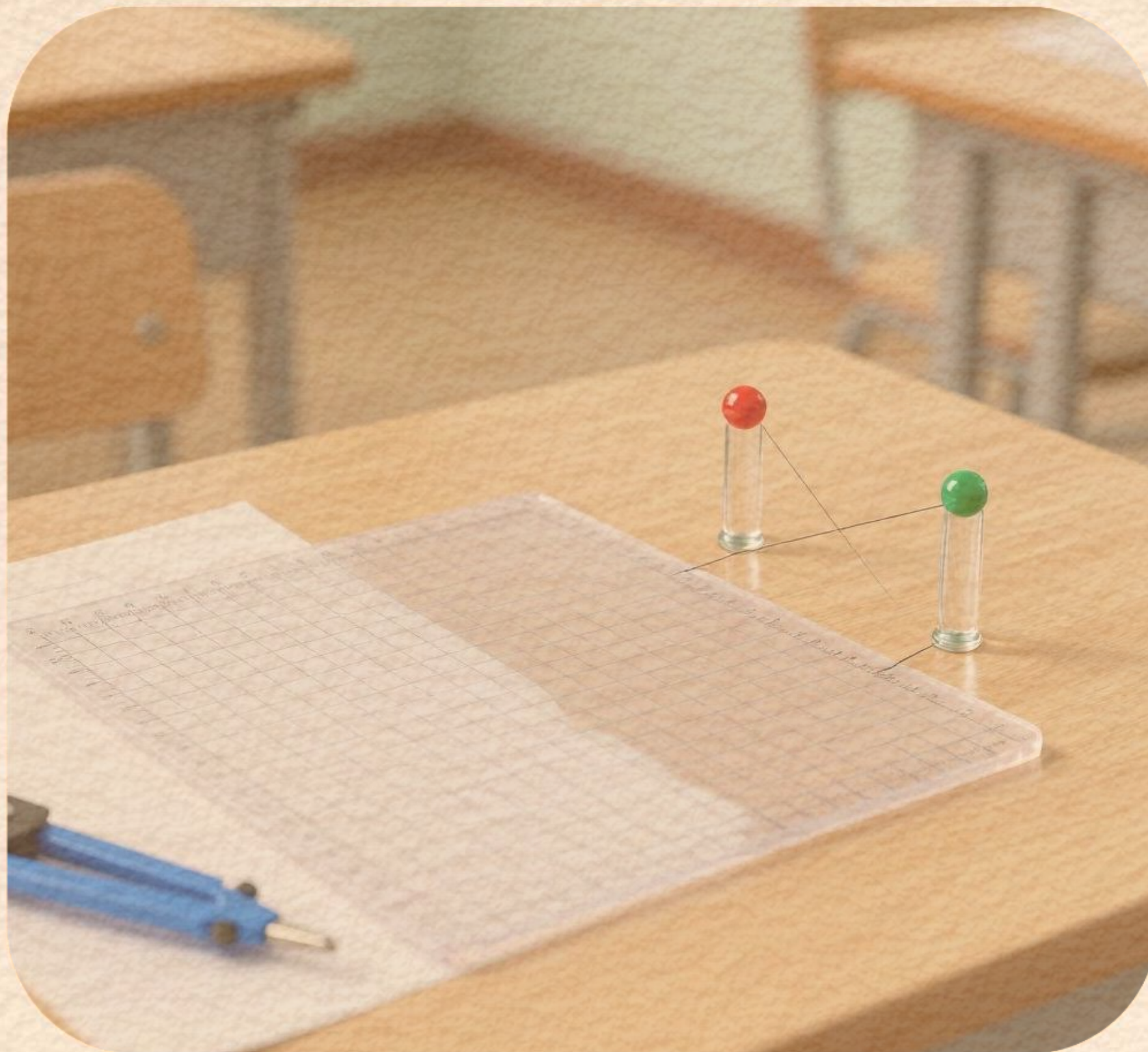


Расстояние между точками и уравнение окружности



Координаты помогают измерять отрезки и строить окружности на плоскости.

