

Сфера и шар: основные понятия геометрии

Разберём сферу и шар: определения, элементы, формулы и применение.



Зачем изучать сферу и шар

Эта тема вводит стереометрию, учит работать с объёмными фигурами и применять формулы к реальным объектам — от мяча до планеты.



r

— это одинаковое расстояние
от центра до любой точки
сферы.

Определение сферы в школьном курсе геометрии

Все точки сферы лежат на одном
и том же расстоянии от центра,
поэтому радиус у неё единственный
по длине.

Определение шара

Объёмная фигура

Шар — это не поверхность, а тело в пространстве. Он включает все точки, находящиеся от центра на расстоянии, не большем радиуса.

Граница шара

Поверхность шара образует сфера. Именно она отделяет внутреннюю часть фигуры от окружающего пространства и задаёт её форму.



Внутренняя часть

Все точки внутри сферы принадлежат шару. Поэтому шар имеет объём, а сфера в школьной геометрии объёма не имеет.

Шар и сфера

В задачах важно не путать эти понятия: сфера — это граница, а шар — вся фигура вместе с этой границей и внутренним пространством.

Основные элементы сферы и шара

Центр

Центр — это точка, от которой отсчитываются все расстояния до поверхности. Именно относительно неё определяются радиус, диаметр и сечения.

Радиус

Радиус соединяет центр с любой точкой сферы. Все радиусы одной сферы равны, поэтому они используются как основной параметр в формулах.



Диаметр

Диаметр проходит через центр и соединяет две точки сферы. Он всегда вдвое больше радиуса, то есть равен $2r$.

Хорда

Хорда соединяет две точки сферы, но не обязана проходить через центр. Она может быть короче диаметра или совпадать с ним.

