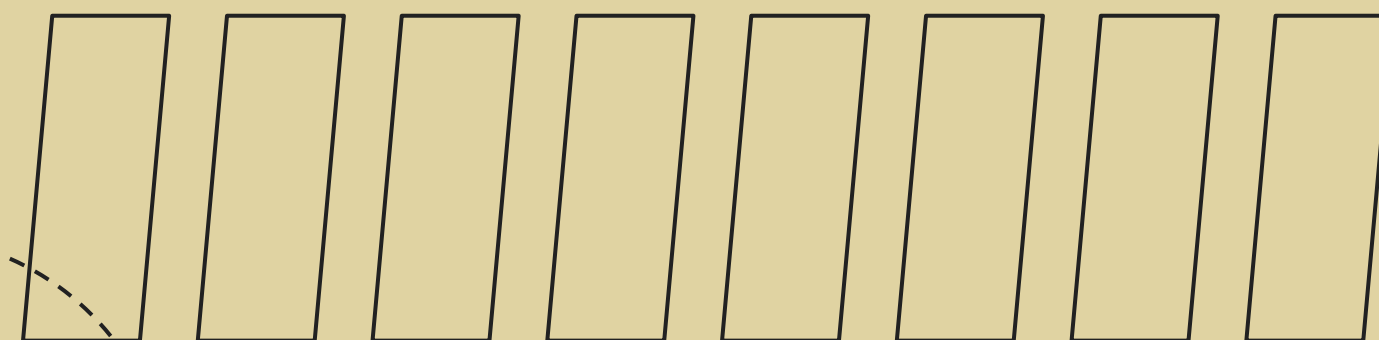


Вписанные и описанные четырёхугольники

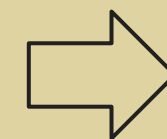
Две важные модели геометрии: углы, стороны
и окружность.



Почему эти фигуры важно уметь распознавать



Вписанные и описанные
четырёхугольники часто
встречаются в задачах
на окружность, углы и длины
сторон. Эти свойства помогают
быстро связывать разные элементы
чертежа и проверять решение
без лишних вычислений.



Вписанный четырёхугольник: определение и главный признак

01

Что это такое

Вписанный четырёхугольник — это четырёхугольник, все вершины которого лежат на одной окружности. Такая окружность называется описанной около четырёхугольника и задаёт его форму на чертеже.

02

Главный признак

У вписанного четырёхугольника сумма противоположных углов равна 180° . Это удобная проверка: если один угол известен, второй противоположный легко находится по правилу дополнительных углов.

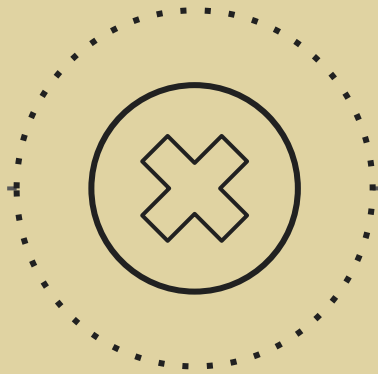
03

Простой пример

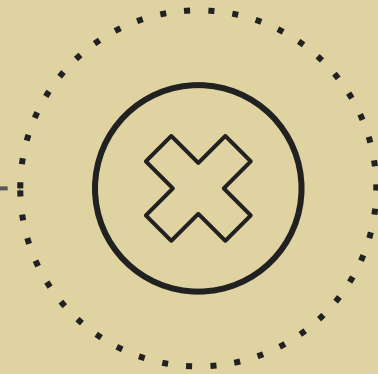
Если угол A равен 70° , то противоположный ему угол C равен 110° . Вместе они дают 180° , значит, такой четырёхугольник может быть вписан в окружность.



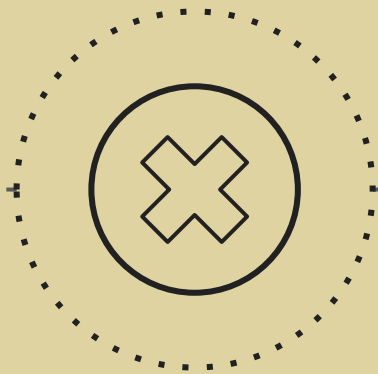
Как выглядит вписанный четырёхугольник на чертеже



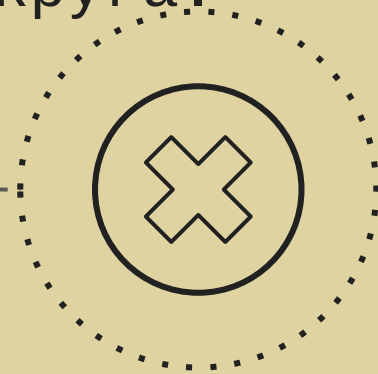
Окружность и вершины
На рисунке все четыре вершины четырёхугольника лежат на окружности. Это сразу показывает, что фигура связана с одной общей окружностью, а не построена отдельно от неё.



