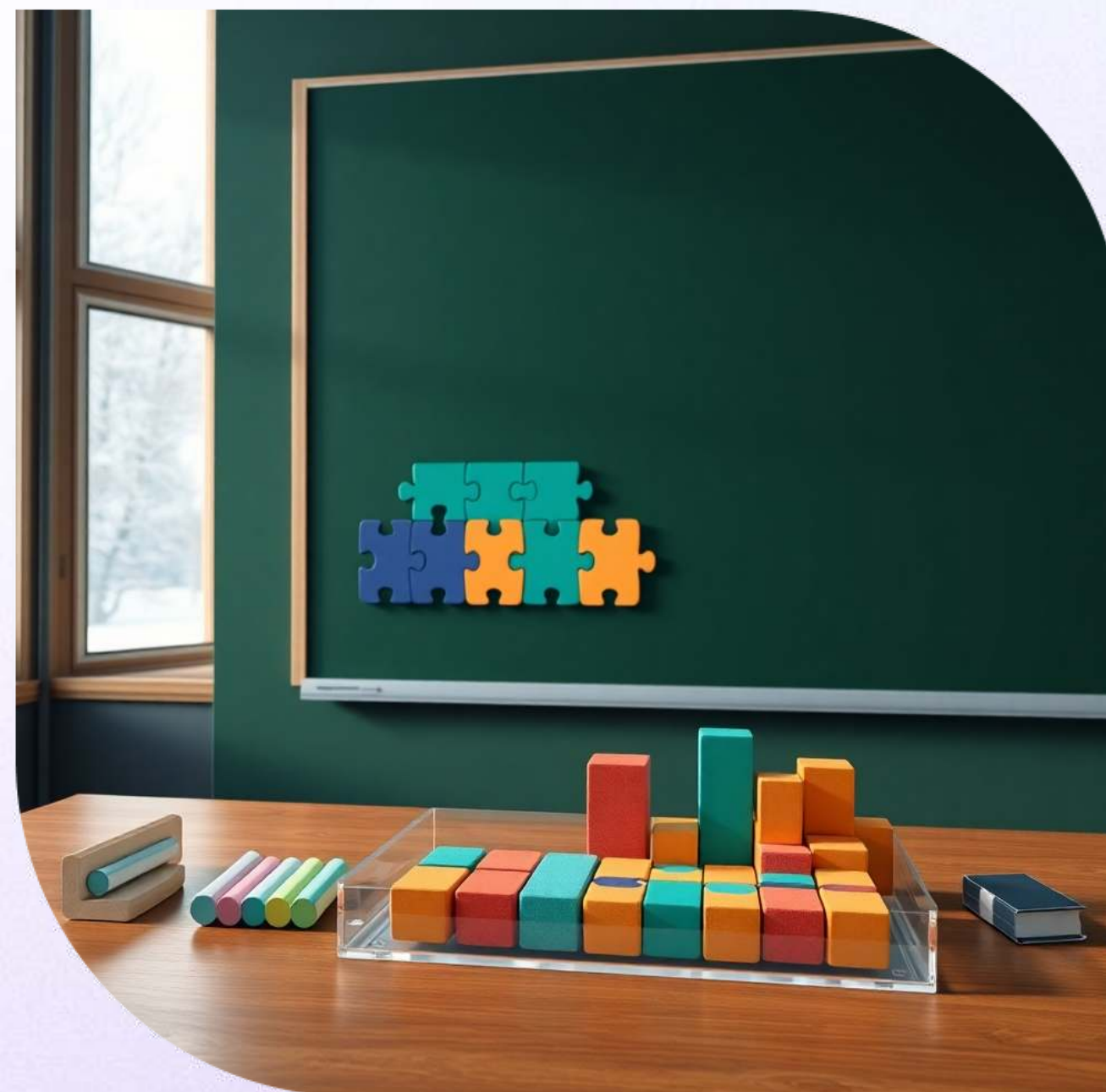


Применение разных способов разложения на множители

Разложение на множители: просто, быстро, по делу

Что уже известно и зачем это нужно

Разложение на множители — это обратный шаг к раскрытию скобок. Он помогает упростить выражения, проверить преобразования, быстрее считать и решать уравнения без лишних действий.



Способ 1: вынесение общего множителя

1

Найти общее

Сначала смотрят, есть ли число, буква или степень, которые встречаются в каждом слагаемом. Именно этот общий множитель можно вынести за скобки и сразу упростить запись.

2

Примеры записи

Так, выражения $8a + 12$, $15x^2 - 5x$ и $9m + 6$ превращаются в $4(2a + 3)$, $5x(3x - 1)$ и $3(3m + 2)$. Видно, что исходная сумма становится произведением.

