

Многочлены: как записывать и упрощать алгебраические выражения

Разберём многочлены, их степень, преобразования
и применение в задачах.



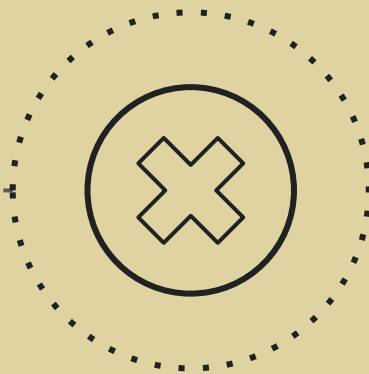
Зачем изучать многочлены в 7 классе



Вы уже умеете работать с одночленами, а многочлены помогают собирать выражения в удобную форму, сравнивать формулы и быстро вычислять значения при разных числах.

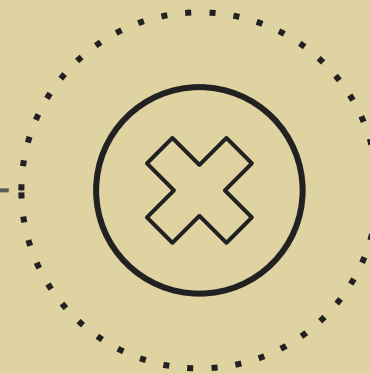


Определение многочлена и его части



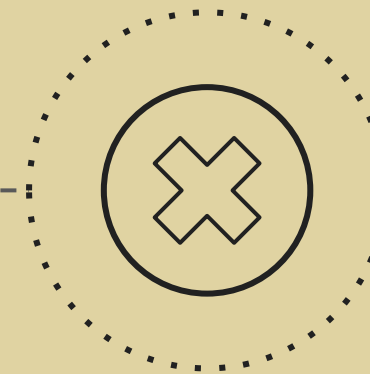
Что такое многочлен

Многочлен — это алгебраическое выражение, составленное из одночленов, которые соединены знаками сложения или вычитания. Каждый такой одночлен называется членом многочлена.



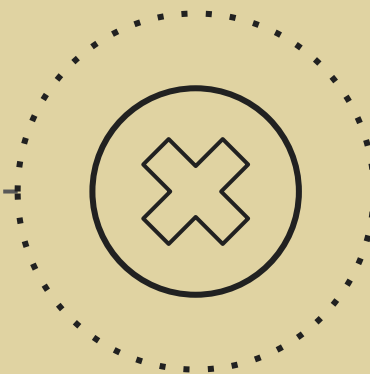
Коэффициент

Коэффициент — числовая часть одночлена. Например, в выражении 7×2 коэффициент равен 7, потому что именно это число умножается на буквенную часть.



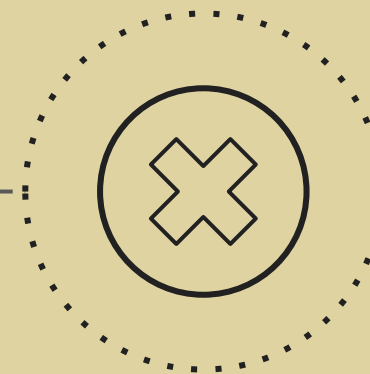
Свободный член

Свободный член не содержит букв. В многочлене $3 \times 2 - 2x + 5$ свободный член — это 5; он записывается отдельно от остальных членов.



Старший член

Старший член — это член с наибольшей степенью. Он помогает определить степень всего многочлена и показывает, какой член является самым «сильным» в записи.



Почему это важно

Понимание частей многочлена делает проще любые преобразования: от сравнения выражений до раскрытия скобок, умножения и решения уравнений.

Виды многочленов по числу членов

В таблице показано, как многочлены различаются по количеству членов и как это влияет на их название.

Название многочлена зависит только от количества его членов, а не от букв или чисел в записи.

Вид	Пример	Члены	Особенность
Одночлен	7×2	1	Один член
Двучлен	$x+4$	2	Два члена
Трёхчлен	x^2-3x+2	3	Три члена
Многочлен	$a+b+c+d$	4	Число членов любое