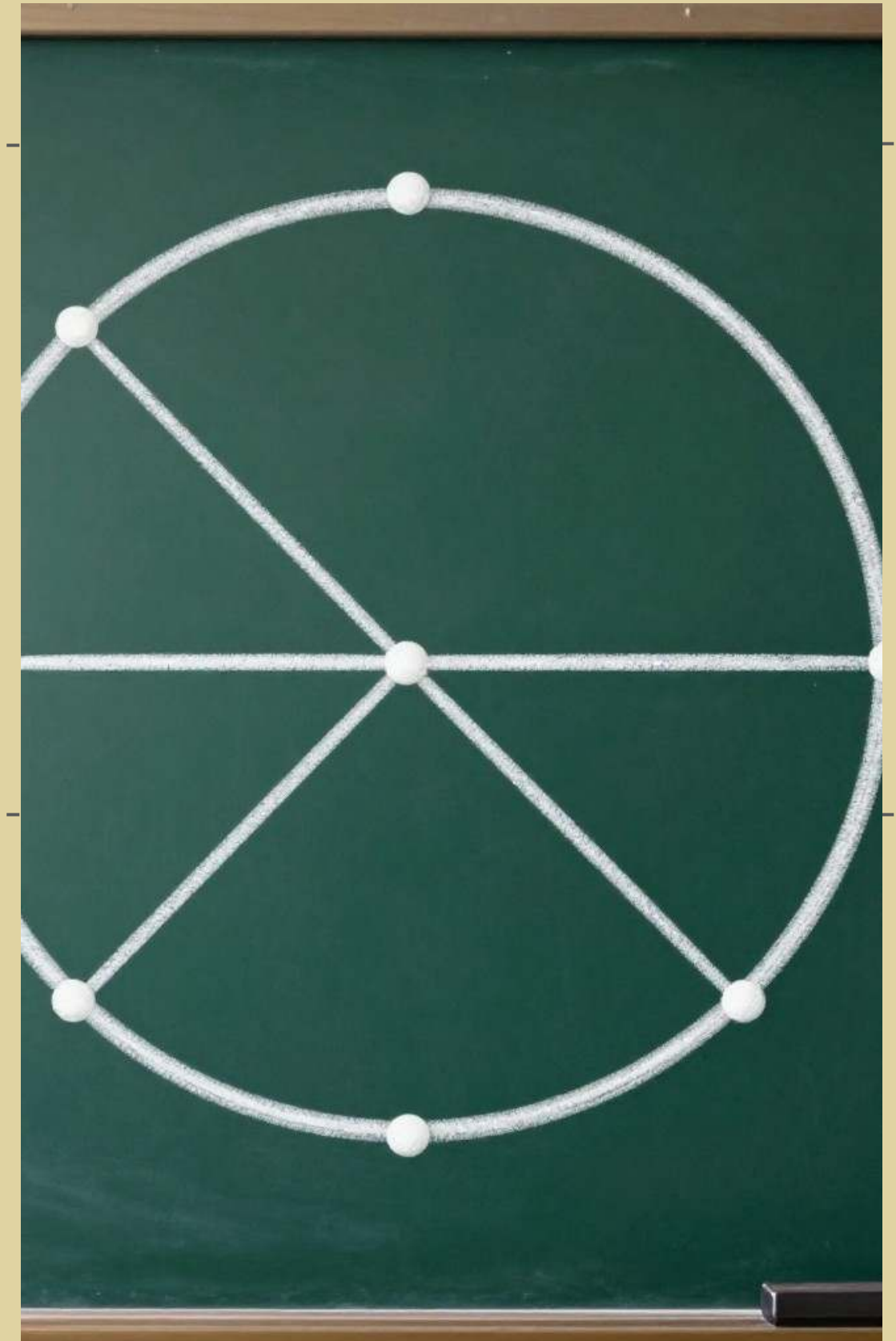
Хорды сторон
Соседние вершины соединяются хордами окружности, и именно они образуют стороны четырёхугольника. Поэтому каждая сторона выглядит как отрезок внутри круга.



Противоположные углы
Подписи к вершинам помогают увидеть пары противоположных углов. Их удобно сравнивать на чертеже, потому что для вписанной фигуры их сумма всегда равна 180° .



Дуги между вершинами
Дуги на окружности показывают, какие части окружности соответствуют сторонам четырёхугольника. Такой рисунок делает заметной связь между вершинами, хордами и углами.



Признаки вписанного четырёхугольника



На практике чаще всего проверяют углы, потому что это самый быстрый способ распознать вписанный четырёхугольник.