3

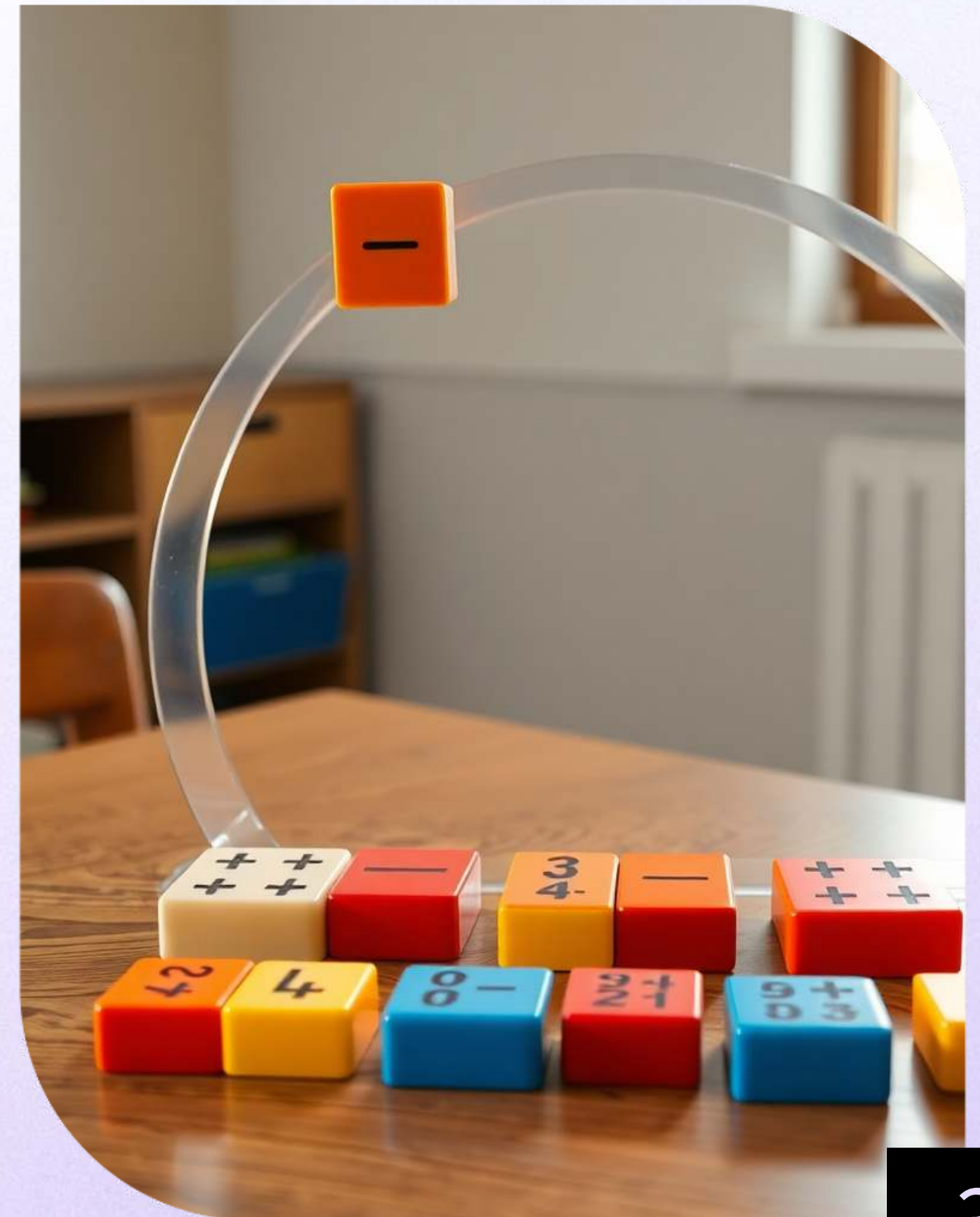
Подходит для разных выражений

Этот приём работает и с числами, и с буквенными множителями. Он особенно удобен, когда одинаковая часть присутствует в каждом слагаемом без исключения.

4

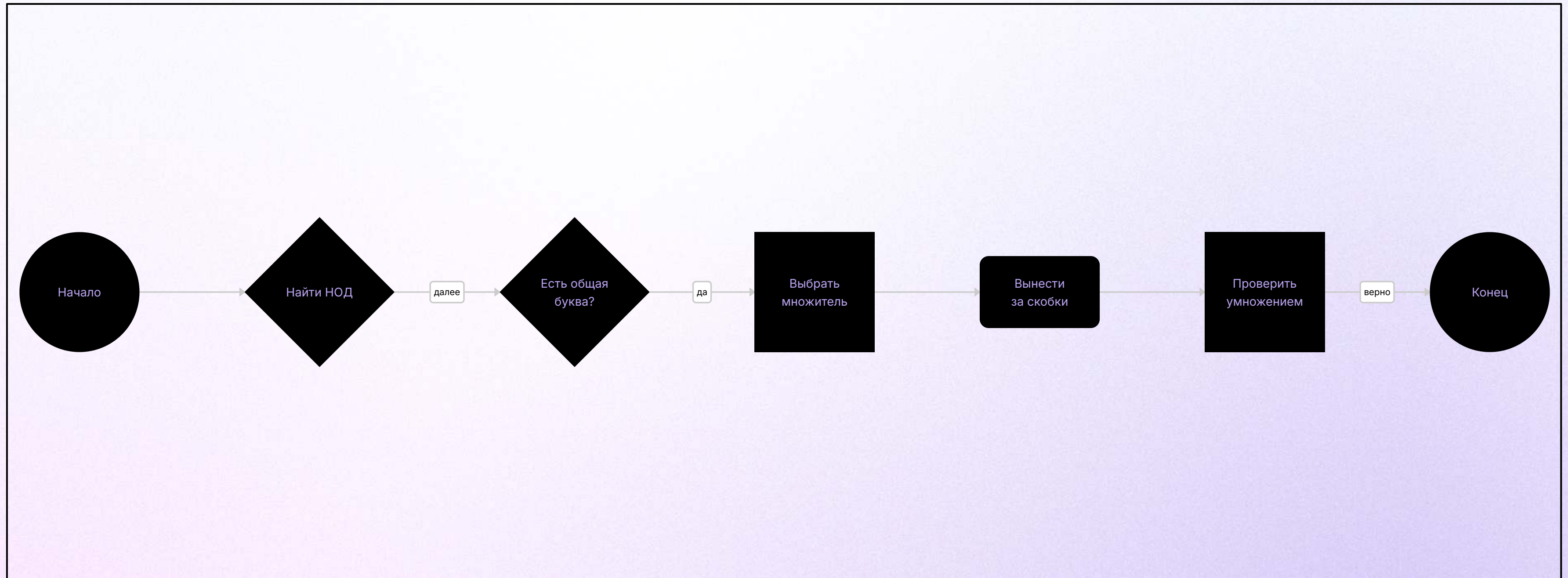
Проверка результата

Чтобы убедиться в правильности, достаточно раскрыть скобки обратно. Если получается исходное выражение, множитель вынесен верно и разложение можно считать выполненным.