Зачем нужны координаты в геометрии



Координатная плоскость соединяет чертёж и вычисления: по числам легко найти положение точки, длину отрезка и уравнение окружности. Это делает решения точнее и помогает уверенно двигаться к новым темам.

Основные элементы координатной плоскости



Ось Ox

Ось Ox направлена горизонтально и помогает определить положение точки слева направо. По ней читают первую координату, которая показывает, насколько точка смещена относительно начала отсчёта.



Ось Oy

Ось Oy расположена вертикально и показывает смещение точки вверх или вниз. Вторая координата отвечает именно за это движение, поэтому пара чисел точно задаёт положение на плоскости.

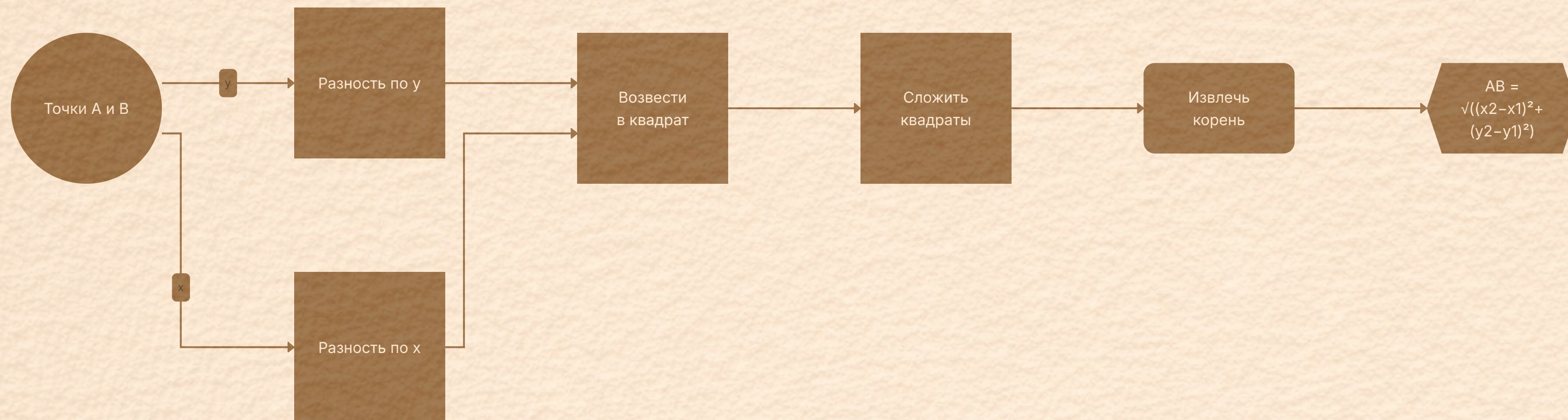


Запись точки

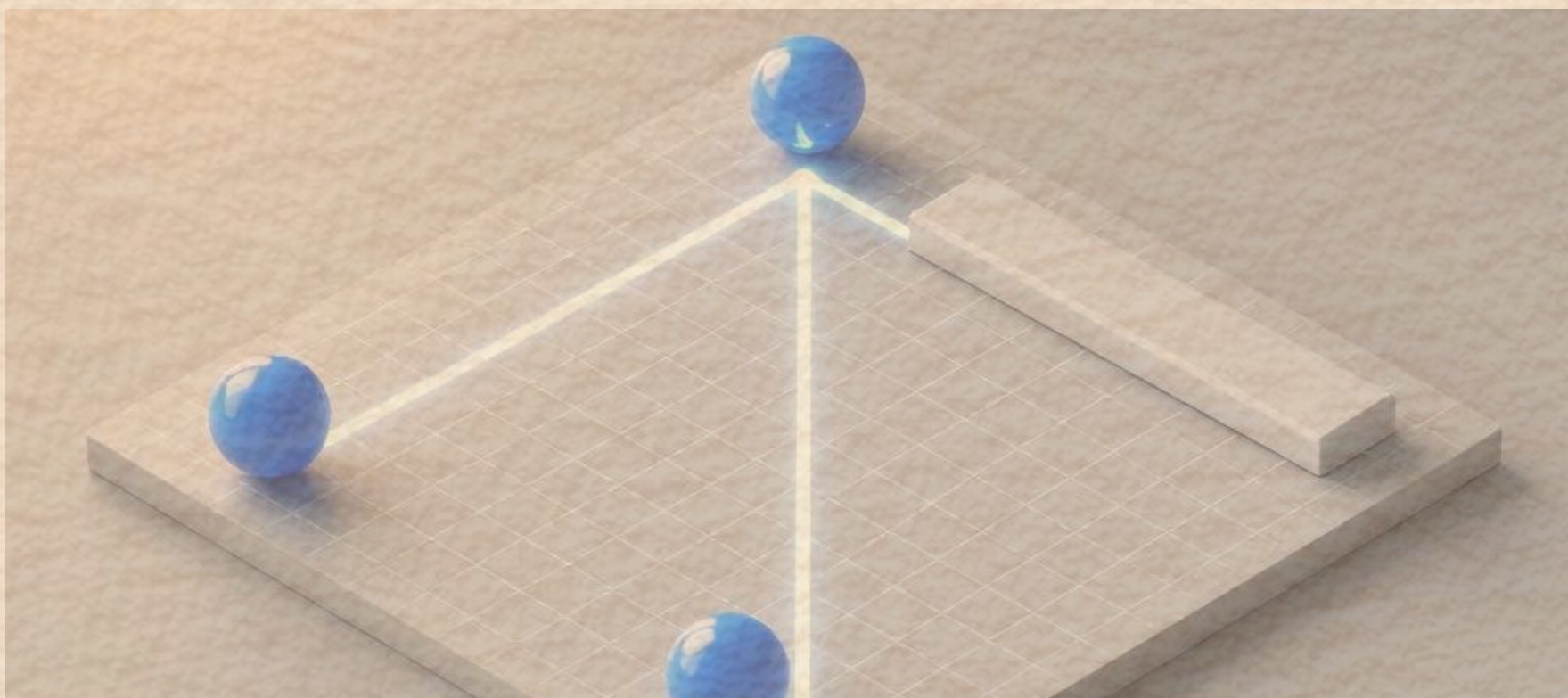
Любая точка на плоскости записывается как $(x; y)$. Такая запись сразу сообщает и горизонтальное, и вертикальное положение, а расстояние между точками измеряется в тех же единицах, что и на чертеже.

Алгоритм нахождения расстояния

Последовательность действий для точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$