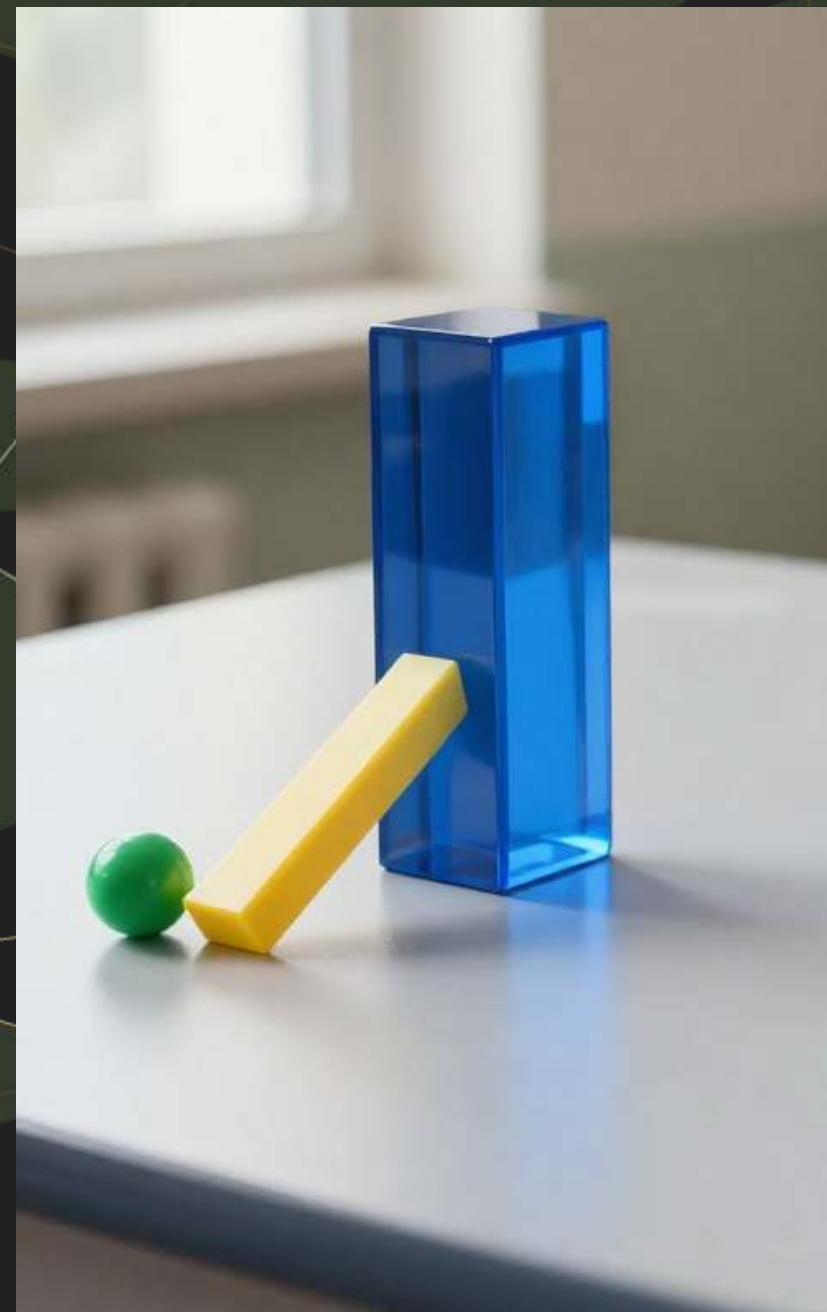
Степень многочлена на примерах

Главное правило

Степень многочлена равна наибольшей степени среди всех его членов. Именно старший член определяет, какая степень будет у всего выражения.

Примеры вычисления

В многочлене $5x^3 - 2x + 1$ степень равна 3, а в выражении $8a^2 - 3a + 6$ степень равна 2, потому что наибольшая степень принадлежит старшему члену.



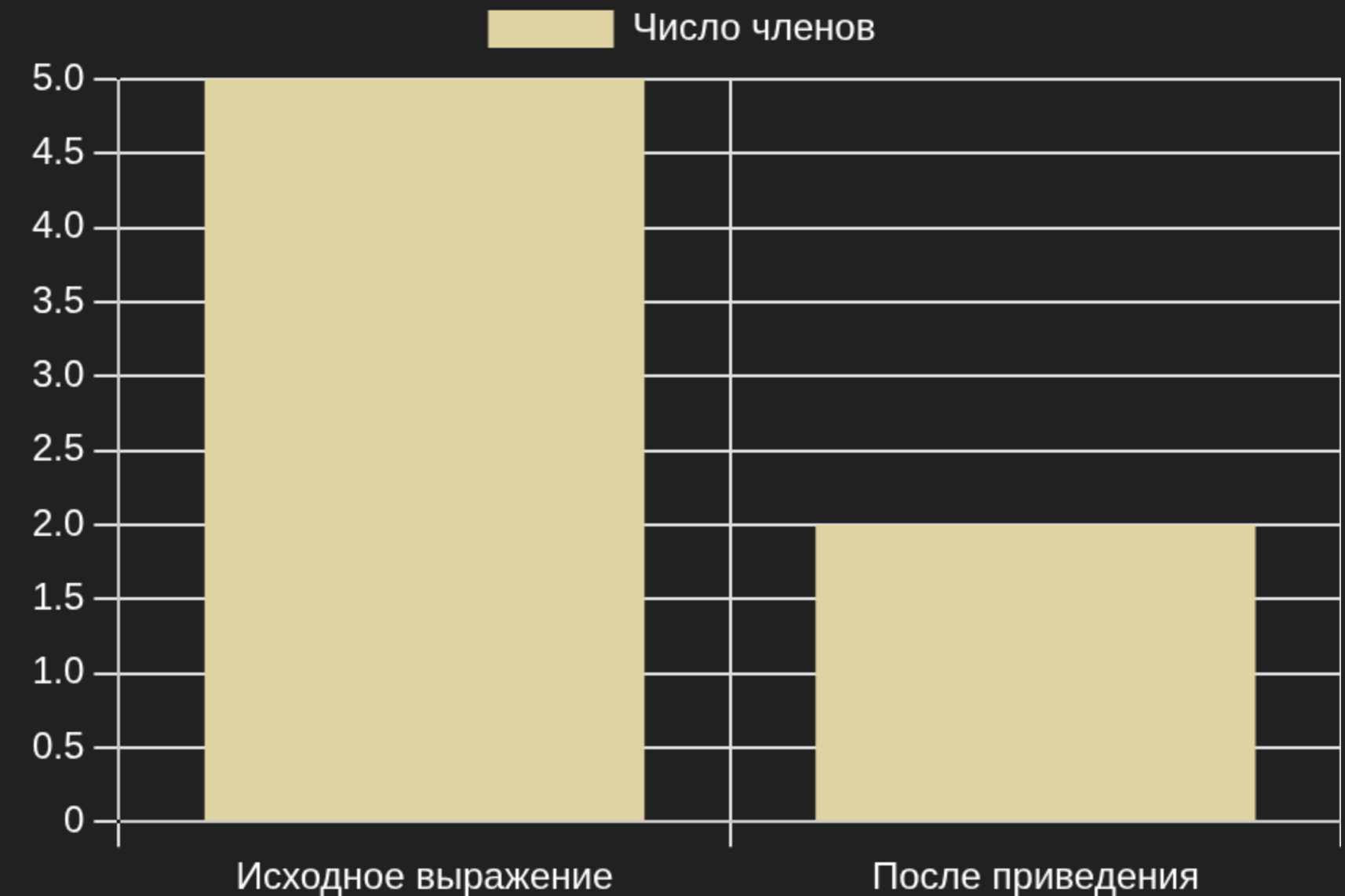
Постоянное число

Если многочлен состоит только из числа, например 9, то его считают многочленом степени 0. У такого выражения нет буквенной части, но оно тоже является многочленом.