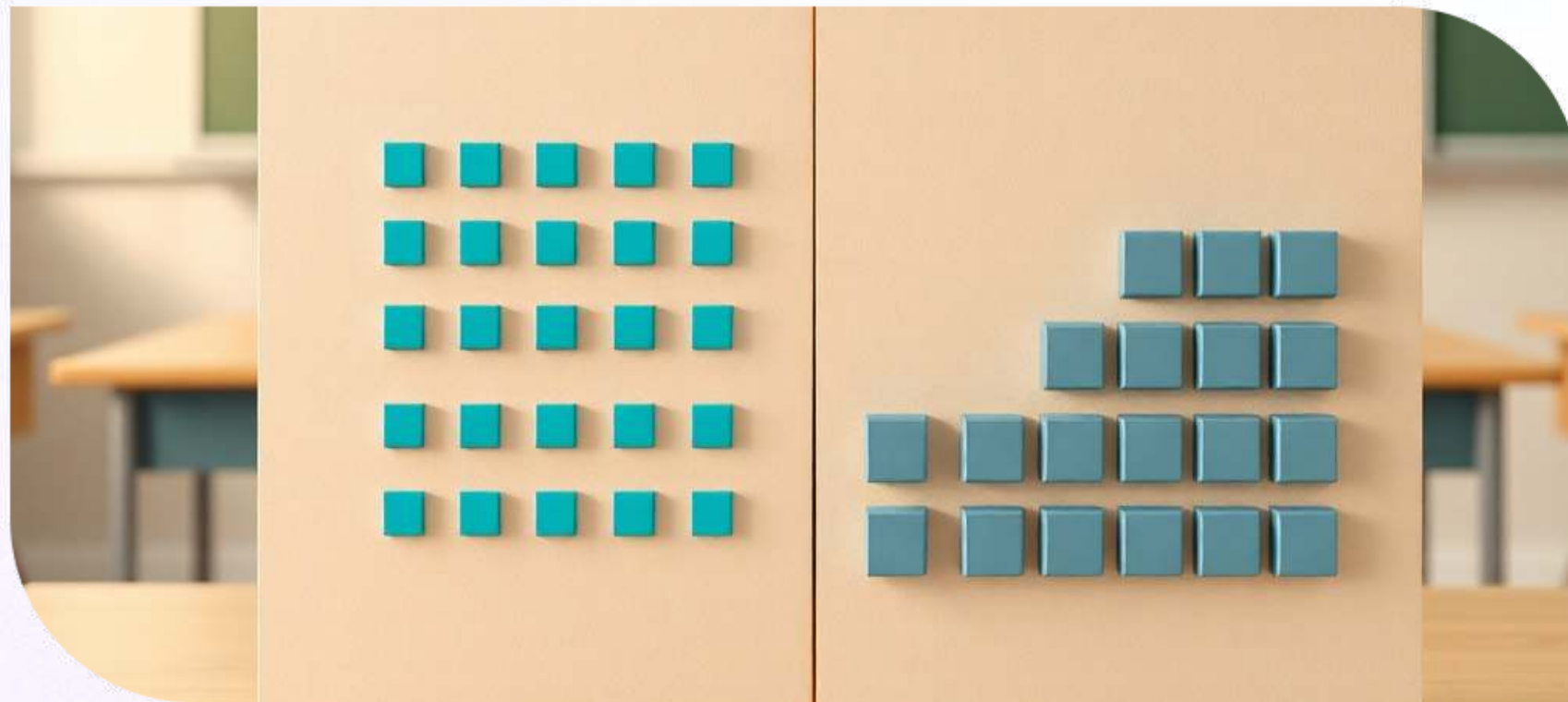
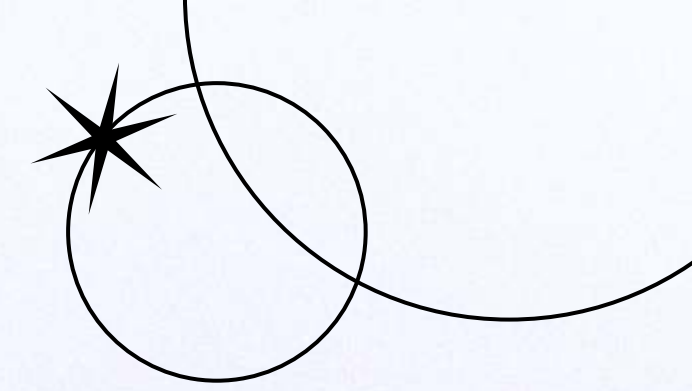


Как найти общий множитель

Пошаговый алгоритм выбора и вынесения общего множителя



Наглядная модель выноса общего множителя



Одна фигура — две части

Прямоугольник удобно разбить на две области, если выражение состоит из двух слагаемых. Например, $3x + 6x$ можно показать как две части одной площади, где повторяется общий множитель $3x$.



От суммы к произведению

Когда одинаковая величина встречается в каждой части, её можно вынести наружу. Тогда запись $3x + 6x$ превращается в $3x(x + 2)$, а сумма визуально становится более коротким произведением.

Способ 2: группировка слагаемых

1 Когда помогает группировка

Этот способ используют, если общий множитель не замечен сразу. Слагаемые объединяют так, чтобы после вынесения из каждой группы появилась одинаковая скобка и стало видно общее выражение.

2 Главная идея

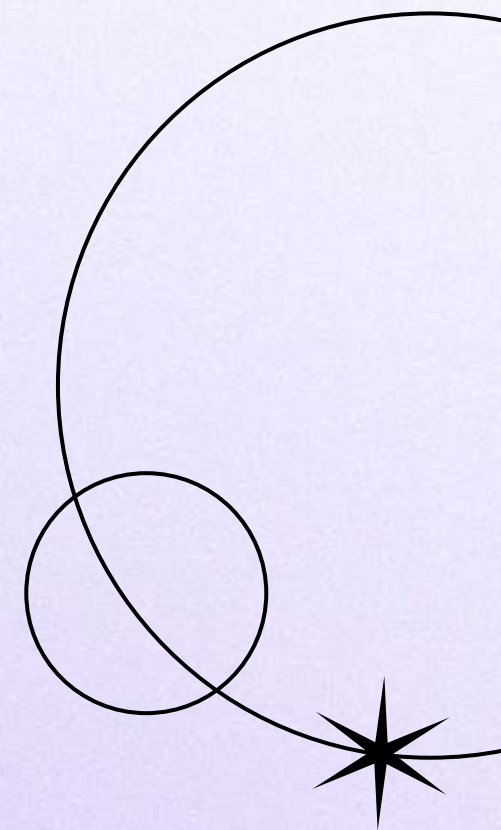
В выражении $ax + ay + bx + by$ сначала выделяют пары, затем получают $a(x + y)$ и $b(x + y)$. После этого одинаковая скобка выносится за пределы выражения.

3 Частый случай

Группировка особенно полезна в многочленах с четырьмя и более слагаемыми. Она помогает заметить скрытую структуру и превратить длинную сумму в произведение двух двучленов.