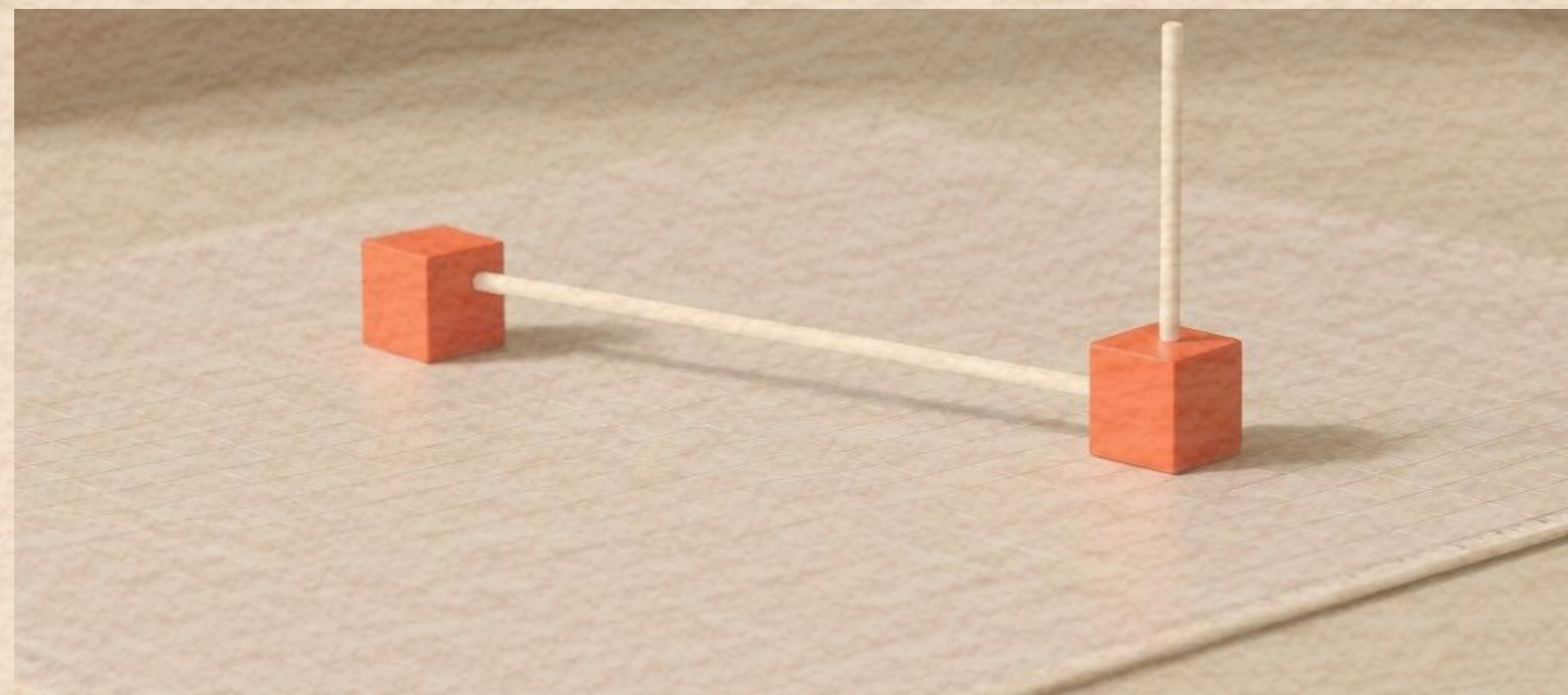


Почему это связано с теоремой Пифагора



Два шага по сетке

Если от одной точки провести горизонтальный и вертикальный отрезки до другой, получится прямоугольный треугольник. Его катеты совпадают с разностями координат, а искомое расстояние между точками становится гипотенузой. Именно поэтому здесь работает теорема Пифагора.



Формула из геометрии

На координатной сетке удобно увидеть, как из двух перпендикулярных отрезков складывается одно общее расстояние. Квадраты катетов складывают, а потом находят корень. Так геометрическая идея превращается в формулу для любых двух точек на плоскости.

Частые случаи вычисления расстояния

В простых ситуациях формула расстояния сокращается, и ответ можно найти быстрее.

Если одна координата совпадает, остаётся только разность по другой оси. В остальных случаях используют полную формулу.

Ситуация	Ответ
$x_1 = x_2$	$ y_2 - y_1 $
$y_1 = y_2$	$ x_2 - x_1 $
$(-1; 2)$ и $(3; 2)$	4
Произвольные точки	Формула с корнем

Правила вычисления расстояния между точками на координатной плоскости

Примеры расстояний на координатной плоскости

На диаграмме удобно сравнить результаты для разных пар точек. У одних пар меняются обе координаты, у других – только одна, но ответ может совпадать.

Одинаковая длина возможна при разных координатах. Это показывает, что важен не вид записи, а именно вычисленное расстояние.

Примеры для учебного объяснения по теме координатной плоскости

Свойства расстояния между точками

1 Порядок не важен

Если поменять точки местами, расстояние не изменится: AB и BA имеют одинаковую длину. Это удобно для проверки решений и помогает не бояться перестановки координат в записи.