Главным рабочим признаком остаётся равенство суммы противоположных углов 180° ; остальные свойства помогают подтвердить ответ.



Учебный материал по геометрии, 7 класс

Свойства вписанного четырёхугольника



Внешний и внутренний углы

Каждый внешний угол вписанного четырёхугольника равен внутреннему противоположному углу. Это свойство часто помогает находить неизвестные углы без дополнительных построений и длинных вычислений.



Прямоугольник как пример

Если один угол четырёхугольника прямой, то противоположный ему тоже прямой, когда фигура вписана. Поэтому любой прямоугольник является вписанным четырёхугольником.



Связь с квадратом

Квадрат подходит под определение вписанного четырёхугольника, потому что он является частным случаем прямоугольника. Все его углы равны 90° , а противоположные углы дают 180° .

Какие четырёхугольники могут быть вписанными

Сравним несколько знакомых фигур и проверим, где признак выполняется сразу, а где нужна дополнительная проверка.

Прямоугольник и квадрат всегда подходят, а равнобедренная трапеция — важный пример, который часто проверяют по углам.

Фигура	Вписанный?	Почему
Прямоугольник	Да	Все углы 90°
Квадрат	Да	Частный случай
Равнобедренная трапеция	Да	Обычно выполняется

Описанный четырёхугольник: определение и главный признак

Что означает описание

Описанный четырёхугольник — это четырёхугольник, около которого можно провести окружность, касающуюся всех его сторон. Такая окружность называется вписанной в четырёхугольник.

Главный признак

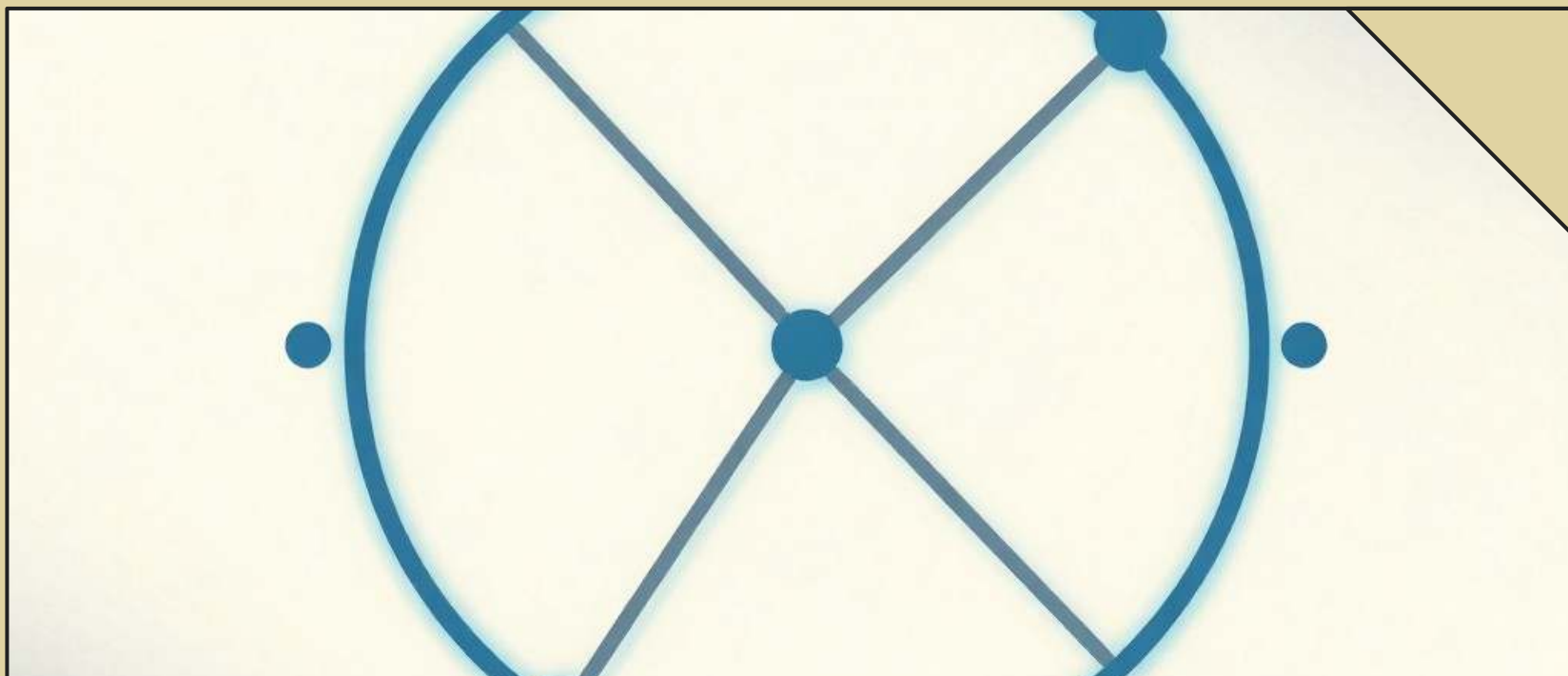
Для описанного четырёхугольника суммы противоположных сторон равны. Если стороны обозначены a , b , c и d по порядку, то выполняется равенство $a+c=b+d$.