Приведение подобных слагаемых сокращает запись

Подобные слагаемые объединяют только тогда, когда у них совпадает буквенная часть. Это делает выражение короче и удобнее для дальнейших преобразований.

После объединения подобных слагаемых число членов уменьшается, а запись становится компактнее без изменения значения выражения.



Учебный пример: $4x+3x-2+5-x \rightarrow 6x+3$

Сложение и вычитание многочленов

01

Сначала складываем подобные

При сложении многочленов одночлены с одинаковой буквенной частью объединяют, а затем приводят подобные слагаемые. Это позволяет сразу увидеть более простую запись результата.

02

Следим за знаками

Главная трудность в этих действиях — не перепутать плюс и минус. Особенно важно быть внимательным, когда перед скобками стоит знак «-».

03

Вычитание через скобки

При вычитании скобки раскрывают, а знаки всех членов вычитаемого многочлена меняют на противоположные. После этого снова приводят подобные слагаемые.

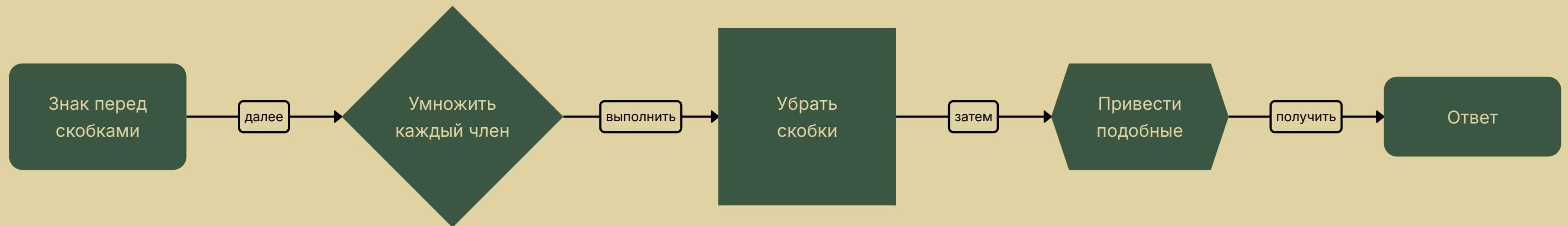
04

Проверка на примерах

Например, $(2x+3)+(x-5)=3x-2$, а $(4a-1)-(a+6)=3a-7$. Оба случая показывают, что аккуратная работа со знаками даёт верный ответ.

Раскрытие скобок шаг за шагом

✗ Последовательность преобразования выражения с произведением и скобками



Умножение многочлена на одночлен



Каждый член отдельно

Одночлен умножают на каждый член многочлена по отдельности. Это правило помогает не пропустить ни один член и правильно сохранить знаки в результате.



Пример преобразования

Если умножить $2a$ на $(a+3)$, получится $2a^2+6a$.
Если умножить $-4x$ на $(2x-5)$, выйдет $-8x^2+20x$.



Где применяется

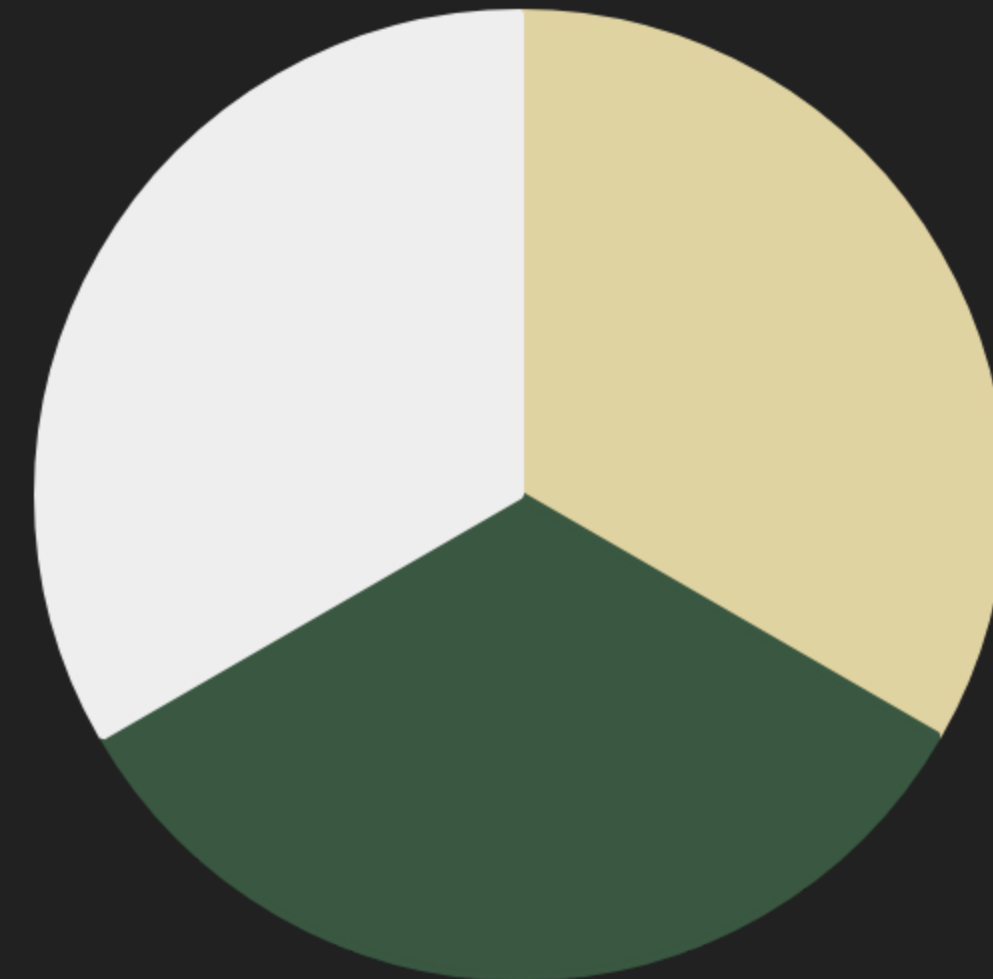
Этот приём часто нужен при раскрытии скобок и в геометрических формулах. После умножения результат снова записывают в виде многочлена.