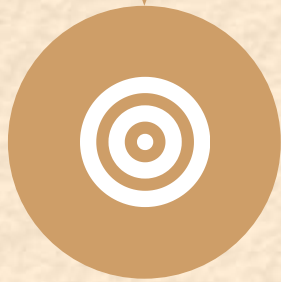
2 Ноль или больше

Расстояние между точками не может быть отрицательным. Если точки совпадают, оно равно 0, потому что между ними нет промежутка. Это свойство сразу показывает, верен ли полученный ответ.

3 Помогает вычислять точно

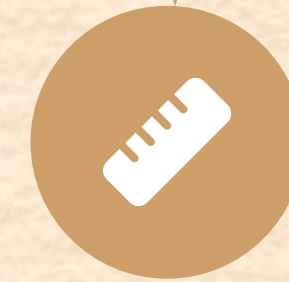
Знание свойств позволяет быстрее заметить ошибку в знаках, в порядке координат или в вычислениях. Если ответ отрицательный или неожиданно большой, решение стоит перепроверить по шагам.

Что такое окружность



Одна общая точка

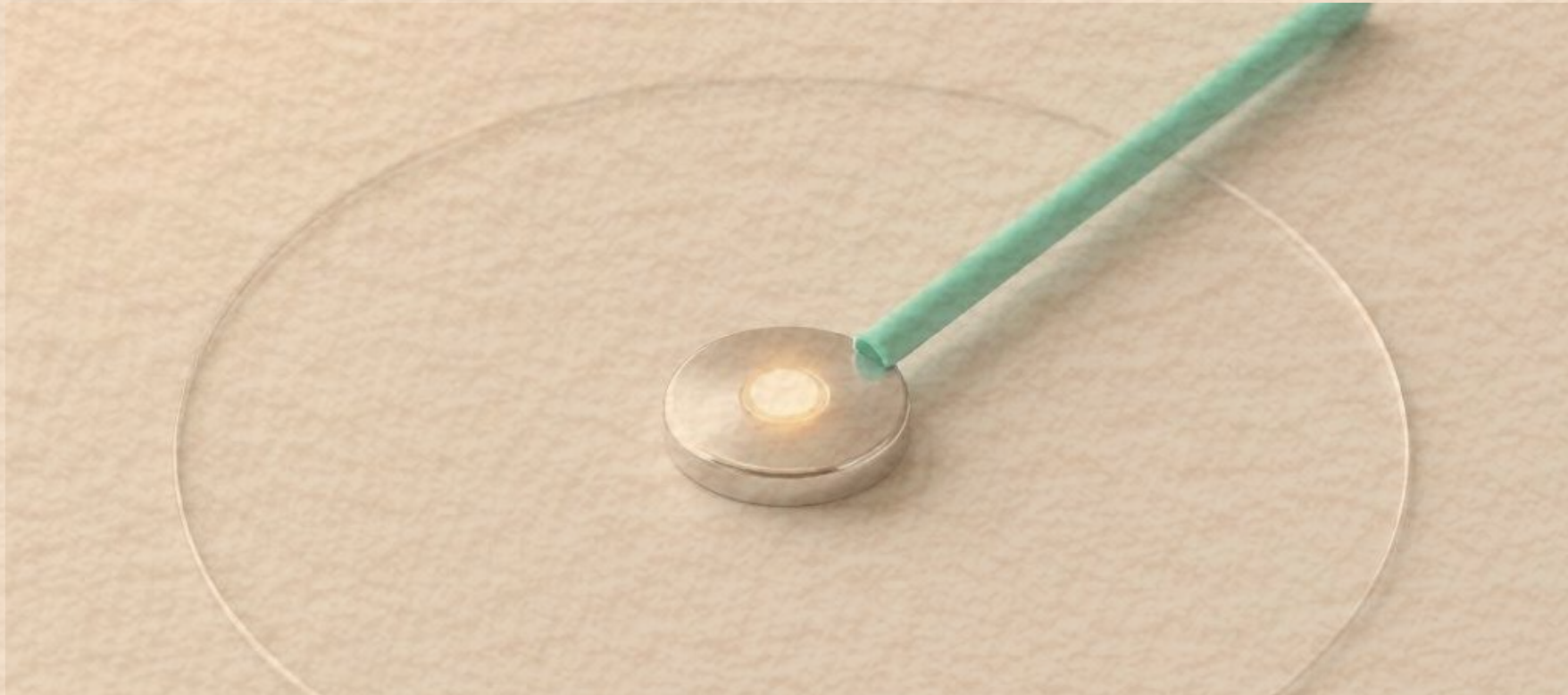
Окружность состоит из всех точек плоскости, которые находятся на одинаковом расстоянии от одной фиксированной точки. Эта точка называется центром и задаёт положение всей фигуры.