Зачем это нужно

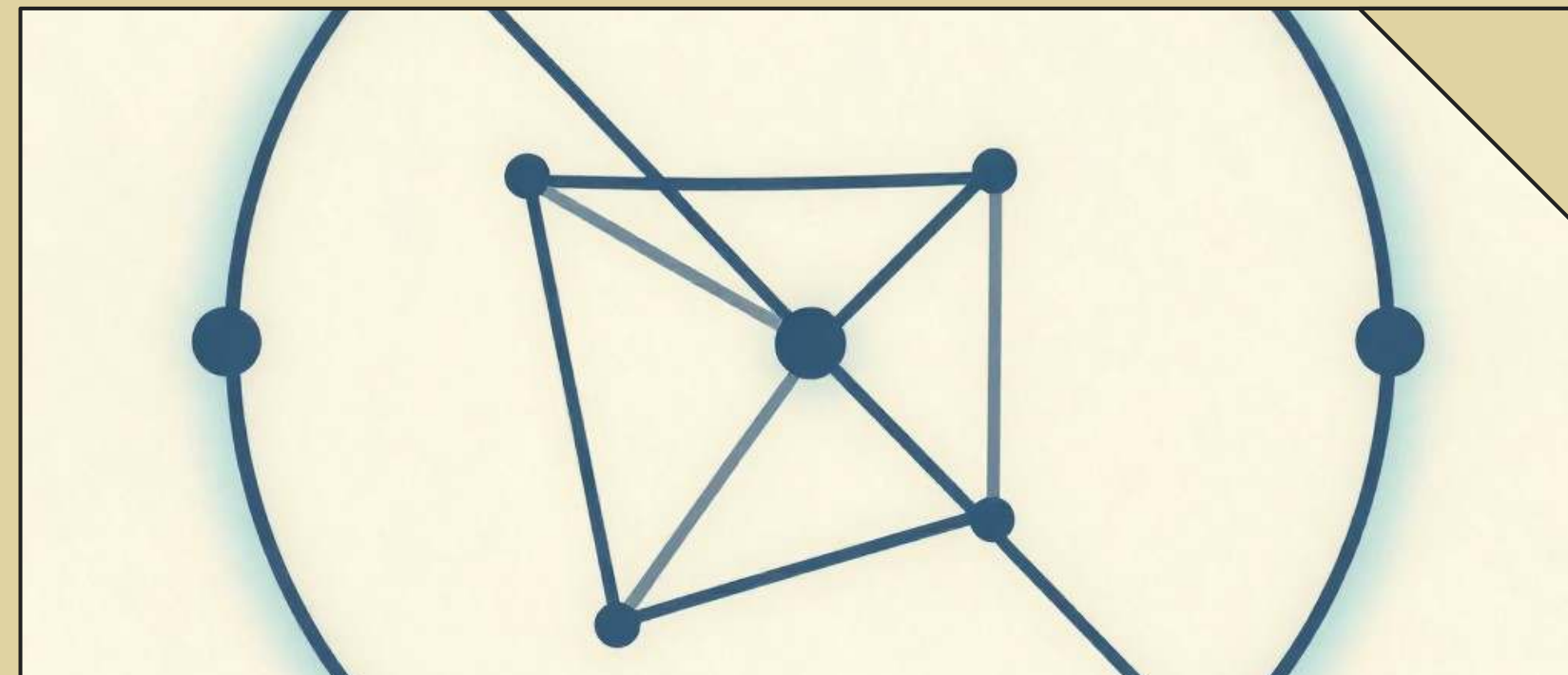
Этот признак особенно полезен в задачах на длины: достаточно составить уравнение по сторонам, чтобы проверить, можно ли провести такую окружность.

Касательные от одной вершины и равные отрезки



Одна вершина — два равных отрезка

Если из одной вершины к окружности проведены две касательные, то отрезки до точек касания равны. На чертеже это видно сразу: обе части выходят из одной точки и имеют одинаковую длину. Именно это свойство помогает быстро находить неизвестные стороны и составлять уравнения в задачах.

