

Арифметическая прогрессия: основная идея и ключевые формулы

Последовательность с постоянным шагом
между членами.



Где встречается арифметическая прогрессия и зачем её изучают

Арифметическая прогрессия помогает описывать равномерные изменения: деньги, расстояние, баллы и количество предметов. В 9 классе она учит работать с формулами, находить неизвестные значения и решать практические задачи.



Определение арифметической прогрессии

- **Постоянный шаг**

Арифметическая прогрессия — это последовательность, в которой каждый следующий член отличается от предыдущего на одно и то же число. Именно это правило делает её легко узнаваемой.

- **Соседние члены**

Чтобы проверить последовательность, сравнивают только соседние элементы. Если разности между всеми такими парами совпадают, последовательность соответствует определению арифметической прогрессии.

- **Разность d**

Общее число, на которое увеличиваются или уменьшаются члены последовательности, называют разностью арифметической прогрессии и обозначают буквой d . Это главное число, задающее изменение.

- **Признак проверки**

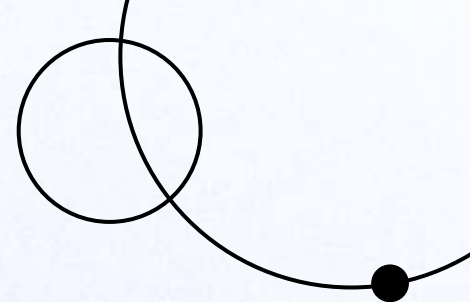
Постоянство разности — главный признак арифметической прогрессии. Если хотя бы одна соседняя разность отличается, последовательность уже нельзя считать арифметической.

- **Основа темы**

Понимание определения помогает решать все основные задачи: находить члены прогрессии, определять разность и вычислять сумму первых членов по формуле.



Примеры последовательностей и их разность



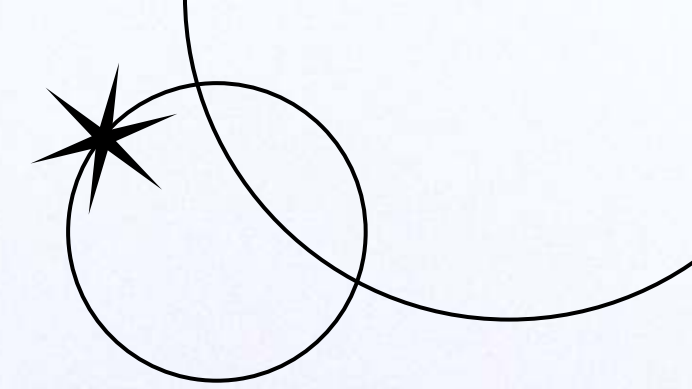
В таблице показано, как по соседним членам определить вид последовательности.

Последовательность	d	Вид
2, 5, 8, 11	3	арифметическая
10, 7, 4, 1	-3	арифметическая
1, 2, 4, 8	меняется	не арифметическая
5, 5, 5, 5	0	арифметическая

Если разность между соседними членами одна и та же, последовательность является арифметической; если разность меняется, условие нарушается.

★ Примеры составлены по определению арифметической прогрессии.

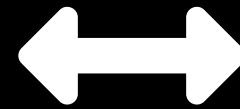
Первый член, разность и направление изменения



1

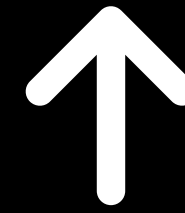
Первый член

Первый член обозначают a_1 , затем идут a_2 , a_3 и дальше по порядку. Именно с него начинается вся последовательность, а остальные члены строятся по общему правилу изменения.



Разность d

Разность d может быть положительной, отрицательной или равной нулю. Она показывает, на сколько меняется каждый следующий член по сравнению с предыдущим и задаёт весь характер последовательности.



Направление роста

Если d больше нуля, члены возрастают; если d меньше нуля, последовательность убывает; если d равна нулю, все значения остаются одинаковыми. Знак разности определяет направление изменения.