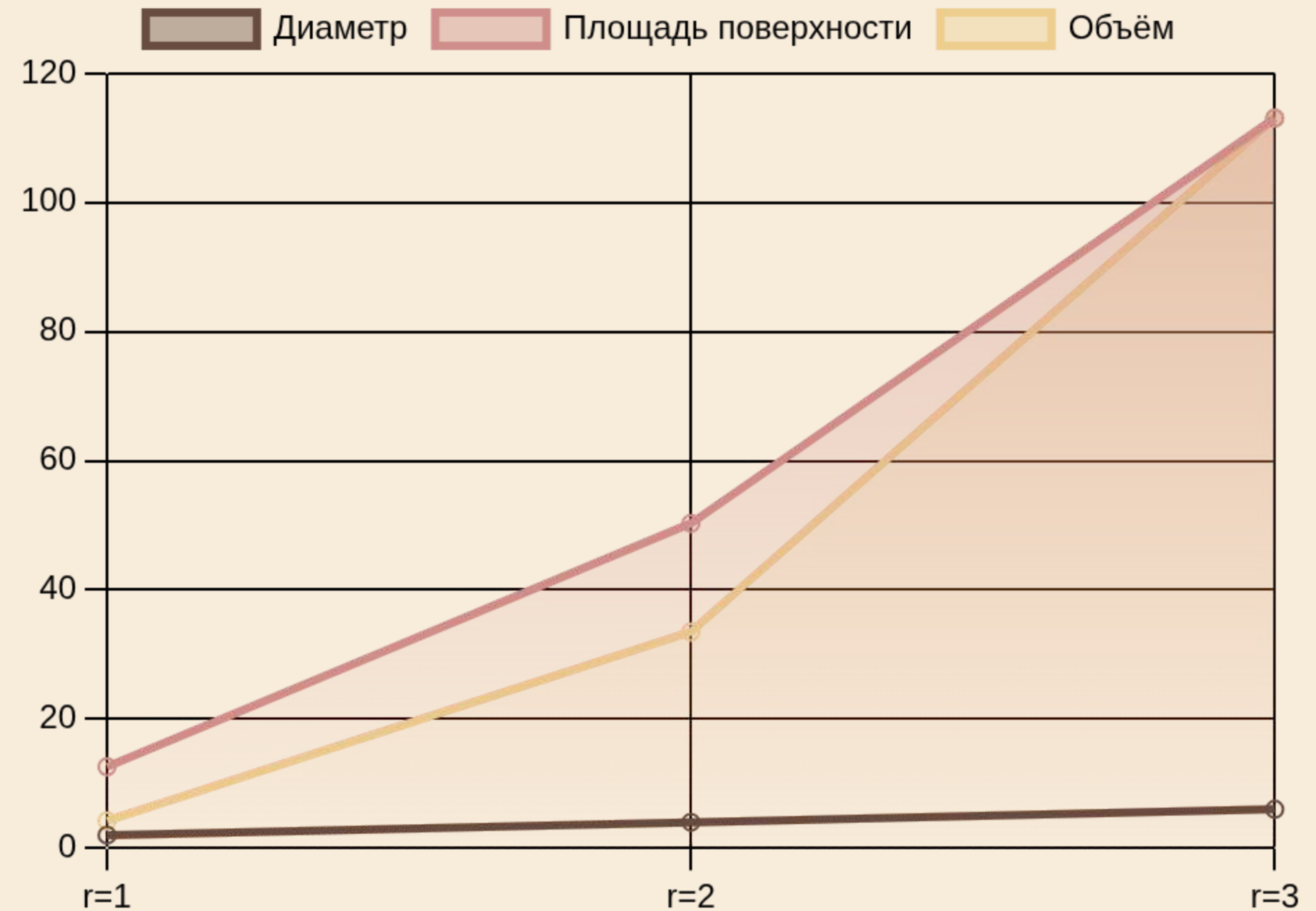
Сечение

При пересечении шара плоскостью получается круг, а у сферы — окружность. Вид сечения зависит от положения плоскости относительно центра.

Как меняются радиус, площадь и объём

При одинаковом увеличении радиуса разные характеристики растут неравномерно, потому что зависят от разных степеней радиуса.

Объём увеличивается быстрее площади поверхности, так как зависит от куба радиуса.



113,1 см²

получается при радиусе 3 см
и показывает площадь всей
поверхности сферы.

Вычисление по формуле $S = 4\pi r^2$ при $r = 3$ см

Это значение помогает быстро
оценить поверхность сферы после
подстановки радиуса в формулу $S = 4\pi r^2$.

Формула объёма шара

01

Записываем формулу

Объём шара находят по формуле $V = \frac{4}{3} \pi r^3$. Она используется, когда нужно определить, сколько пространства занимает тело.

02

Подставляем радиус

Сначала находят радиус по условию задачи, затем подставляют его в формулу. Чем больше радиус, тем заметнее возрастает объём.