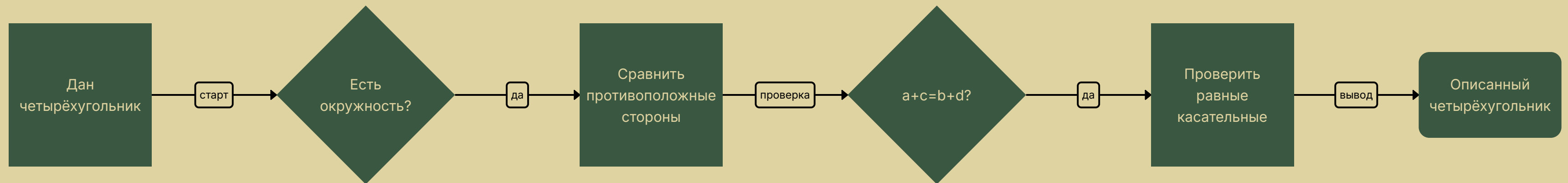


Четыре точки касания

В описанном четырёхугольнике каждая сторона касается окружности в одной точке. Поэтому на рисунке удобно отмечать все точки касания и подписывать равные отрезки у соседних вершин. Такой чертёж делает задачу наглядной и показывает, где искать равенства.

Проверка описанного четырёхугольника

✗ Схема показывает, как по сторонам и касательным установить наличие вписанной окружности.



**из него составляют две
равные суммы
противоположных сторон.**

У описанного четырёхугольника
всегда проверяют именно четыре
стороны: равенство противоположных
сумм позволяет быстро установить,
можно ли провести вписанную
окружность.

4

Сравнение вписанного и описанного четырёхугольников

- ✖ Краткое сравнение двух фигур по их связи с окружностью и основным признакам.
- ✖ У вписанного проверяют углы, у описанного — стороны; квадрат является удобным примером, который подходит сразу под оба определения.

Фигура	Что касается окружности	Главный признак
Вписанный	Все вершины на окружности	$\sphericalangle A + \sphericalangle C = 180^\circ$
Описанный	Все стороны касаются окружности	$a + c = b + d$
Квадрат	Подходит к обоим	Оба признака верны

Какие свойства используются чаще всего



На практике эти признаки часто применяют вместе: один помогает распознать фигуру, другой — вычислить неизвестные величины.



Самыми сильными опорами для решения остаются угловой признак вписанного четырёхугольника и равенство противоположных сторон у описанного.



Методическая группировка признаков по теме «Вписанные и описанные четырёхугольники»

**по этой формуле
находят площадь,
если известны радиус
и полупериметр.**

Формула особенно удобна в задачах,
где не нужно искать высоту:
достаточно знать радиус вписанной
окружности и полупериметр.

$$S=r \cdot p$$



Ключевые примеры и проверки



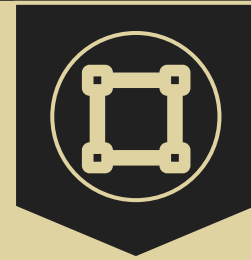
Прямоугольник

У прямоугольника все углы по 90° , поэтому противоположные углы в сумме дают 180° . Это делает его вписанным четырёхугольником без дополнительных условий.



Квадрат

Квадрат сочетает свойства прямоугольника и ромба, поэтому одновременно подходит и для вписанного, и для описанного четырёхугольника. Он часто используется как самый наглядный пример.



Равнобедренная трапеция

Равнобедренная трапеция часто встречается в задачах на окружность: у неё удобно проверять углы, а симметрия помогает увидеть, почему фигура может быть вписанной.

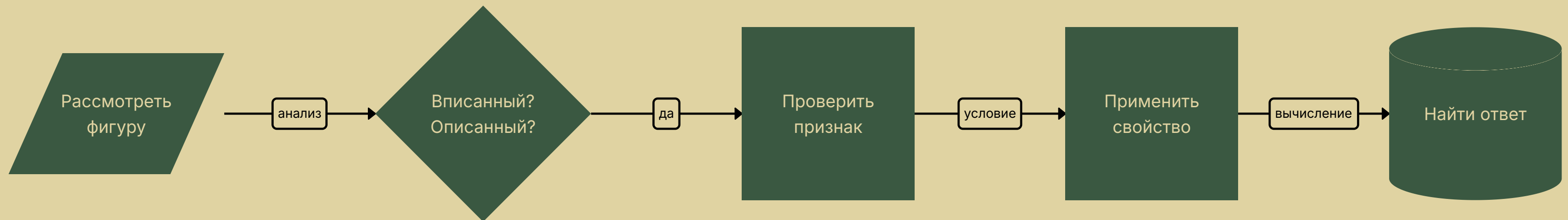


Проверка описанности

Для описанного четырёхугольника важно сравнить суммы противоположных сторон. Если $a+c=b+d$, то окружность можно провести так, чтобы она касалась всех четырёх сторон.