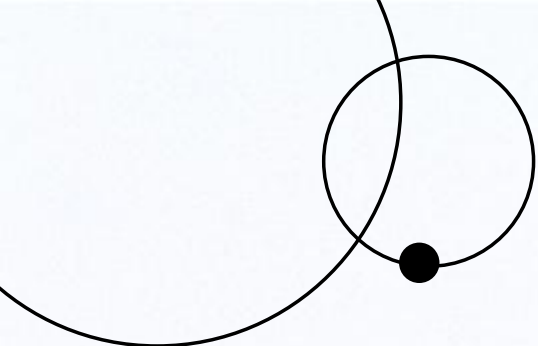
Как меняются значения в возрастающей и убывающей прогрессии

Обе линии показывают одинаковый шаг между соседними членами, но в разных направлениях.

Положительная разность ведёт к росту, отрицательная — к убыванию; величина шага остаётся постоянной.



★ Иллюстративные данные по теме арифметической прогрессии.



3

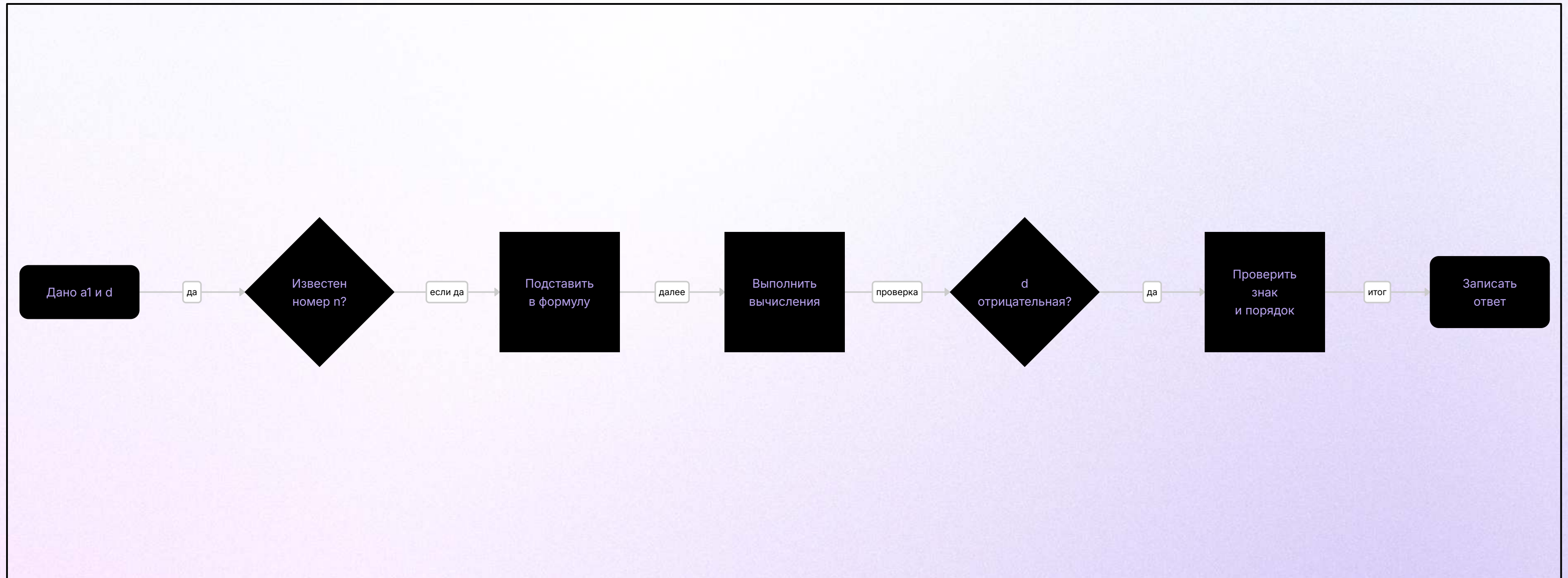
величины нужны,
чтобы найти любой
член прогрессии.