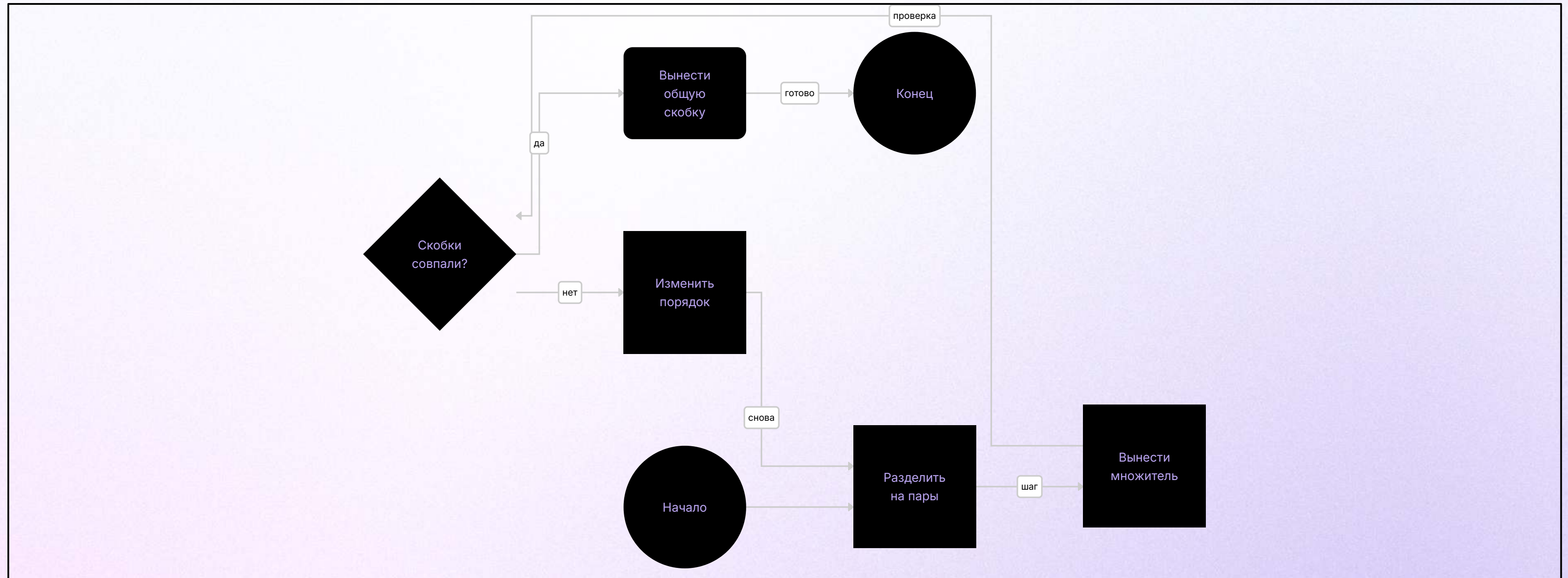
4 Что проверять

Если после преобразования появились две одинаковые скобки, разложение выполнено удачно. Важно при необходимости переставить слагаемые, чтобы пары стали удобными для работы.



Алгоритм разложения методом группировки

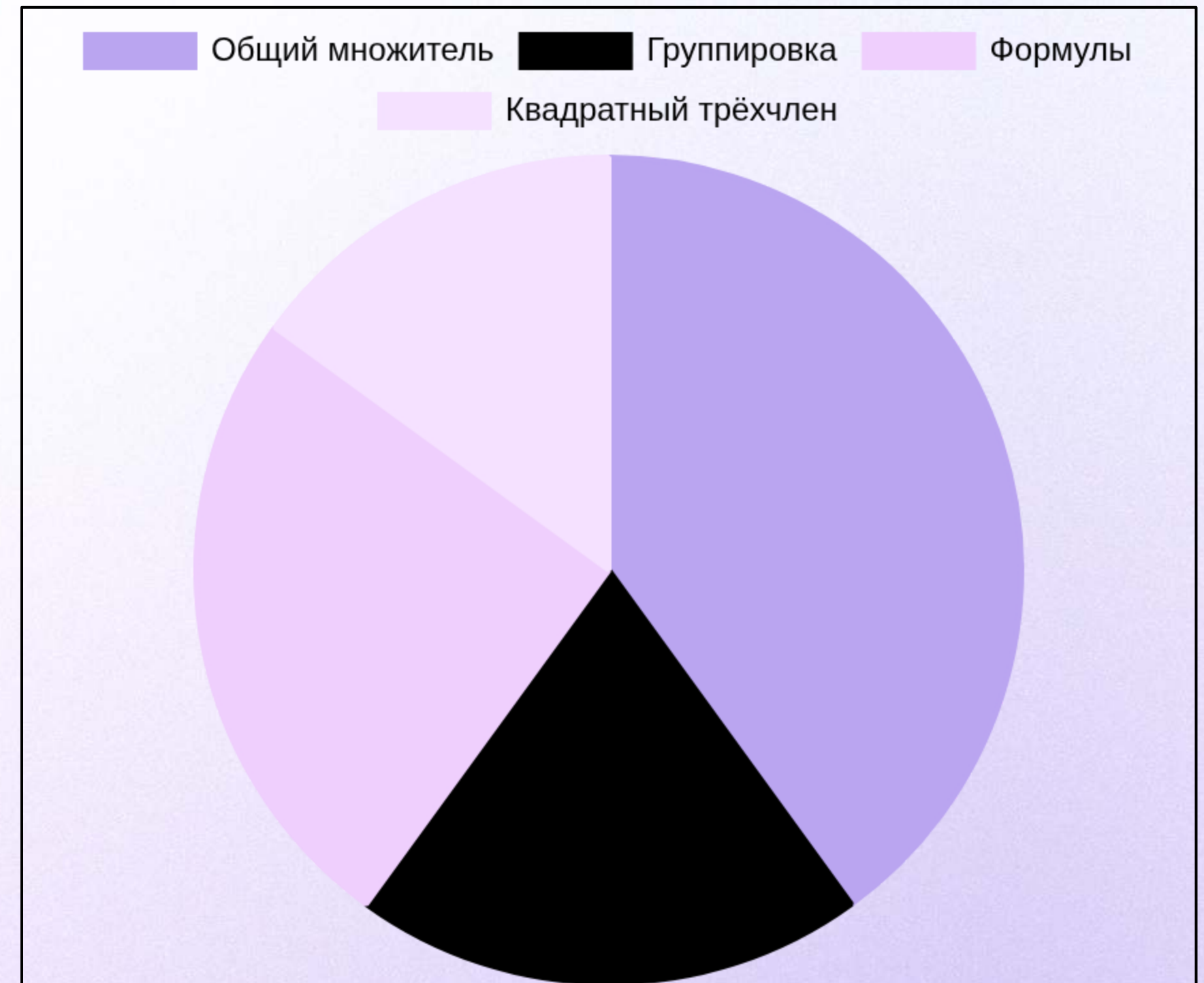
Последовательность действий при разложении многочлена на множители



Какие способы разложения встречаются чаще

Диаграмма показывает не статистику класса, а удобную учебную схему. Она помогает запомнить, что сначала обычно ищут самый очевидный способ.