Алгоритм решения задач по теме

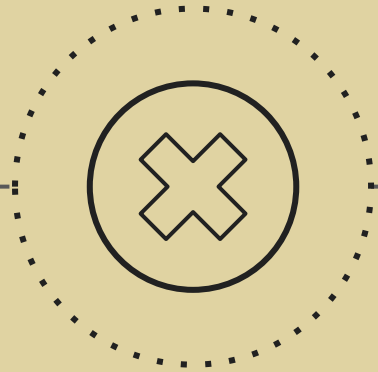
✗ Последовательность основана на признаках вписанного и описанного четырёхугольников из школьного курса геометрии.



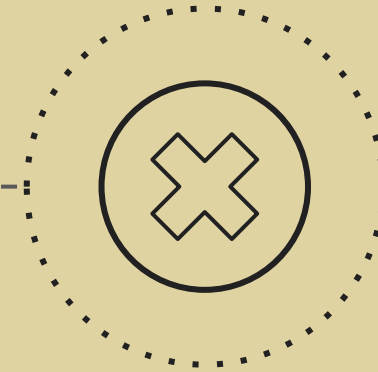
Типичные ошибки в задачах



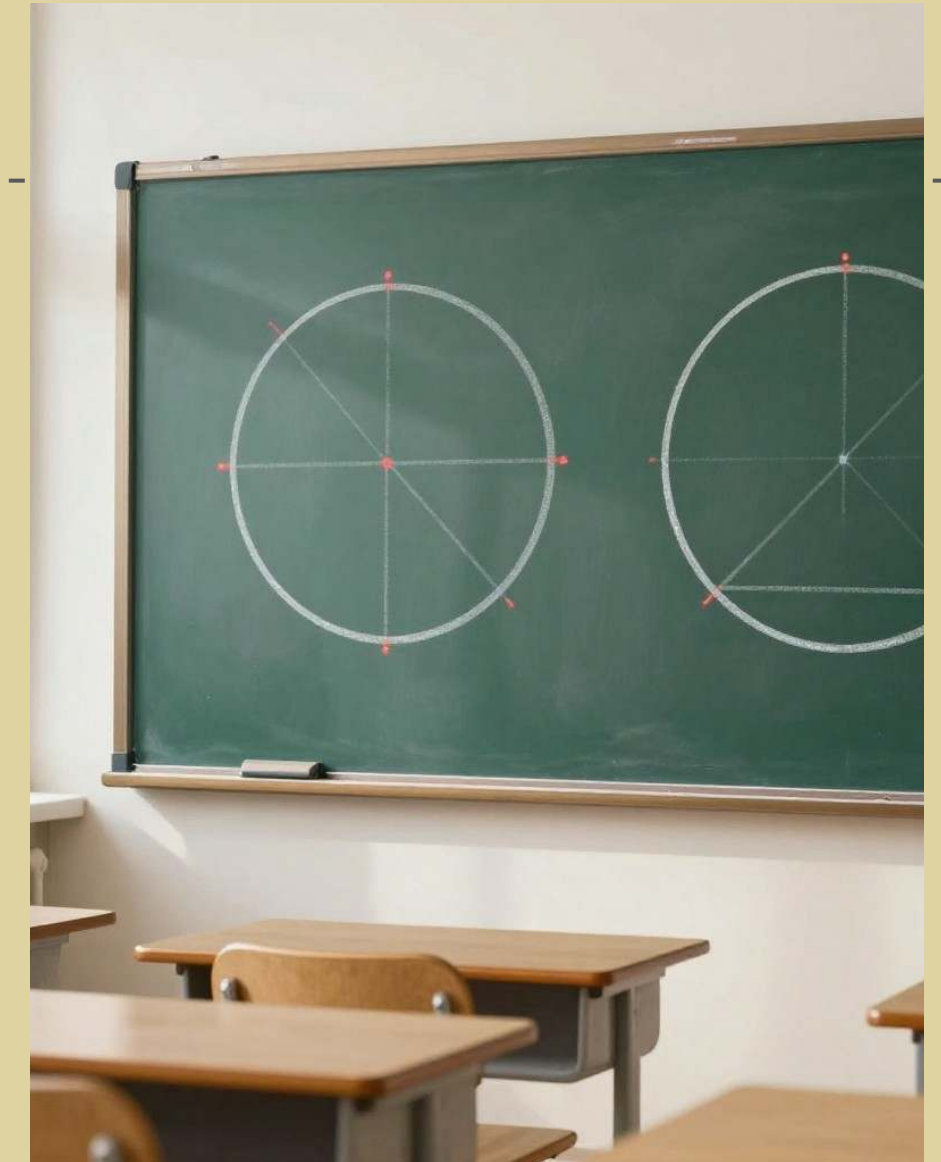
Путают два вида
Часто забывают,
что вписанный
четырёхугольник
проверяют
по углам,
а описанный —
по сторонам. Из-
за этого выбирают
неверный признак
и получают
ошибочный вывод.