Формула $a_n = a_1 + (n-1)d$
связывает первый член,
номер члена и разность.
Она позволяет быстро
находить нужное значение
без перебора всех
предыдущих членов.

★ Определение и формула n-го члена арифметической
прогрессии.

Алгоритм нахождения n-го члена

Последовательность действий для применения формулы $a_n = a_1 + (n-1)d$.



Арифметическая прогрессия на числовой прямой

Одинаковый шаг

Последовательность 3, 6, 9, 12, 15 показывает постоянный переход на три единицы. На числовой прямой такие точки легко заметить, потому что расстояния между ними равны.

Понятное изображение

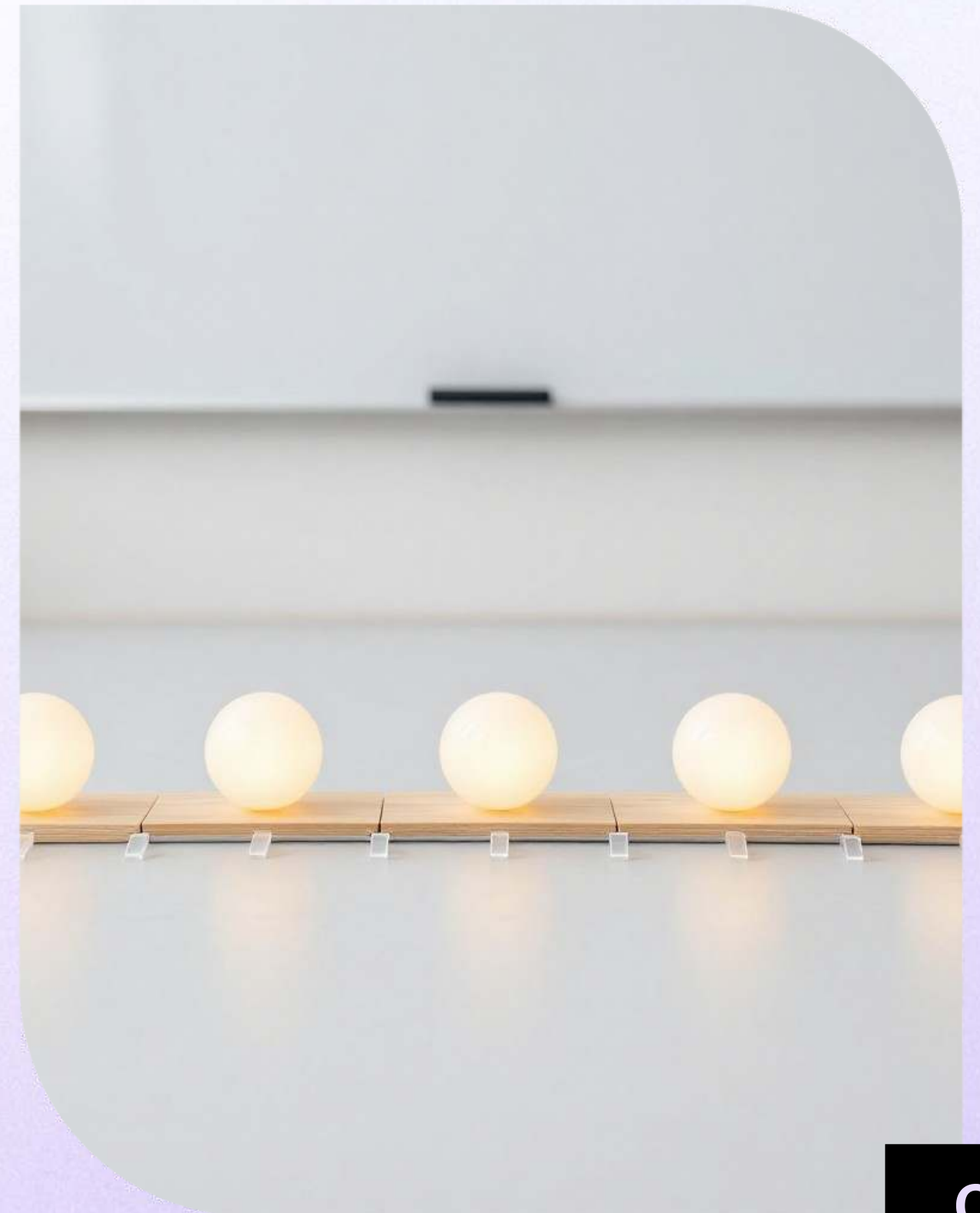
Когда числа расположены на прямой, правило изменения видно без дополнительных вычислений. Это помогает быстрее понять, как строится последовательность и почему разность остаётся одинаковой.