Радиус r

Радиус — это расстояние от центра до любой точки окружности. Все такие отрезки равны между собой, поэтому буква r обозначает одну и ту же длину для всей окружности.

Центр, радиус и точки окружности



Как читается схема

На чертеже центр окружности обычно обозначают буквой O и записывают его координаты как $O(a; b)$. От центра к точке на линии проводят радиус, и его длина всегда равна r . Такая схема сразу показывает, где находится фигура и каким должен быть её размер.

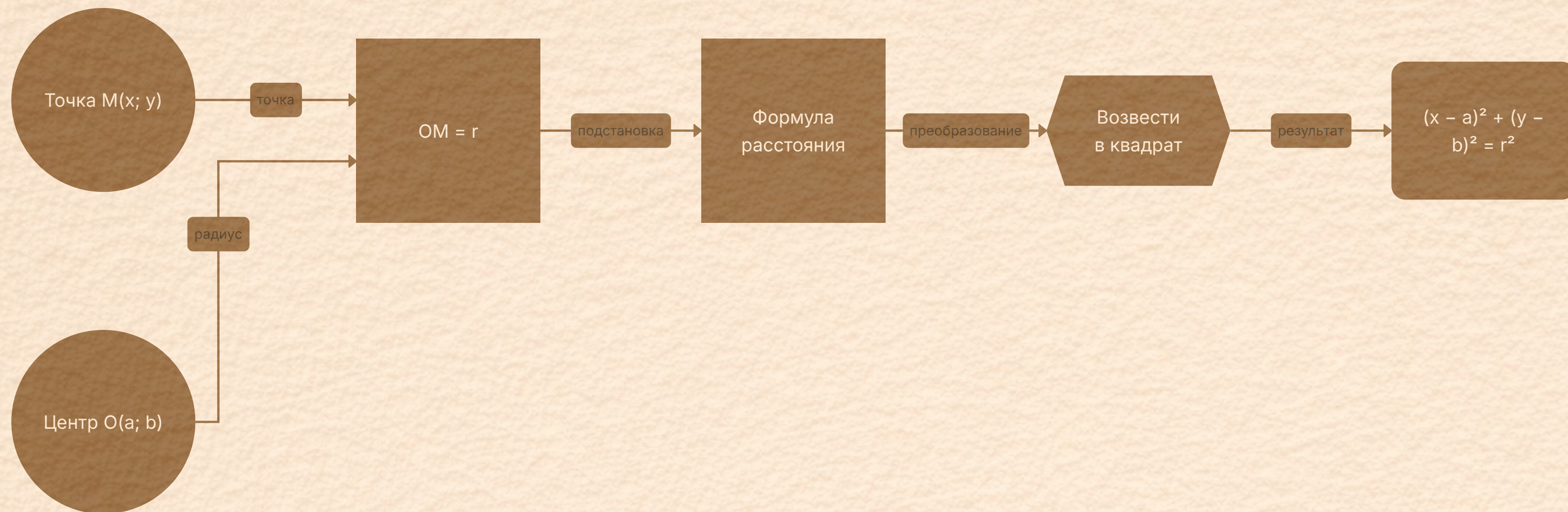


Что видно на рисунке

Если отметить центр, провести один или несколько радиусов и обвести саму окружность, становится понятна её структура. Радиусы идут от центра к линии окружности, а каждая точка этой линии находится от центра на одинаковом расстоянии. Это удобно для объяснения и проверки построения.