03

Считаем и проверяем

После вычислений ответ записывают в кубических единицах. Это важно, потому что объём всегда показывает величину трёхмерного пространства.

Сравнение площади и объёма при разных радиусах

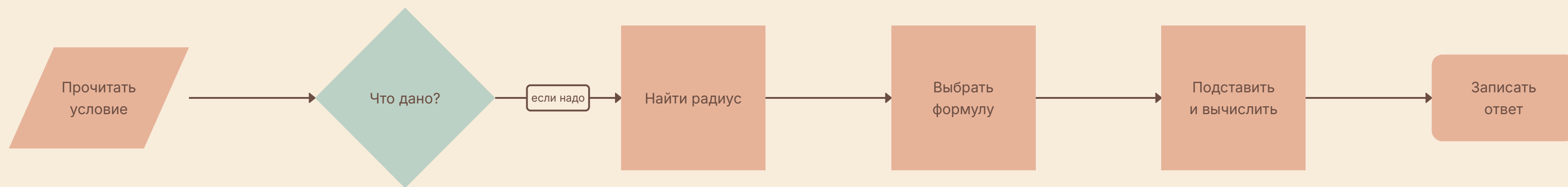
Таблица показывает, как меняются основные характеристики шара при увеличении радиуса.

Объём растёт быстрее площади:
при увеличении радиуса разница между ними становится всё заметнее.

r	d	S	V
1 см	2 см	12,6 см ²	4,2 см ³
2 см	4 см	50,3 см ²	33,5 см ³
3 см	6 см	113,1 см ²	113,1 см ³

Как находить площадь и объём шара

Последовательность действий при решении школьных задач по теме



Сечения шара плоскостью



Круг в центре шара

Если плоскость проходит через центр, сечение становится самым большим возможным кругом. Его радиус совпадает с радиусом шара, поэтому на рисунке хорошо видно симметрию фигуры. Такой случай часто используют, когда нужно показать «главный» разрез тела.