Связь с формулой

Равные промежутки между точками наглядно объясняют формулу n -го члена. Каждый новый шаг добавляет одно и то же число, поэтому значения изменяются по одному правилу.

Удобство проверки

Числовая прямая помогает сразу заметить ошибки в последовательности. Если один из промежутков отличается, становится ясно, что правило постоянной разности нарушено.



Как находить разность прогрессии

1

Сравните соседние члены

Разность находят вычитанием: $d = a_2 - a_1$. Сначала берут два соседних члена, а затем выполняют вычитание в нужном порядке, чтобы правильно определить направление изменения.

2

Проверьте остальные пары

Для арифметической прогрессии разности между всеми соседними членами должны совпадать. Если получаются разные числа, последовательность не подходит под определение.

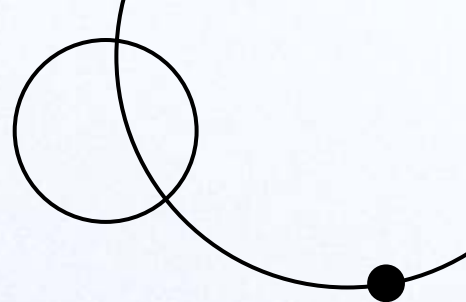
3

Учтите знак ответа

В убывающей последовательности разность отрицательная. Например, для чисел 20, 17, 14 разность равна -3 , потому что каждый следующий член меньше предыдущего.



Виды арифметической прогрессии



Вид	Разность	Особенность
Возрастающая	$d > 0$	каждый член больше
Убывающая	$d < 0$	каждый член меньше
Постоянная	$d = 0$	все члены равны

Таблица показывает, как знак разности определяет поведение последовательности: рост, убывание или неизменность членов.

Направление изменения полностью задаётся знаком d : положительный знак означает рост, отрицательный — убывание, ноль — отсутствие изменения.

Как проверить, является ли последовательность арифметической

1

Сравнить соседние члены

Вычислите разности между каждым соседним парным членом последовательности. Именно соседние числа показывают, сохраняется ли одно и то же правило изменения на всём протяжении ряда.

2

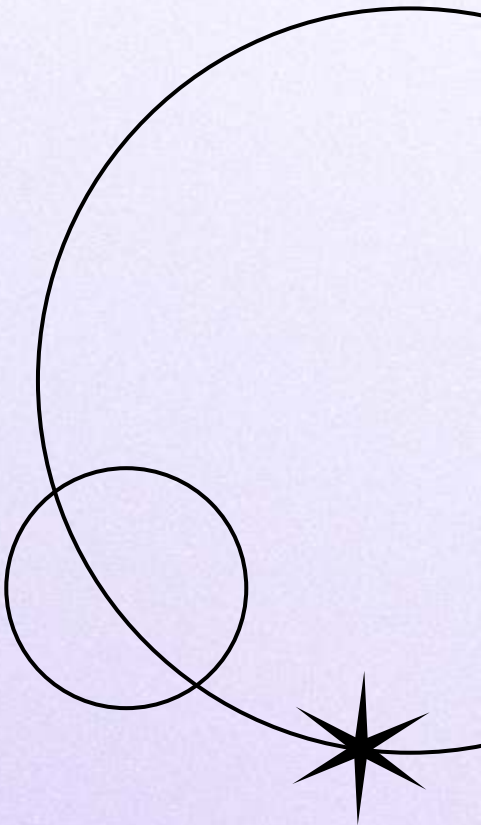
Проверить одинаковость разностей

Если все найденные разности совпадают, последовательность является арифметической прогрессией. Когда хотя бы одна разность отличается, постоянства нет, и правило арифметической прогрессии нарушается.