Сначала проверяют общий множитель: это самый быстрый путь, а остальные способы используют, если первая проверка не подходит.



★ Учебная схема по теме урока

Способ 3: разность квадратов

- **Основная формула**

Разность квадратов записывается так: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. Она работает только тогда, когда оба выражения действительно являются квадратами.

- **Как распознать случай**

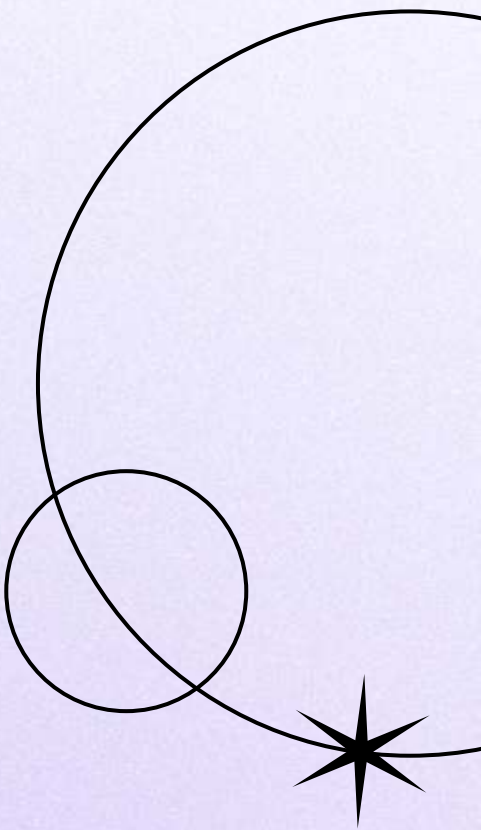
Перед разложением нужно увидеть два квадрата и знак минус между ними. Если форма подходит, можно сразу применять формулу без дополнительных преобразований.

- **Примеры из урока**

Выражения $x^2 - 9$, $25m^2 - 4$ и $a^2 - 16$ раскладываются в произведение двух скобок. В каждом случае используются корни из квадратов чисел или букв.

- **Зачем нужна проверка**

После разложения полезно перемножить скобки обратно. Это помогает убедиться, что знаки выбраны верно и исходное выражение восстановлено без ошибок.

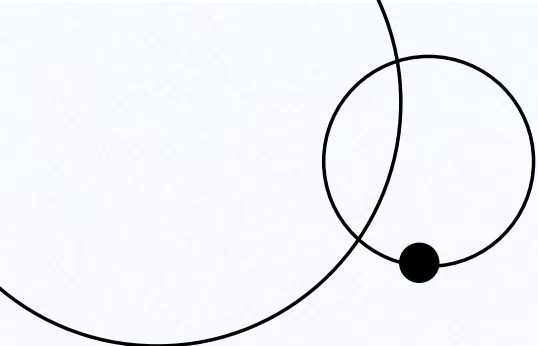


Формулы сокращённого умножения

Таблица показывает три основные формулы, которые помогают быстро узнавать вид выражения и сразу записывать его в виде произведения.

Формула	Вид	Пример
$a^2 - b^2$	разность квадратов	$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$
$a^2 + 2ab + b^2$	квадрат суммы	$x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$
$a^2 - 2ab + b^2$	квадрат разности	$y^2 - 6y + 9 = (y - 3)^2$

Если выражение совпадает с шаблоном, разложение выполняется сразу и без подбора множителей.



2

знака помогает сразу
отличить квадрат
суммы от квадрата
разности.

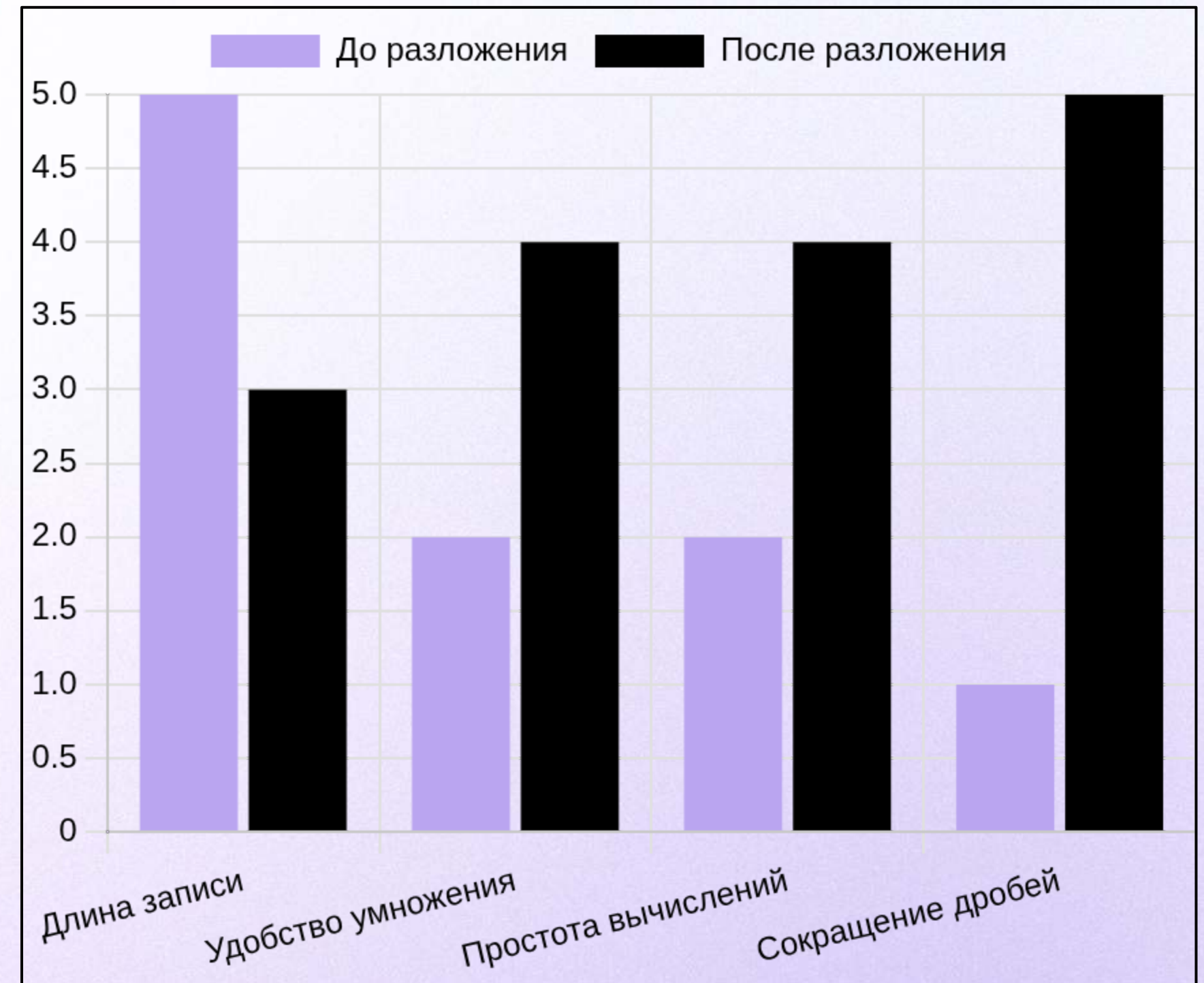
Достаточно сравнить
крайние члены
со квадратами и проверить
средний член по формуле.

