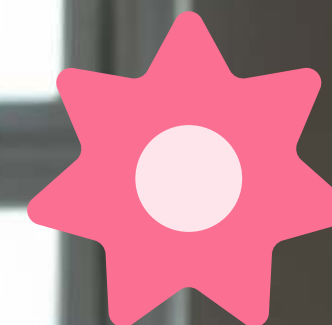




Теорема Виета: как связаны корни и коэффициенты квадратного уравнения

Корни можно находить быстрее,
если видеть связь чисел.



Зачем нужна теорема Виета

Она помогает в 8 классе быстро подбирать корни квадратных уравнений, проверять ответы и замечать закономерности между коэффициентами и числами без лишних вычислений.



Квадратное уравнение и его основные элементы

3

01

Запись уравнения

Квадратное уравнение записывают в виде $ax^2+bx+c=0$, где a , b и c — числа, а a не равно нулю. Именно эта форма нужна для применения теоремы Виета.

02

Коэффициент при x^2

Число a стоит перед старшим членом x^2 и определяет, насколько «сильным» будет квадратичный член. Оно влияет на весь вид уравнения и на дальнейшие преобразования.

03

Коэффициенты b и c

Коэффициент b относится к члену x , а c называют свободным членом. По этим числам можно заранее оценить, какие значения корней могут подойти.

04

Что такое корни

Корни уравнения — это такие значения x , при которых левая часть превращается в ноль. Найти корни значит решить уравнение и проверить, что равенство выполняется.



2

равенства нужно помнить
для квадратного уравнения
с двумя корнями.



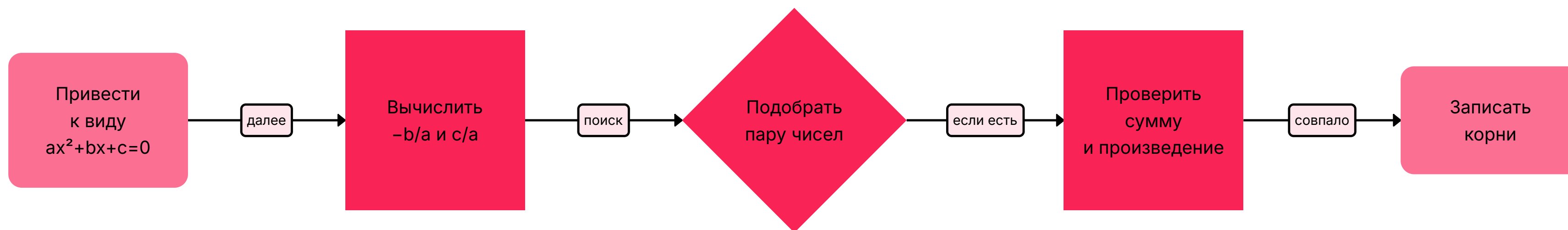
Две основные формулы позволяют связывать
корни уравнения с его коэффициентами
и быстро проверять найденные ответы.

Теорема Виета для квадратных уравнений

Как применять теорему Виета

5

Последовательность действий при подборе корней по коэффициентам



Корни как пара чисел

6



Два числа вместе

Корни удобно рассматривать не по отдельности, а как пару чисел. У этой пары есть общая сумма и общее произведение, и именно их сравнивает теорема Виета.



Пример с уравнением

В уравнении $x^2 - 5x + 6 = 0$ подходят числа 2 и 3. Их сумма равна 5, а произведение равно 6, поэтому они действительно являются корнями.