Формулы сокращённого умножения

Эти формулы позволяют быстро раскрывать скобки и сразу получать готовую запись без поэлементного умножения каждого члена.

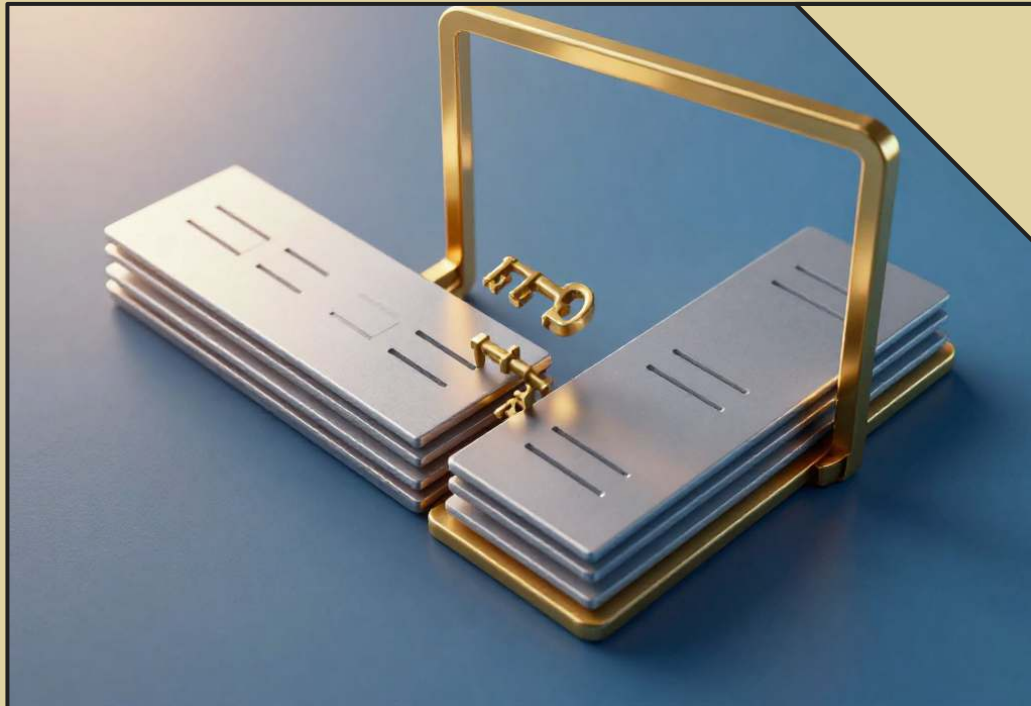
Три формулы составляют основу быстрого преобразования выражений и часто используются в дальнейших темах алгебры.

Квадрат суммы Квадрат разности
Разность квадратов



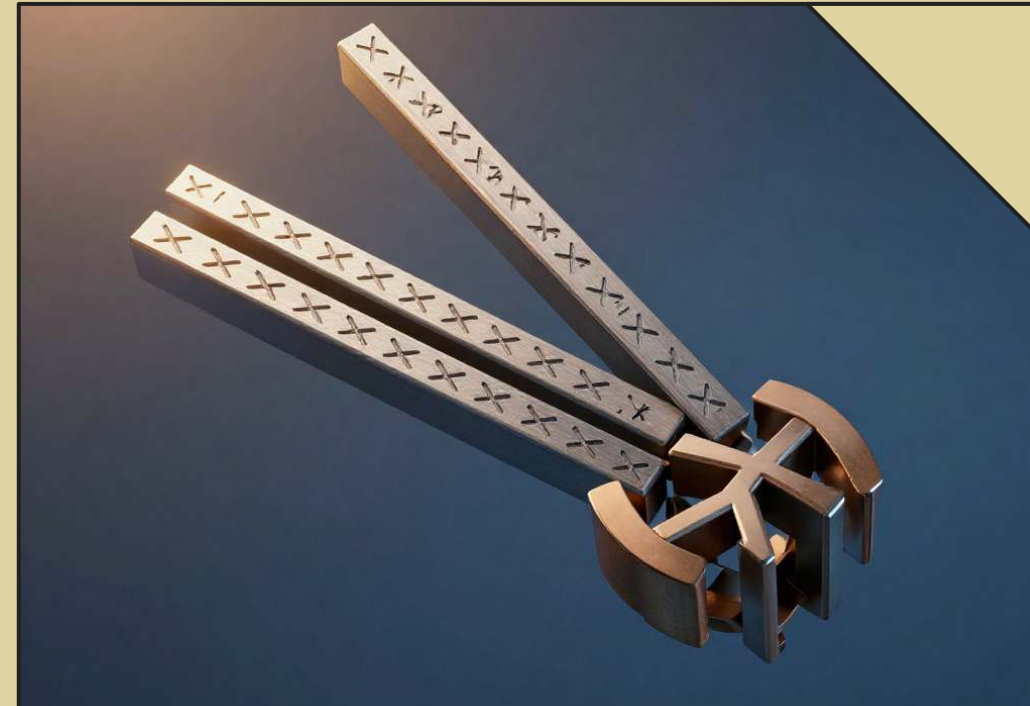
Стандартные формулы сокращённого умножения