Сдвинутая плоскость

Когда плоскость проходит не через центр, получается тоже круг, но меньшего размера. Чем дальше плоскость от центра, тем меньше радиус сечения. На схеме это удобно показать двумя разными разрезами рядом, чтобы сравнить их размеры.

Чем отличаются круг, шар и сфера

Круг на плоскости

Круг — это плоская фигура, которую можно нарисовать на листе бумаги. Он имеет внутреннюю область и границу, поэтому относится к двумерным объектам, а не к пространственным телам.

Сфера как поверхность

Сфера состоит только из точек, удалённых от центра на одинаковое расстояние. У неё нет толщины и внутренней части, поэтому в геометрии сферу рассматривают как поверхность в пространстве.



Шар как тело

Шар включает сферу и все точки внутри неё. Это уже объёмная фигура, которую можно заполнить или измерить по объёму. Именно поэтому шар относится к трёхмерным объектам.

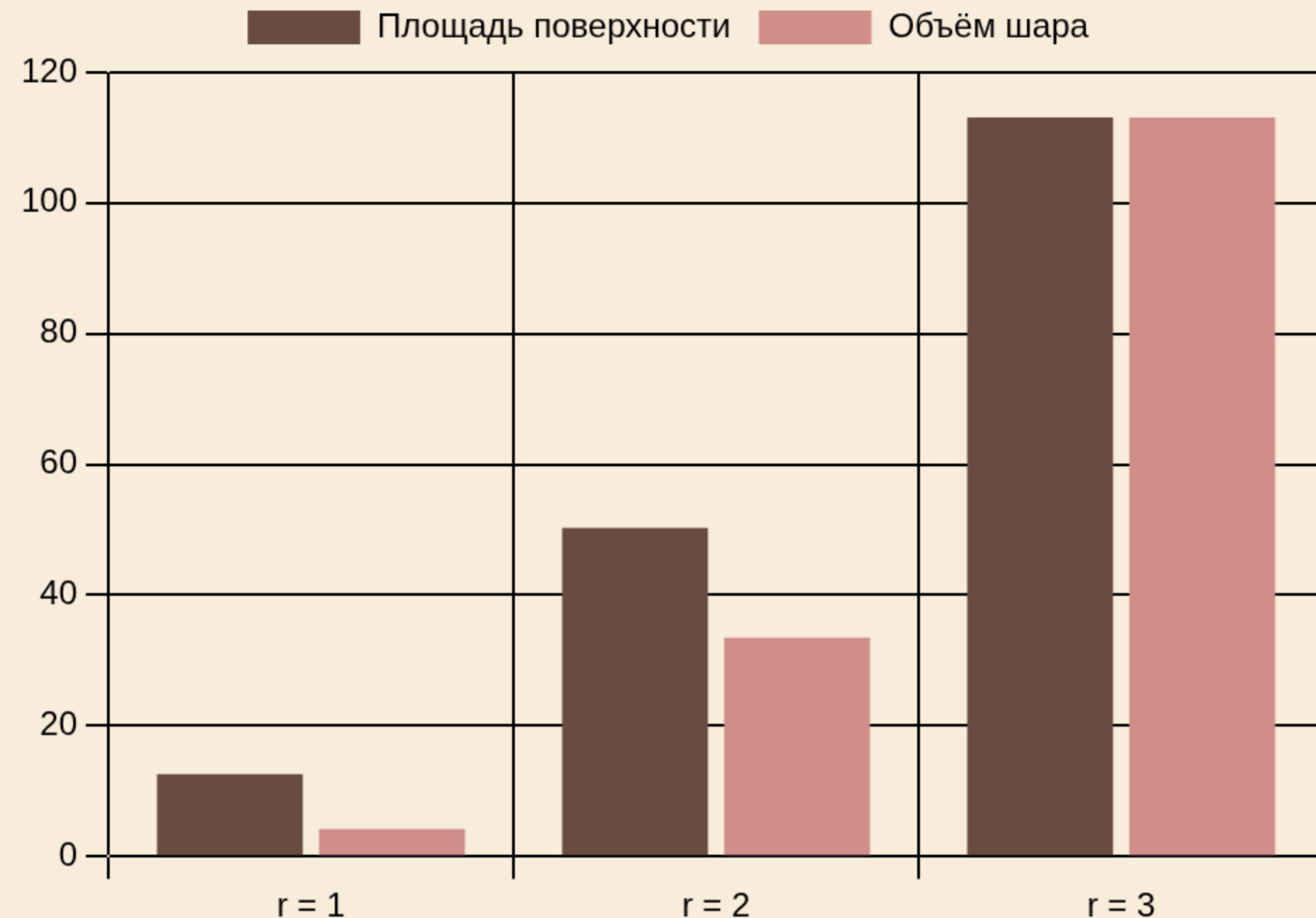
Что видно на чертеже

На рисунке круг изображают в плоскости, а шар и сферу — как пространственные объекты. Чтобы не путать фигуры, важно помнить: у шара есть объём, а у сферы — только поверхность.