3

Разобрать примеры

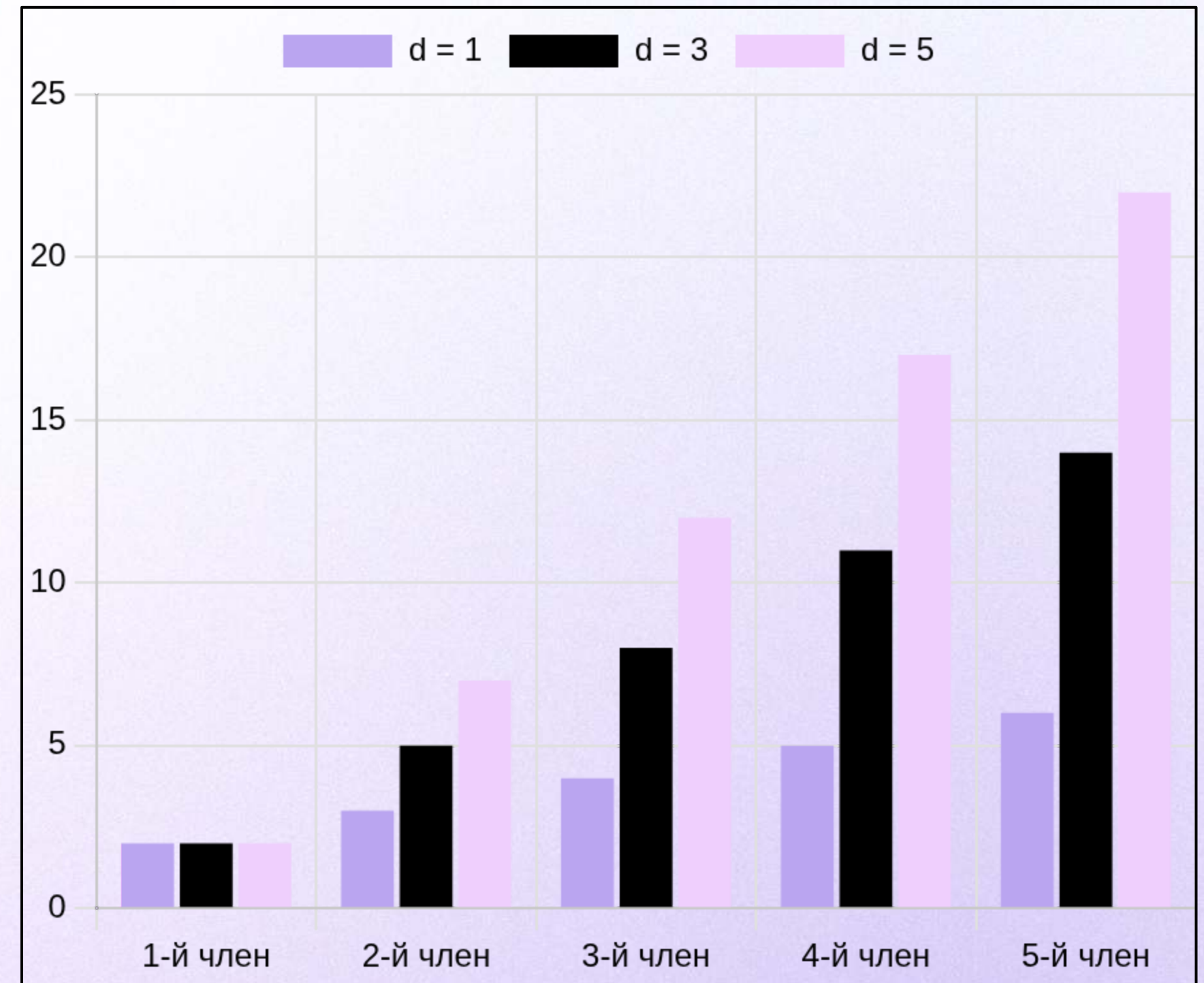
В ряду 8, 11, 14, 17 разности равны 3, значит это арифметическая прогрессия. А в ряду 2, 4, 7, 11 разности различаются, поэтому последовательность не подходит.