Как вынести общий множитель и получить более простую запись



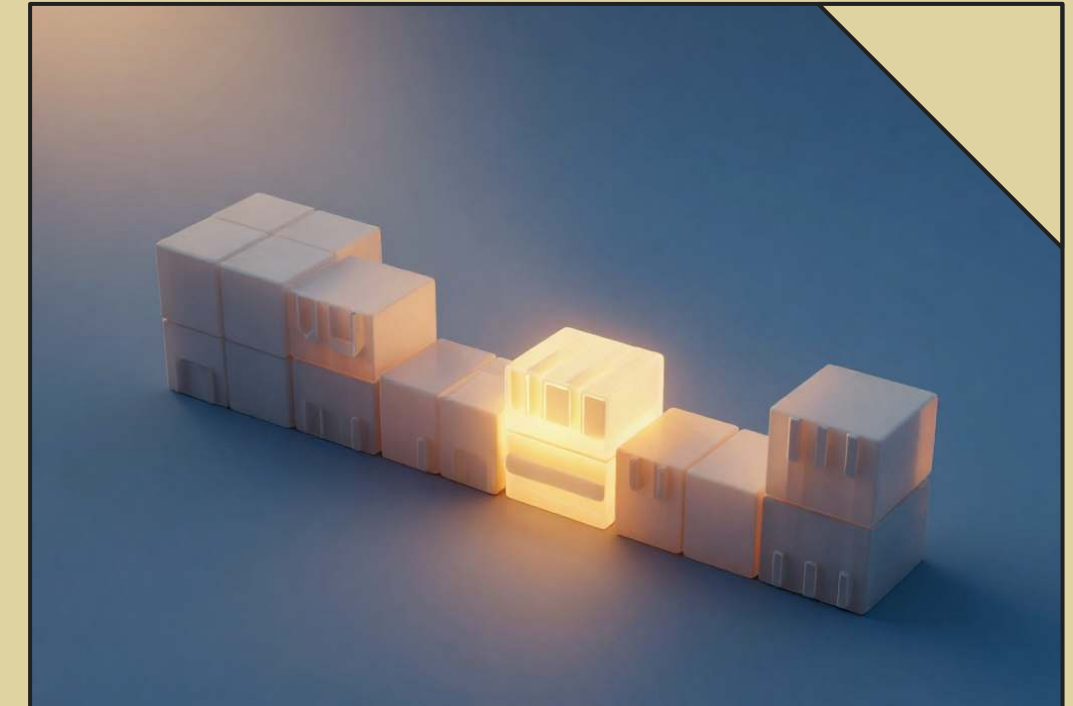
Сначала находим общий «ключ»

В выражении $6x+9$ общий множитель — число 3. Его можно вынести за скобки, потому что оба слагаемых делятся на 3 без остатка. Тогда исходная запись превращается в $3(2x+3)$ и становится короче.



Буква тоже может быть общим множителем

В выражении x^2+3x общий множитель — x . Его видно в каждом члене, поэтому можно записать $x(x+3)$. Такое преобразование показывает структуру многочлена и помогает быстрее выполнять дальнейшие действия с ним.



Разложение делает выражение удобнее

Если выделить общий множитель цветом, легко заметить, какие части выражения повторяются. Это помогает не только упростить запись, но и подготовить многочлен к раскрытию скобок, сокращению или решению уравнений.

Способы преобразования многочленов

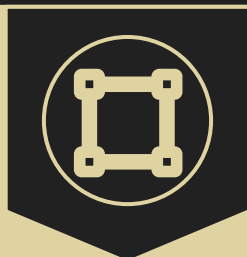
- ✕ В таблице собраны основные действия, которые чаще всего используются при работе с многочленами, и показано, в каких случаях каждое из них особенно полезно.
- ✕ Каждый способ нужен в своей ситуации: сначала убирают скобки, затем приводят подобные слагаемые или выносят общий множитель, чтобы получить более короткую и удобную форму.

Способ	Когда	Пример	Результат
Подобные	Одинаковые буквы	$4x+3x-x$	$6x$
Скобки	Есть скобки	$2(x+5)$	$2x+10$
На одночлен	Одночлен умножает	$3a(a-2)$	$3a^2-6a$
Общий множитель	Есть общий множитель	$8x+12$	$4(2x+3)$

Учебные преобразования многочленов в курсе алгебры 7 класса



Как многочлены помогают в геометрии



Площадь с переменной стороной

Если стороны прямоугольника равны x и $x+5$, площадь записывают как x^2+5x . Многочлен сразу показывает, как меняется площадь при изменении длины стороны.



Периметр через сумму сторон

Для прямоугольника со сторонами a и b периметр равен $2a+2b$. Такая запись удобна, когда нужно быстро сравнить несколько фигур или подставить разные значения сторон.



Составные фигуры

При разбиении фигуры на части многочлены помогают складывать площади отдельных прямоугольников и получать точную формулу. Это делает решение наглядным и уменьшает риск ошибки в вычислениях.

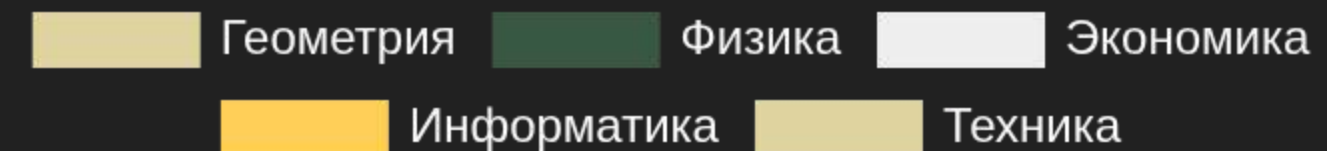
Где встречаются многочлены в жизни и науке



Одна и та же алгебраическая запись может описывать размер, стоимость, движение или модель работы устройства. Именно поэтому многочлены важны не только в учебнике, но и в практике.