✦ Материал презентации по теме, 7 класс

Что меняется после разложения на множители

Разложение переводит длинную сумму в более короткое произведение, поэтому выражение легче читать и преобразовывать.

После разложения повышается удобство дальнейших действий, особенно при вычислениях и сокращении дробей.



Способ 4: разложение квадратного трёхчлена

1

Узнайте вид

Сначала убедитесь, что многочлен имеет вид $x^2 + bx + c$. Именно такая запись чаще всего подходит для подбора двух чисел и дальнейшего разложения на два двучлена.

2

Подберите числа

Нужно найти пару чисел, произведение которых равно c , а сумма — b . Если подбор верный, выражение сразу превращается в произведение скобок без лишних преобразований.

3

Проверьте ответ

После записи скобок раскройте их обратно и сравните с исходным многочленом. Такая проверка помогает заметить ошибку в знаке, сумме или произведении ещё до записи окончательного ответа.

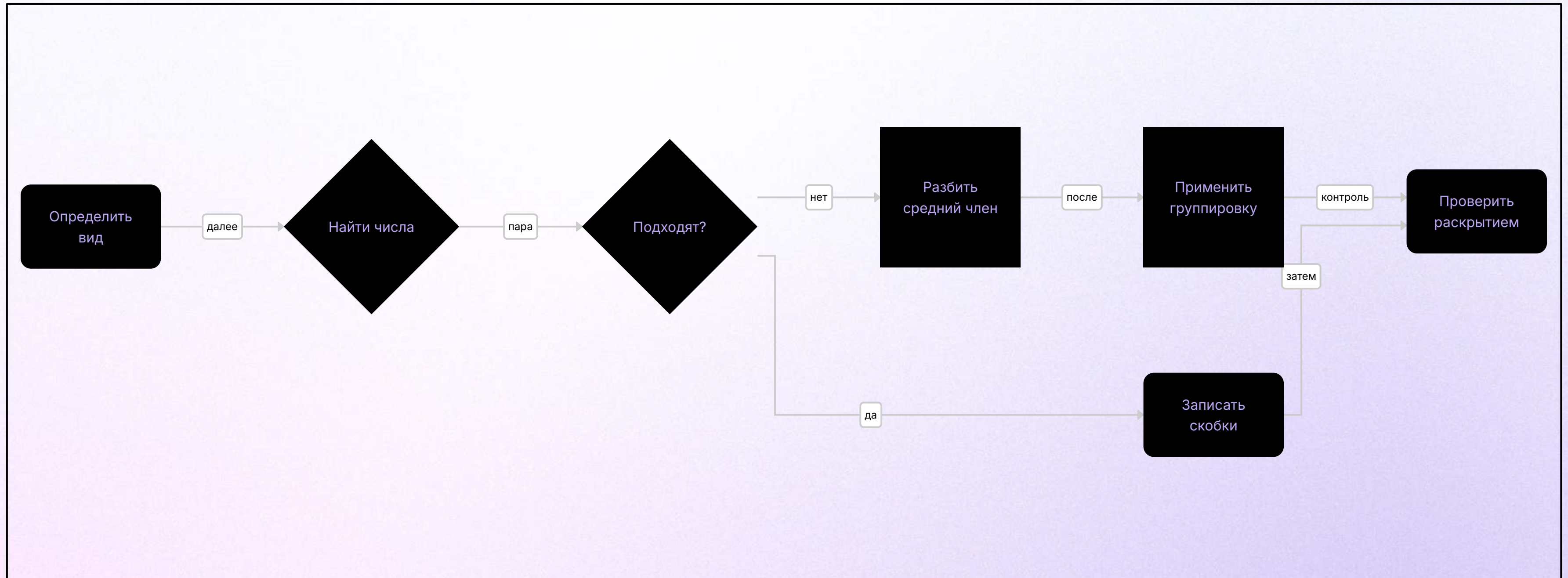
4

Используйте запасной ход

Если числа не находятся сразу, средний член можно разложить на две части и применить группировку. Этот приём связывает новый способ с уже знакомыми действиями.

Алгоритм разложения квадратного трёхчлена

Последовательность шагов помогает выбрать числа, записать скобки и проверить результат раскрытием скобок.



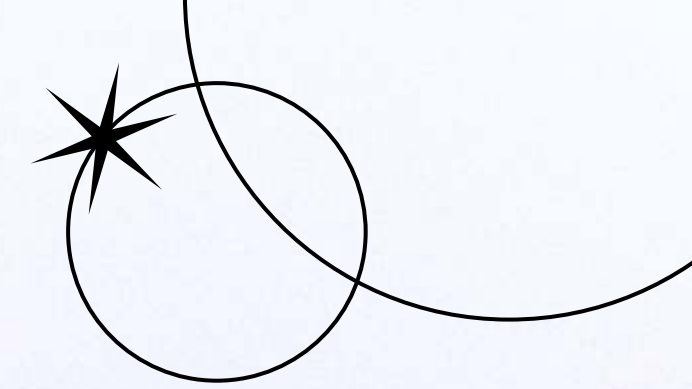
Типичные ошибки при разложении на множители

Ошибка	Пример	Проверка
Пропущен множитель	$8x+12$	Вынести общий
Неверный знак	x^2-9	Раскрыть скобки
Не замечен квадрат	a^2+6a+9	Сравнить члены
Неверный подбор	$x^2+7x+12$	Проверить сумму

Таблица показывает самые частые ошибки и быстрый способ самопроверки.