От центра к формуле окружности

Центр $O(a; b)$ и точка $M(x; y)$ на окружности позволяют через формулу расстояния получить уравнение окружности.



Общий вид уравнения окружности

1 Основная запись

Уравнение окружности записывают в виде $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$. Оно сразу показывает и положение фигуры, и её размер на координатной плоскости.

2 Координаты центра

Числа a и b — это координаты центра окружности. По ним можно понять, где расположена фигура относительно начала координат и осей.

3 Роль радиуса

Число r задаёт расстояние от центра до любой точки окружности. Чем больше радиус, тем больше окружность и тем шире её расположение на плоскости.

4 Частный случай

Если центр находится в начале координат, формула упрощается до $x^2 + y^2 = r^2$. Такая запись удобна для быстрых вычислений и проверки точек.

Как изменяется окружность при разном радиусе

По мере роста радиуса увеличивается и площадь круга, связанного с этой окружностью. Это видно уже на небольших значениях радиуса.

Площадь растёт быстрее, чем сам радиус: увеличение в 5 раз даёт рост площади в 25 раз. Связь квадрата радиуса хорошо заметна.

Геометрическая формула площади круга $S = \pi r^2$; расчёт значений для $r = 1, 2, 3, 4, 5$.

Как проверить, лежит ли точка на окружности



Подставить координаты

Координаты точки подставляют в уравнение окружности вместо x и y . После этого остаётся вычислить левую часть и сравнить её с r^2 .



Точка на окружности

Если после подстановки получается верное равенство, точка лежит на окружности. В этом случае расстояние от точки до центра точно равно радиусу.



Внутри или снаружи

Если левая часть меньше r^2 , точка находится внутри окружности. Если больше r^2 , точка расположена снаружи и не принадлежит окружности.

Проверка точек на примере окружности

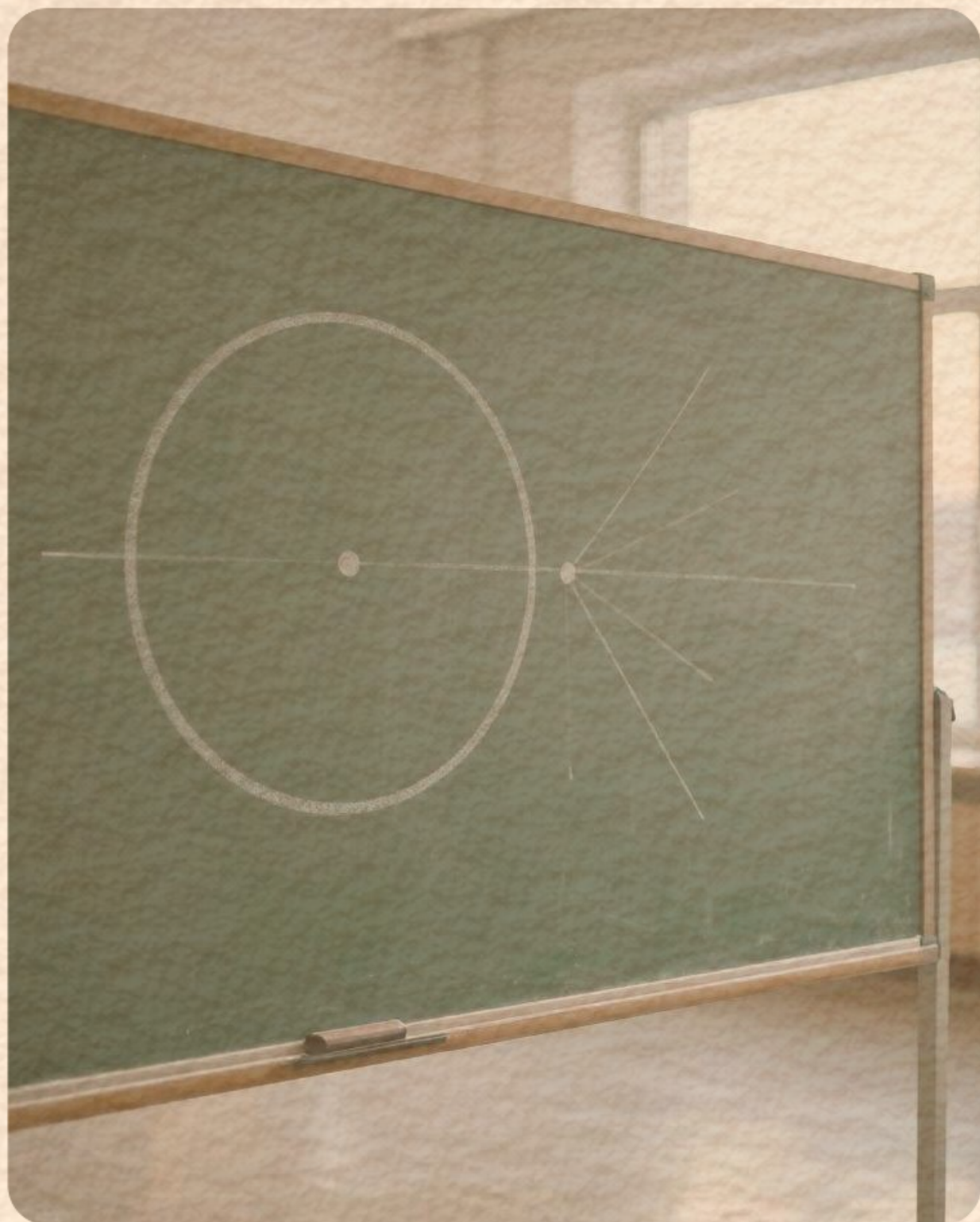
Точка	Левая часть	Вывод
(5; -1)	9	на окружности
(2; 2)	9	на окружности
(2; 0)	1	внутри