Не проверяют углы
Даже если фигура
выглядит
«правильной»,
нельзя
автоматически
считать
её вписанной.
Нужно обязательно
проверить,
равны ли суммы
противоположных
углов 180° .



**Считают ромб
исключением**
Ромб не всегда
вписанный
и не всегда
описанный. Его
свойства нужно
проверять
отдельно,
а не полагаться
только на внешний
вид или знакомую
форму.



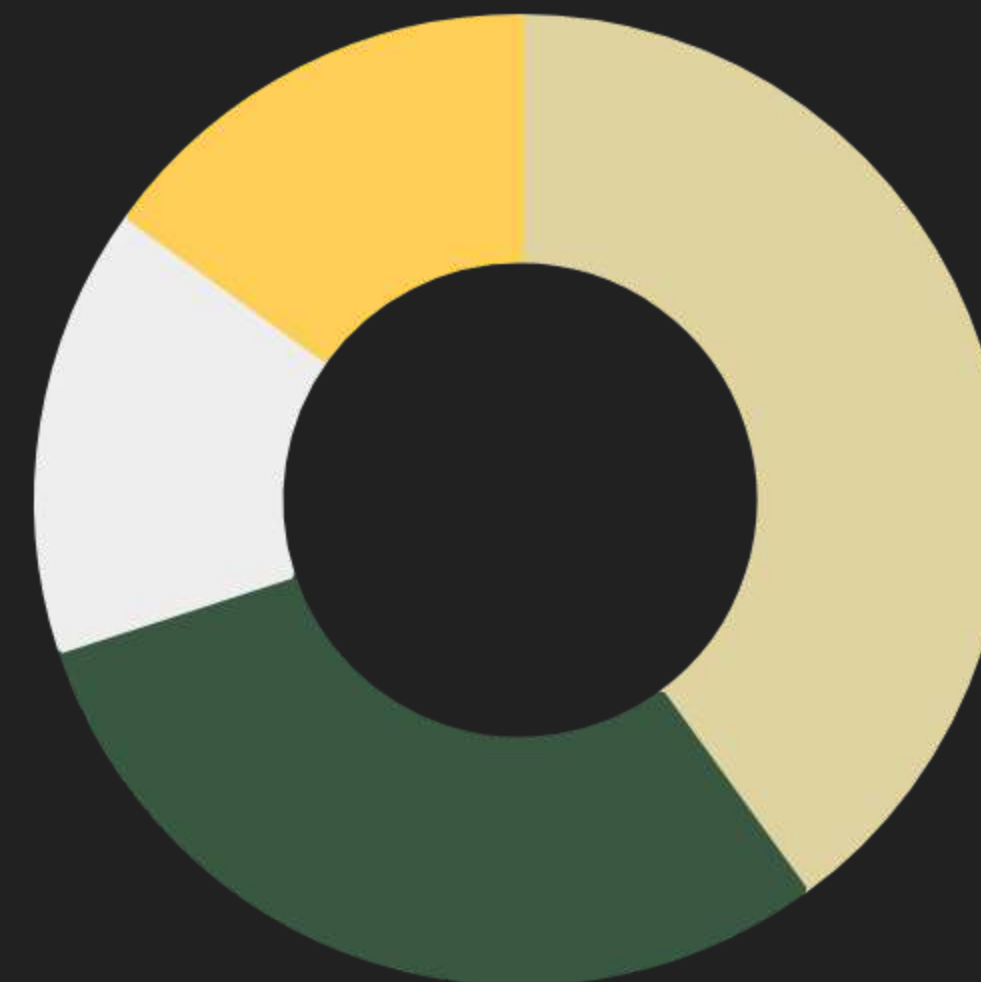
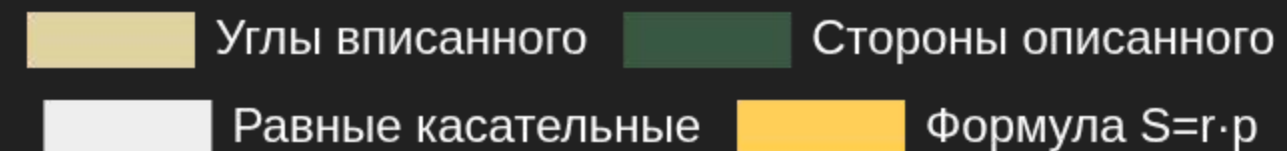
Что помогает быстрее всего решать задачи



Один и тот же чертёж часто даёт сразу несколько подсказок, поэтому полезно сначала искать самый короткий путь к нужному признаку.



Чаще всего ответ дают угловой признак и равенство противоположных сторон; остальные свойства дополняют проверку и ускоряют вычисления.