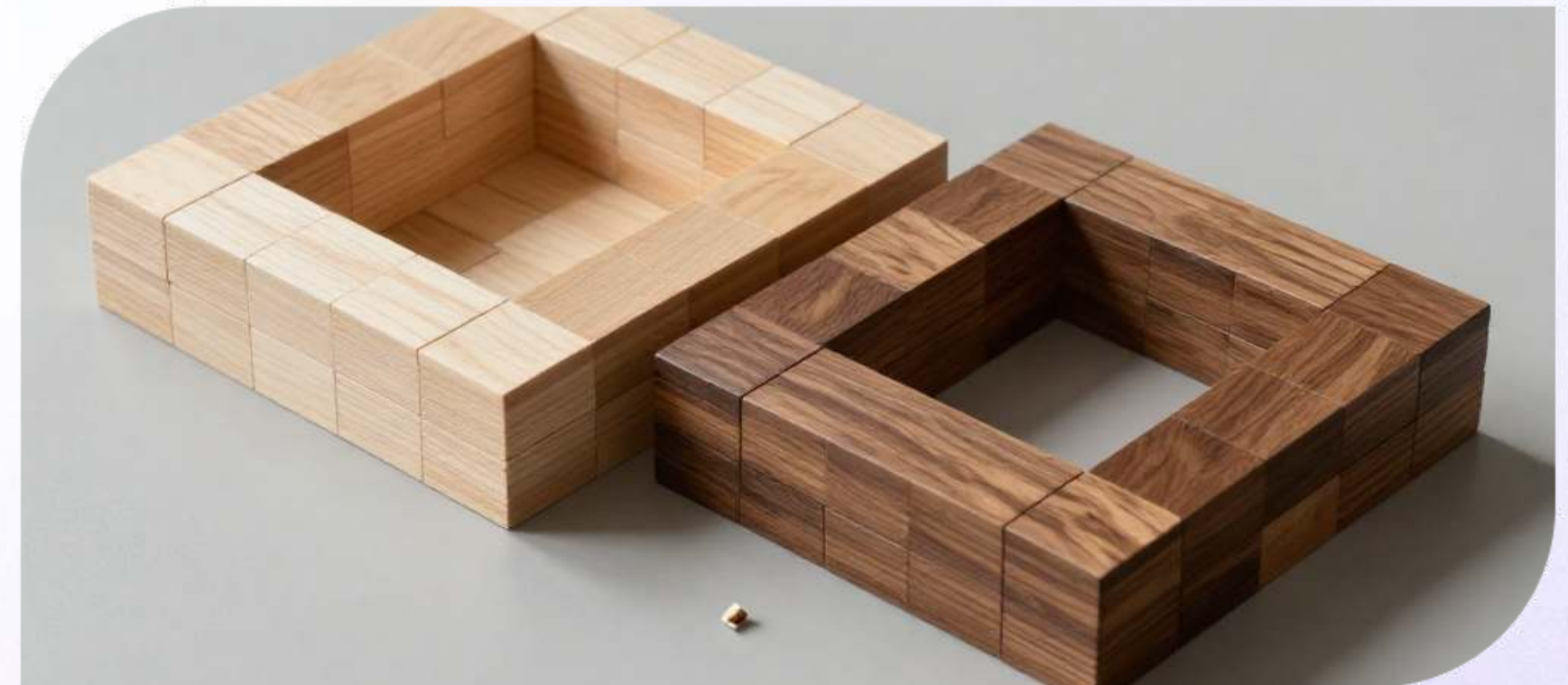
Почти все ошибки выявляются обратным умножением и сравнением с исходным выражением.

Один набор примеров — четыре разных способа



Когда сразу видно общий множитель

Выражение $9x + 18$ подсказывает первый шаг почти без вычислений: оба слагаемых делятся на 9. После выноса множителя запись становится короче, а дальнейшая проверка занимает всего несколько секунд.