Наибольший вклад дают геометрия и физика, но остальные области тоже используют многочлены как удобный способ записи зависимостей и расчётов.



Учебный обзор применения многочленов; значения в диаграмме условно отражают частоту примеров в школьном курсе

Как не допустить ошибок

01

Минус перед скобками

Если перед скобками стоит минус, знаки внутри обязательно меняются. Пропуск этого шага сразу даёт неверный результат, поэтому после раскрытия скобок полезно перечитать каждый член по очереди.

02

Неподобные не складывают

Складывать можно только одинаковые по буквенной части слагаемые. Нельзя объединять x и x^2 , потому что у них разные степени и они обозначают разные части выражения.

03

Коэффициент и степень

В записи 7×3 число 7 — это коэффициент, а 3 — степень. Эти понятия часто путают, хотя они отвечают за разные характеристики одночлена и многочлена.

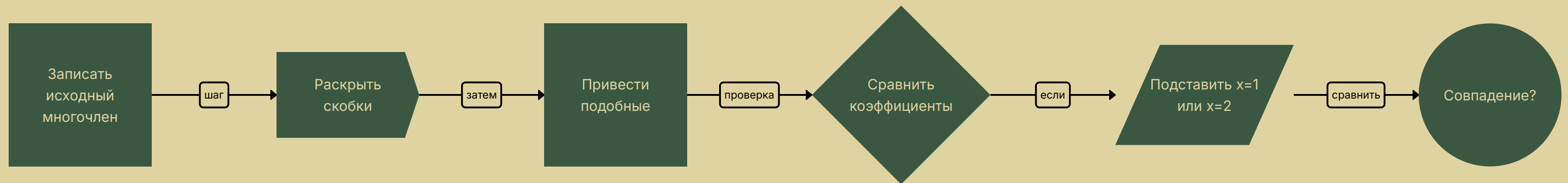
04

Не теряйте свободный член

При преобразовании легко забыть число без буквы, особенно если оно стоит в конце выражения. Проверка всех слагаемых помогает сохранить свободный член и получить верный ответ.

Как проверить преобразование многочлена

✗ Последовательность действий помогает убедиться, что раскрытие скобок и приведение подобных слагаемых выполнены без ошибок.



Как многочлены помогают решать уравнения

01

Убираем скобки

Сначала выражение делают проще: раскрывают скобки и приводят подобные слагаемые. После этого уравнение становится короче, а числа и буквы легче сравнивать между собой.

02

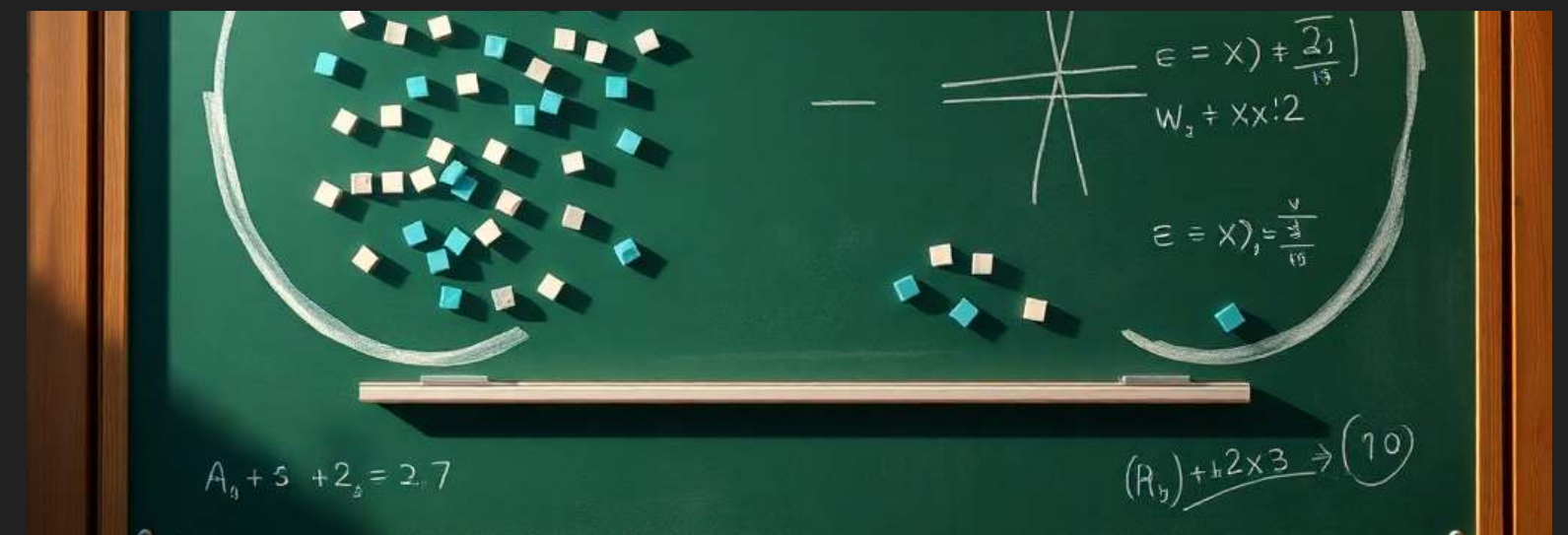
Переносим члены

Затем все члены с буквой собирают в одной части, а числа — в другой. Так уравнение приводят к стандартному виду, который удобен для нахождения неизвестного.