Почему объём растёт быстрее площади

Обе величины зависят от радиуса, но по-разному: площадь — от квадрата, а объём — от куба. Поэтому при увеличении радиуса объём заметно опережает рост площади.

По данным видно, что при одинаковом увеличении радиуса объём растёт быстрее площади поверхности, особенно на больших значениях r .



Сфера и шар в окружающем мире



Спортивные мячи

Футбольные и теннисные мячи близки к шарообразной форме. Такая форма помогает предмету катиться, а нагрузка по поверхности распределяется более равномерно.



Глобус Земли

Глобус напоминает сферу, потому что показывает поверхность нашей планеты. Он не передаёт все детали идеально, но хорошо помогает представить Землю как объёмный объект.



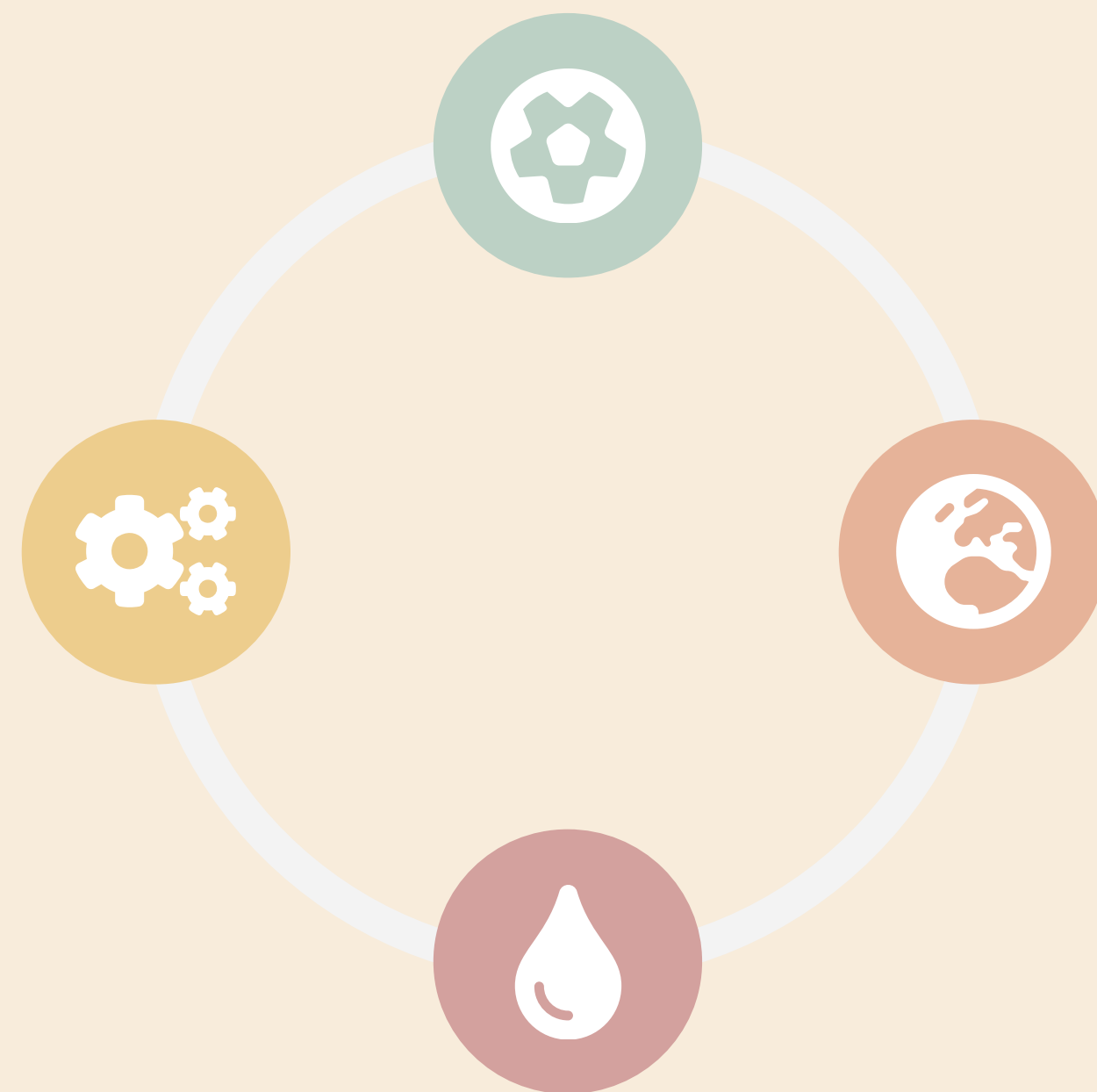
Капли воды

Маленькие капли стремятся стать почти шаром из-за поверхностного натяжения. При такой форме площадь поверхности получается наименьшей для данного объёма.



Техника и механизмы

Шарики в подшипниках и некоторые детали механизмов используют форму шара для уменьшения трения. Это делает движение более плавным и надёжным.



Примеры перехода от диаметра к радиусу

1

Диаметр известен

Если диаметр мяча равен 24 см, сначала делим его на 2. Получаем радиус 12 см, который затем можно подставить в формулы площади или объёма.

2

Радиус известен

Когда дан радиус 7,5 см, диаметр находят умножением на 2. В этом случае диаметр равен 15 см, а дальше уже удобно выбирать нужную формулу.

3

Проверка ответа

Если диаметр равен 18 см, радиус должен быть 9 см. Такая простая проверка помогает не ошибиться перед вычислением площади поверхности или объёма шара.



Единицы измерения в задачах на шар

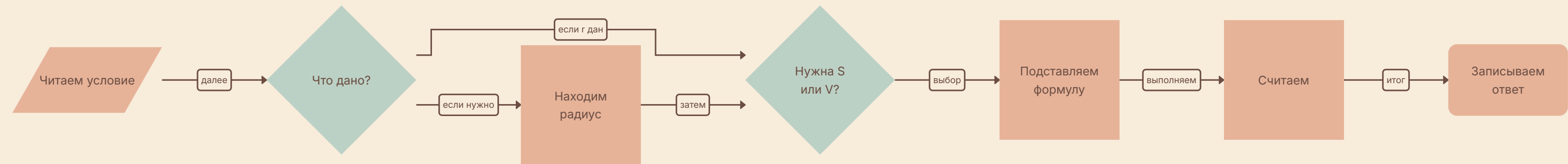
Величина	Единица
Радиус	см, м, мм
Площадь	см ² , м ² , мм ²
Объём	см ³ , м ³ , мм ³

Чтобы не ошибиться в ответе, важно заранее сопоставить каждую величину с правильной единицей измерения.