Для уравнения $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$ сравним значения для нескольких точек и определим их положение относительно окружности.

Для проверки важна не сама координата по отдельности, а значение всей суммы квадратов. Сравнение с r^2 сразу показывает положение точки.

Подстановка координат в уравнение окружности $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$.

Геометрический смысл уравнения окружности



Формула превращается в фигуру

Уравнение задаёт не просто запись, а все точки, которые находятся на одинаковом расстоянии от центра. Так алгебраическая формула становится геометрической фигурой.

Каждое число имеет смысл

Координаты центра и радиус определяют, где окружность находится и какой она будет. Поэтому по одной формуле можно восстановить саму фигуру на плоскости.

Связь двух разделов

Эта тема показывает, как вычисления помогают изучать геометрию. Формулы и чертёж здесь работают вместе и делают решение задач более точным.

Частые ошибки в задачах на расстояние и окружность

Точные записи координат и аккуратные вычисления помогают избежать большинства ошибок при решении задач по этой теме.

Чаще всего трудности связаны с разностями $x_2 - x_1$ и $y_2 - y_1$. Внимательная запись формул заметно снижает число ошибок.

Обобщение типичных ошибок при решении задач на расстояние между точками и уравнение окружности.

Связь двух тем

01.

Сначала – расстояние

Находят расстояние между двумя точками с помощью координат и формулы, основанной на теореме Пифагора. Эта идея помогает измерять отрезки на плоскости.

02.

Потом – окружность

Для окружности считают расстояние от центра до точки на линии фигуры. Если оно одинаковое для всех таких точек, получается уравнение окружности.

03.

Общий принцип

В обеих темах используется одна мысль: сравнить расстояние с заданной величиной. Поэтому формула расстояния становится основой для описания окружности.

Это удобная проверка: если ответ совпал, формула расстояния применена верно. Такой же подход помогает быстро находить уравнение окружности.

Вычисление по формуле расстояния между точками $A(1; 2)$ и $B(4; 6)$.

5

получается при вычислении расстояния между точками $A(1; 2)$ и $B(4; 6)$.

Что важно запомнить

Расстояние между точками находят по формуле, связанной с теоремой Пифагора, а окружность задают уравнением, где все точки равноудалены от центра. Эти идеи тесно связаны.