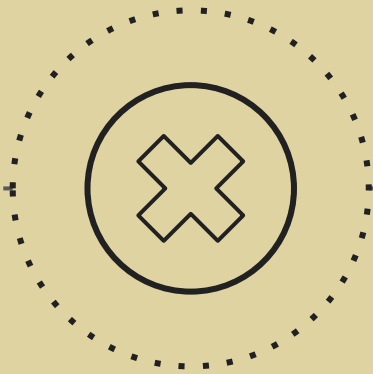
03

Проверяем ответ

После получения решения полезно подставить найденное число обратно в исходное уравнение. Если левая и правая части совпадают, ответ найден правильно и преобразования выполнены без ошибок.

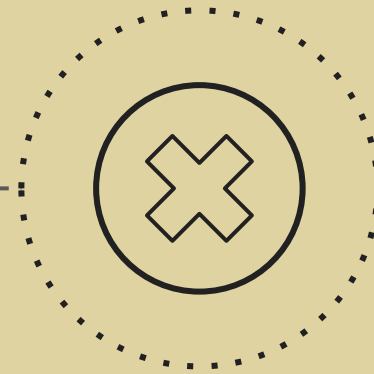


Главные термины темы



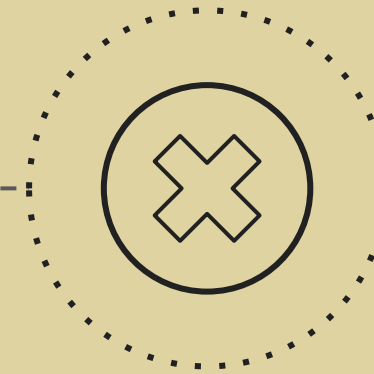
Члены и коэффициент

Члены многочлена — это одночлены, соединённые знаками сложения или вычитания. Коэффициент показывает числовую часть члена и помогает быстро сравнивать разные записи.



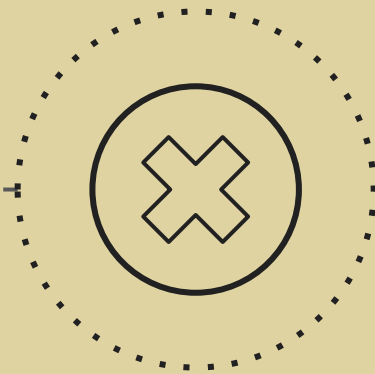
Степень и старший член

Степень многочлена определяют по наибольшей степени его членов. Старший член сразу показывает, какой одночлен задаёт самую высокую степень в записи.



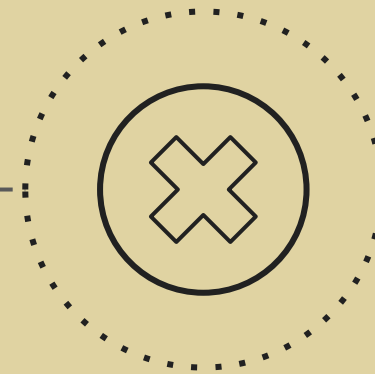
Свободный член

Свободный член не содержит буквы и остаётся неизменным при подстановке значения переменной. Он важен при вычислениях и проверке преобразований.



Подобные слагаемые

Подобные слагаемые имеют одинаковую буквенную часть. Их можно складывать или вычитать, что позволяет сделать многочлен короче и удобнее для работы.



Скобки и множители

Раскрытие скобок, формулы сокращённого умножения и разложение на множители — основные инструменты преобразования. Они помогают переходить от одной формы записи к другой быстро и точно.

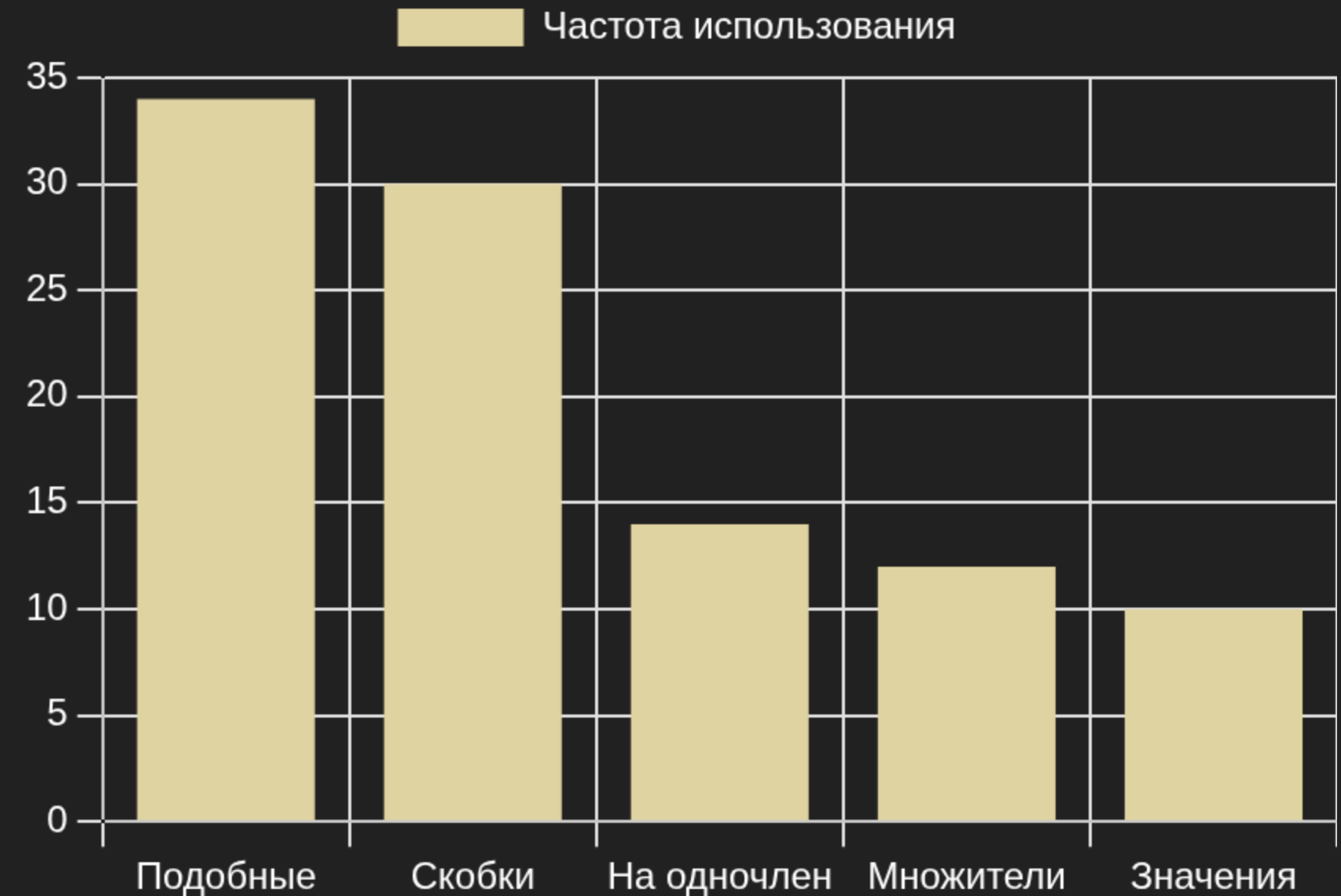
Какие действия с многочленами используются чаще всего