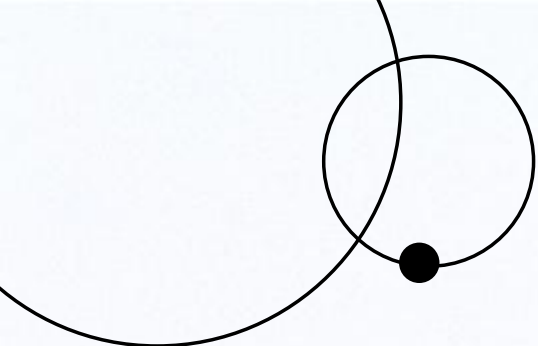
Сравнение роста при разных разностях

При одном и том же первом члене последовательности расходятся всё сильнее: значение d задаёт скорость увеличения каждого следующего члена.

Чем больше разность, тем быстрее растёт прогрессия, хотя начальное значение одинаково.



★ Составлено по формуле $a_n = a_1 + (n-1)d$



2

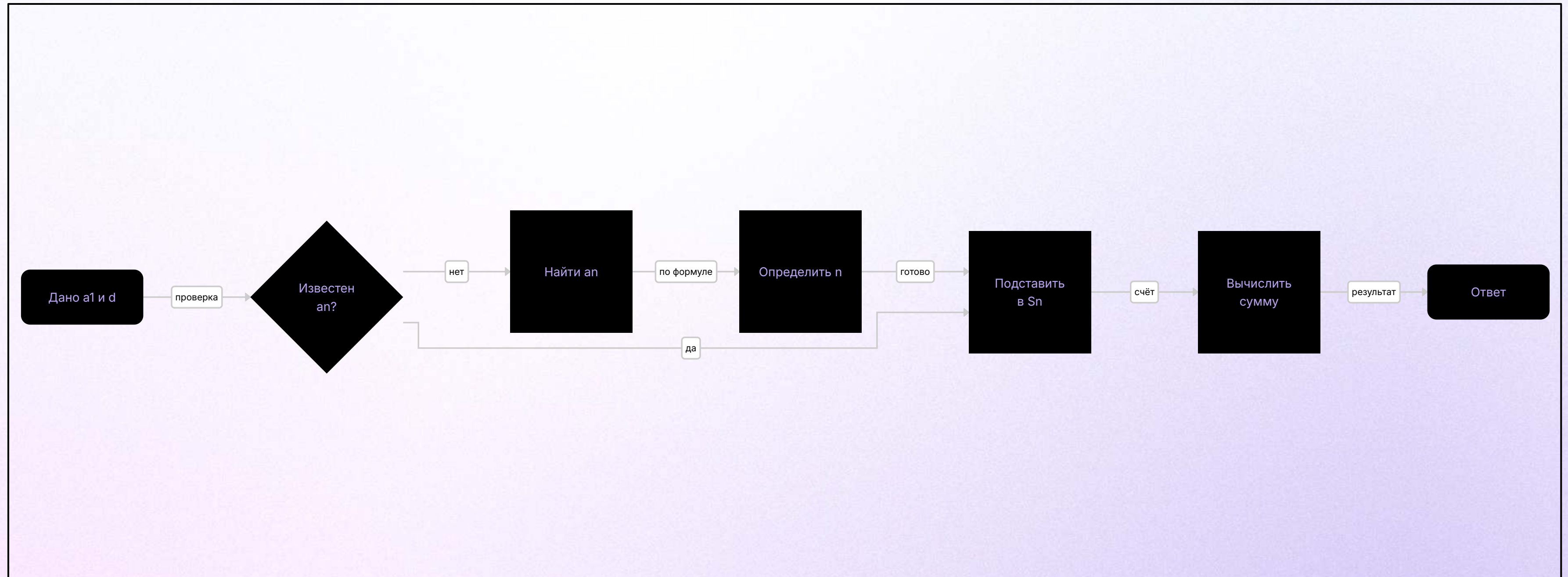
делит сумму крайних
членов пополам.