Методическая оценка полезности признаков по теме «Вписанные и описанные четырёхугольники»

Практическое значение темы в школьных задачах

Решение задач

Затем свойства применяют для поиска углов, длин сторон и площадей, сокращая вычисления и проверяя правильность ответа по признакам.



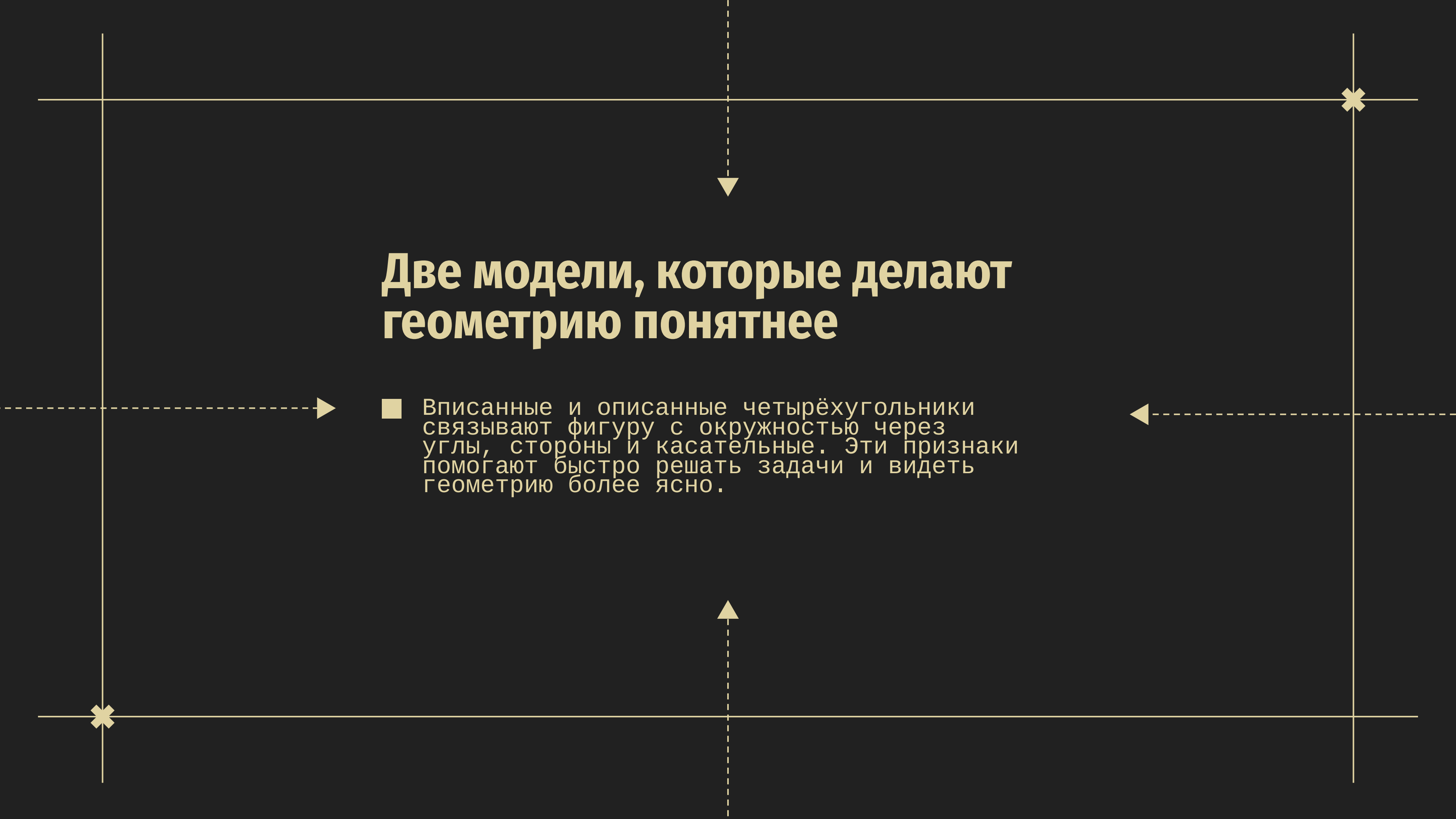
Знакомство с фигурами

Сначала ученики учатся узнавать вписанные и описанные четырёхугольники на чертеже и выделять окружность, вершины, стороны и касательные.



Подготовка к сложным темам

После этого тема помогает в построениях и доказательствах, а также становится основой для более трудных задач по геометрии в старших классах.



Две модели, которые делают геометрию понятнее

- Вписанные и описанные четырёхугольники связывают фигуру с окружностью через углы, стороны и касательные. Эти признаки помогают быстро решать задачи и видеть геометрию более ясно.