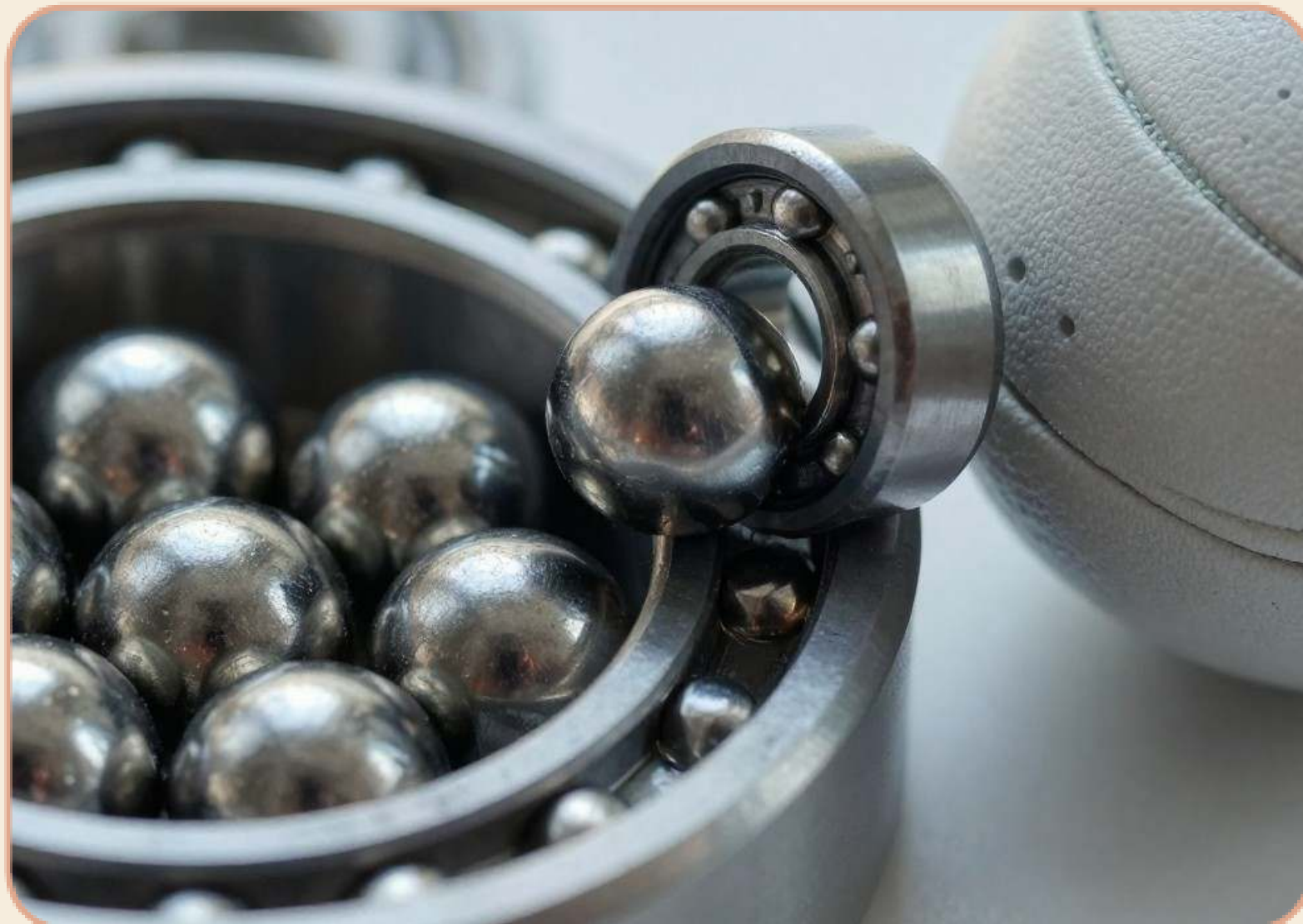
Площадь всегда записывают в квадратных единицах, а объём — в кубических; это помогает быстро проверить правильность решения.

Пошаговое решение задачи о шаре

Последовательность действий при решении типовой геометрической задачи по теме «сфера и шар».



Где используют шарообразную форму



В технике и спорте

Шарики в подшипниках, мячи и некоторые детали механизмов используют шарообразную форму не случайно. Она помогает уменьшить трение, облегчает движение и делает работу устройства более плавной и надёжной.



В природе и быту

Капли воды часто принимают почти шарообразную форму, особенно когда они маленькие. Это связано с поверхностным натяжением: при такой форме поверхность минимальна, а объём сохраняется.

Типичные ошибки при изучении темы

Путаница в понятиях

Некоторые ученики смешивают сферу и шар. Важно помнить: сфера — это только поверхность, а шар включает ещё и всё внутреннее пространство.

Неверный радиус

Частая ошибка — взять диаметр за радиус. Перед подстановкой в формулу нужно обязательно разделить диаметр на 2, иначе ответ получится неверным.

Проблемы с формулами

Иногда площадь считают по формуле объёма или наоборот. Перед вычислением полезно ещё раз проверить, нужна ли формула $S = 4\pi r^2$ или $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Неправильные единицы

Площадь не может измеряться в см^3 , а объём — в см^2 . Чтобы избежать ошибки, после вычислений нужно внимательно проверить единицы измерения.

Пропуск проверки

Если не сверить ответ с условием, легко не заметить неточность в вычислениях. Короткая проверка помогает вовремя исправить ошибку и получить верный результат.

Сфера и шар: что важно запомнить

Сфера — это поверхность, а шар — фигура с объёмом внутри неё. Если помнить про радиус, диаметр, формулы и сечения, задачи по теме решаются быстрее и увереннее.