Формула суммы использует деление на 2, потому что берётся среднее из первого и последнего члена. Это ускоряет вычисления, когда чисел много.

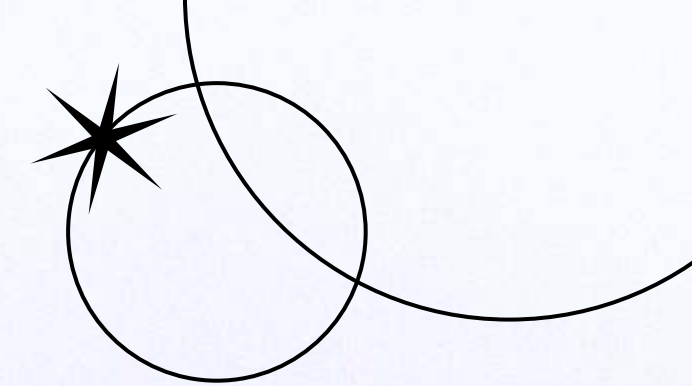
★ Формула суммы арифметической прогрессии
из школьного курса алгебры

Шаги нахождения суммы

Порядок действий при решении задач на сумму первых членов арифметической прогрессии



Арифметическая прогрессия в жизненных ситуациях



Копилка по дням

Петя решил откладывать деньги каждый день по понятному правилу: в первый день — немного, а потом всё больше на одну и ту же сумму. Через несколько дней получается аккуратная последовательность, по которой легко увидеть, сколько денег накопится в конце недели.