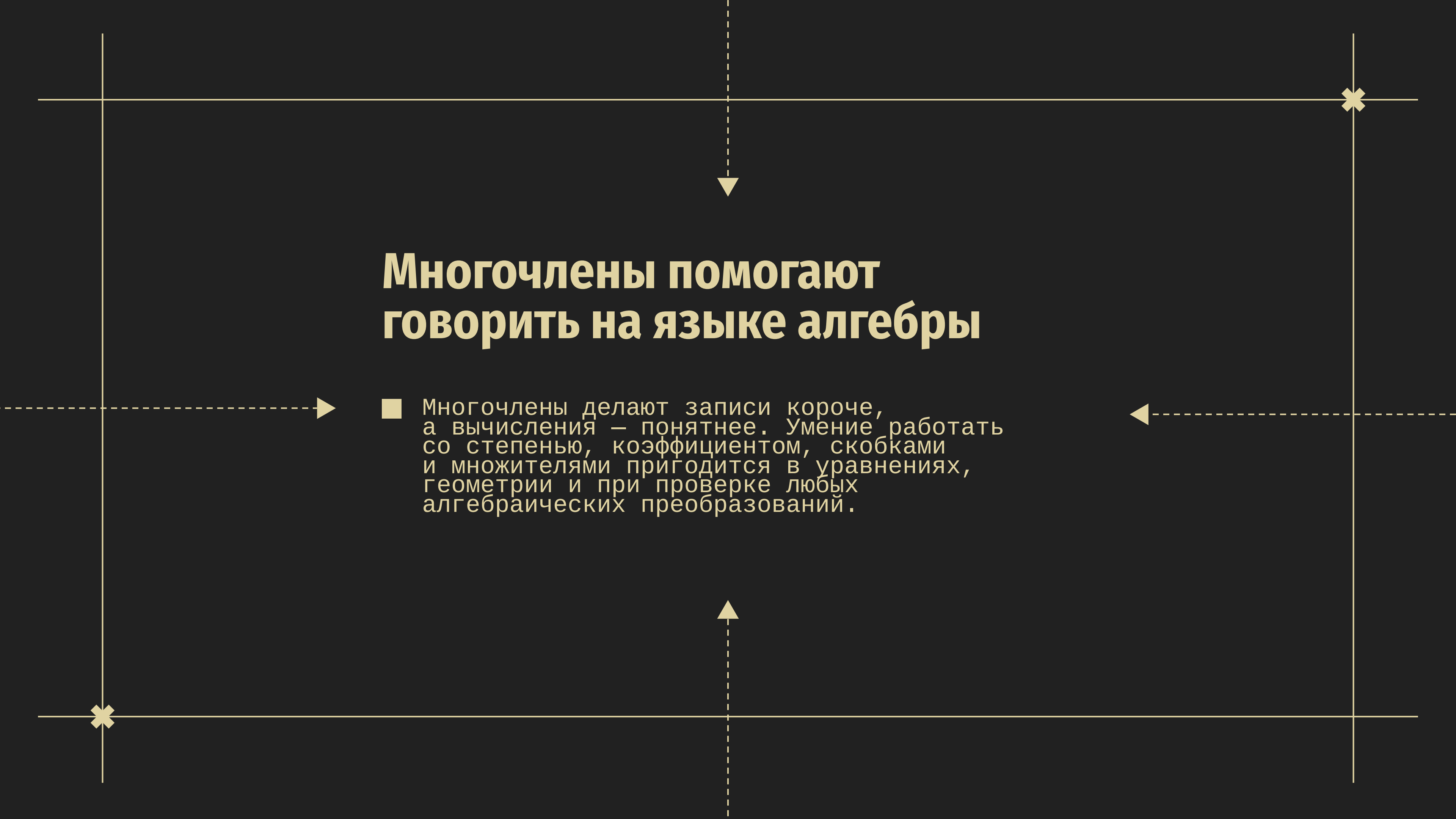
Чаще всего в заданиях нужно сначала раскрыть скобки, а потом сразу привести подобные слагаемые. Эти два действия образуют основу большинства преобразований.



Диаграмма показывает, что базовые преобразования используются чаще всего, а более специальные приёмы подключаются тогда, когда нужно сократить запись или подготовить выражение к решению.



Учебная схема частоты действий с многочленами, без использования статистических данных



Многочлены помогают говорить на языке алгебры

- Многочлены делают записи короче, а вычисления — понятнее. Умение работать со степенью, коэффициентом, скобками и множителями пригодится в уравнениях, геометрии и при проверке любых алгебраических преобразований.