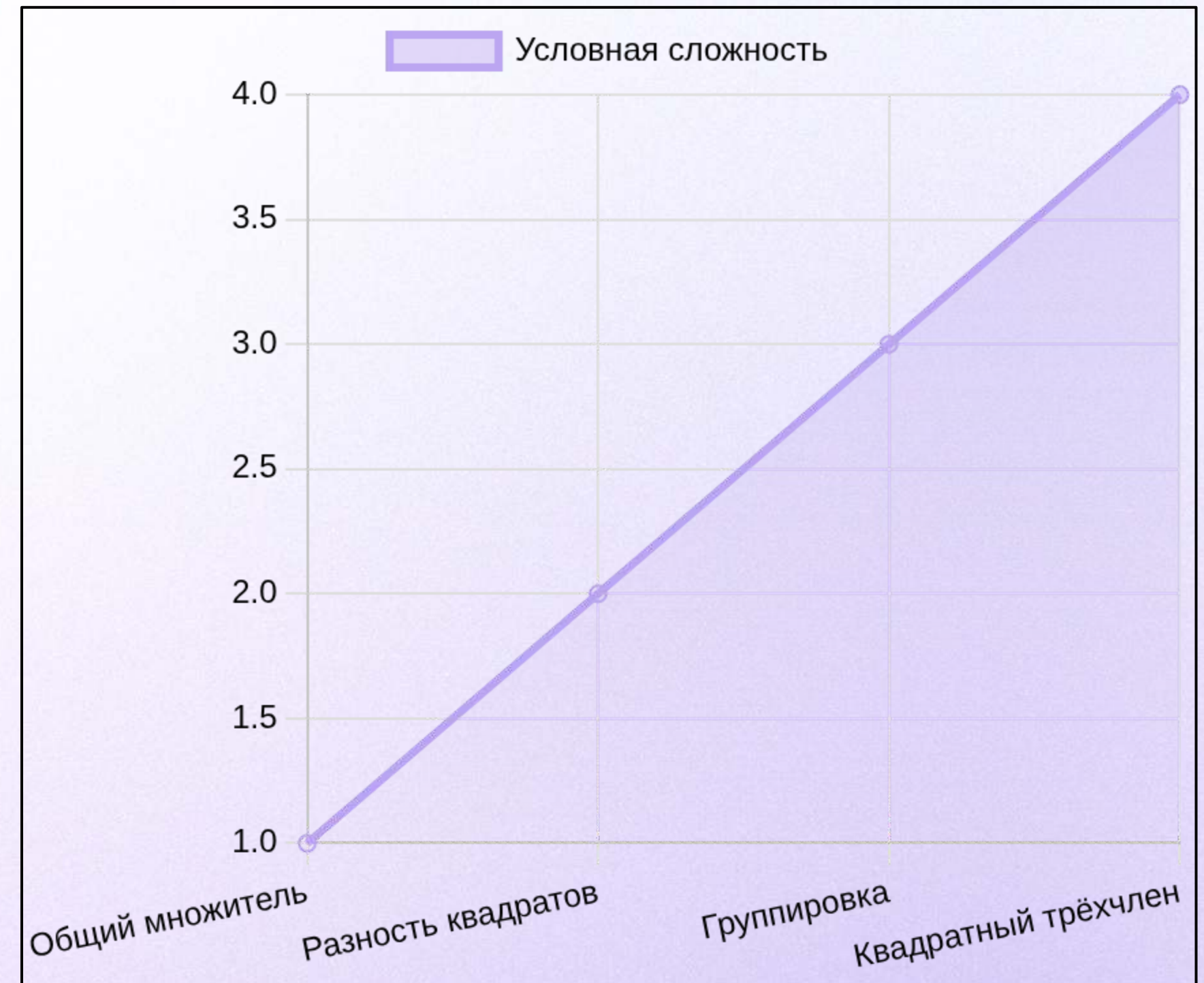
Когда форма говорит сама за себя

В примерах $x^2 - 16$ и $a^2 + 6a + 9$ видно два разных шаблона: разность квадратов и полный квадрат. Здесь важно не считать подряд, а узнать структуру выражения по его виду.

Сравнение способов по уровню сложности

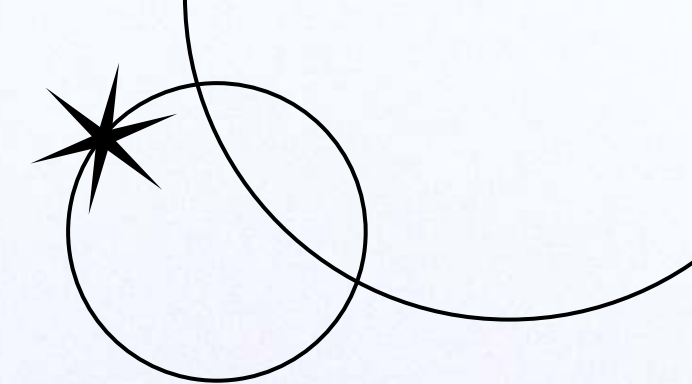
Чем лучше ученик узнаёт шаблон, тем быстрее выбирает подходящий приём и меньше делает лишних шагов.

Самые простые способы распознаются по форме, а наиболее трудный требует подбора и проверки.



★ Иллюстративная шкала для учебной презентации

Где используется разложение на множители



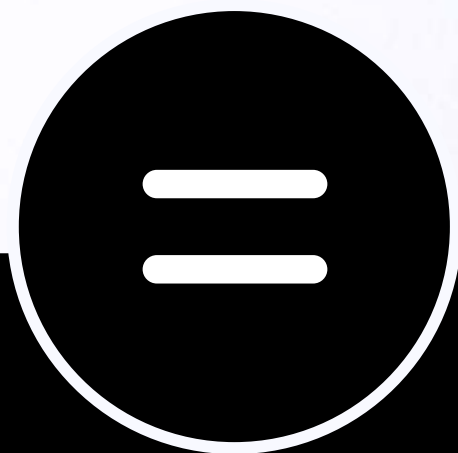
Сокращение дробей

Если числитель и знаменатель разложить на множители, можно увидеть одинаковые скобки и сократить дробь. Это делает выражение короче и удобнее для дальнейших вычислений.



Упрощение выражений

Разложение помогает заменить длинную запись более простым произведением. После этого легче выполнять действия по порядку и замечать, какие части выражения можно преобразовать.



Решение уравнений

Когда уравнение приводят к произведению, можно использовать правило нулевого произведения. Так задача становится понятнее, а поиск корней — быстрее и аккуратнее.



Геометрические задачи

В задачах на периметр, площадь и длины сторон разложение помогает переходить от суммы к произведению. Это удобно, когда нужно упростить запись или проверить ответ.

Памятка выбора способа разложения

1

Ищите общий множитель

Сначала проверьте, есть ли число или буква, которые присутствуют во всех слагаемых. Если такой множитель есть, выносите его за скобки — это самый быстрый путь.

2

Пробуйте группировку

Если общий множитель не замечен сразу, разделите многочлен на пары. Иногда одинаковая скобка появляется только после удобного объединения слагаемых.

3

Сверяйте формулы

Далее проверьте, не подходит ли выражение под разность квадратов, квадрат суммы или квадрат разности. Узнанный шаблон позволяет разложить многочлен почти без вычислений.

4

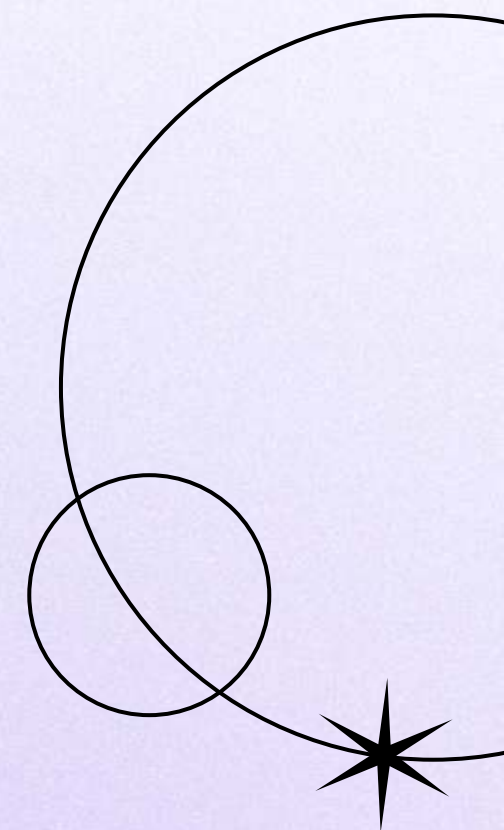
Проверьте квадратный трёхчлен

Если выражение имеет вид $x^2 + bx + c$, подберите числа по сумме и произведению. При сомнении используйте группировку как запасной способ.

5

Контролируйте ответ

Самая надёжная проверка — раскрыть скобки обратно и сравнить результат с исходным выражением. Это помогает заметить ошибку в знаке, числе или порядке действий.



Разложение, которое экономит шаги

Научившись узнавать форму выражения, ученик быстро выбирает нужный приём и делает вычисления короче. Именно поэтому разложение на множители так полезно в 7 классе.