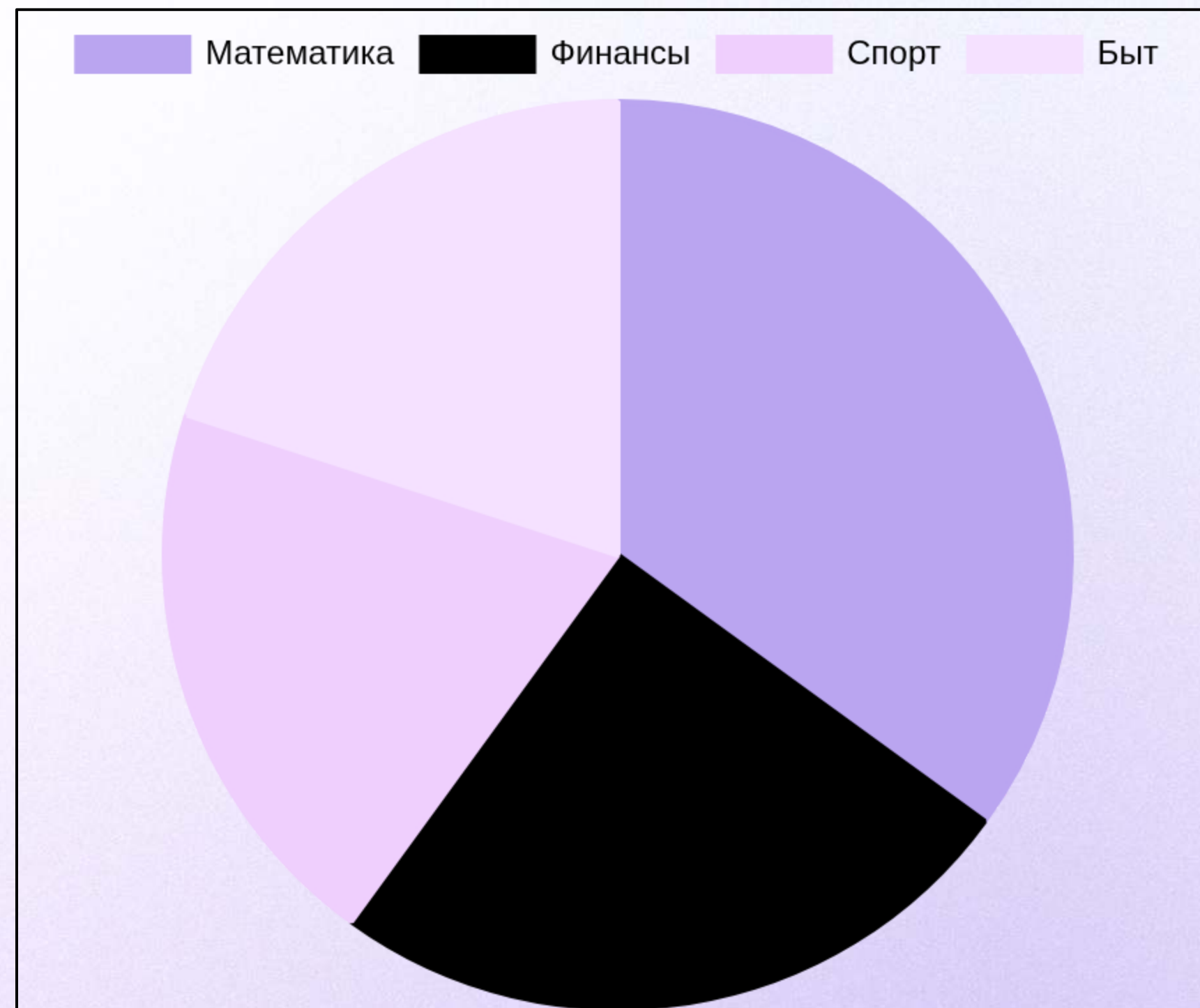
Тренировка с шагом

На уроке физкультуры учитель предлагает увеличивать число повторений постепенно. Сегодня — одно значение, завтра — больше на столько же, и так далее. Такой план помогает не перегружаться и показывает, как арифметическая прогрессия встречается в обычных школьных делах.

Где используется арифметическая прогрессия

Одинаковый шаг изменения делает прогрессию удобной для расчётов в самых разных ситуациях, от учёбы до планирования повседневных действий.

Чаще всего прогрессия нужна там, где величина меняется равномерно и результат можно заранее спрогнозировать по правилу.



★ Составлено по примерам из школьного курса алгебры

Типичные ошибки при решении задач

Эта таблица помогает заметить самые частые неточности и проверить решение до записи ответа.

Ошибка	Причина	Проверка
Путают a_1 и d	сбивается формула	записать отдельно
Считают не те разности	нарушают правило	сравнивать соседние
Забывают минус	ошибка в знаке	смотреть на d
Неверно берут n	меняется ответ	сверить номер

Большинство ошибок связано не со сложностью формул, а с невнимательностью к знакам, обозначениям и порядку действий.



Составлено по типичным ошибкам при изучении арифметической прогрессии

Что нужно запомнить для решения задач

1

Главный признак

Арифметическая прогрессия всегда строится на постоянной разности между соседними членами. Если это правило нарушается, последовательность нельзя считать арифметической.

2

Формула члена

Чтобы найти любой член, используют формулу $a_n = a_1 + (n-1)d$. Она показывает, насколько далеко искомый член расположен от первого и сколько раз прибавляется разность.

3

Формула суммы

Когда нужно узнать общий результат, удобно применять $S_n = (a_1 + a_n)n / 2$. Эта запись особенно полезна, если приходится складывать много членов подряд.

4

Внимание к знакам

Перед вычислениями важно определить a_1 , d и n , а затем проверить, положительная или отрицательная разность дана в условии. Именно знак часто меняет весь ответ.

Арифметическая прогрессия: от правила к решению

Арифметическая прогрессия показывает, как из простого правила изменения получается точный числовой ряд. Зная a_1 , d , a_n и S_n , можно быстро решать задачи и лучше понимать закономерности чисел.