Проверка подбора

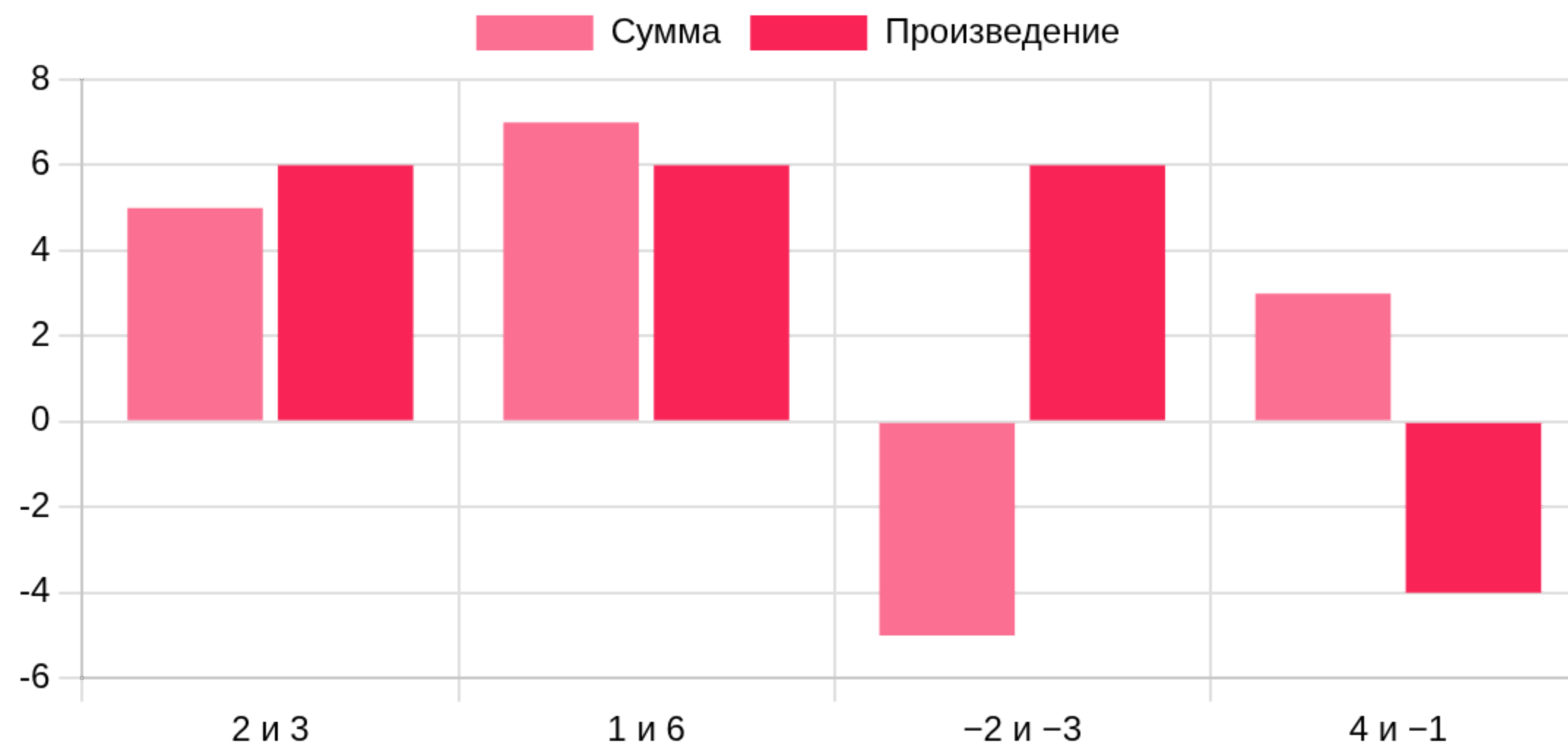
Если удаётся подобрать пару чисел с нужной суммой и произведением, уравнение решено. Такой способ особенно полезен, когда коэффициенты небольшие и целые.



Примеры пар чисел и их сумма с произведением

7

Пары чисел могут иметь одинаковое произведение, но разные суммы. Это помогает понять, почему при подборе корней нужно проверять сразу оба условия.



По одной сумме пару чисел не определить:
нужна и сумма, и произведение одновременно.

Учебные примеры по теореме Виета

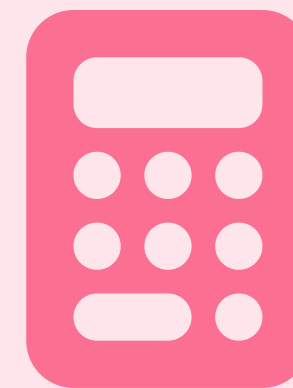
Проверка найденных корней по формуле Виета

8



Сверка суммы

Сначала складывают найденные корни и сравнивают результат с числом, которое должно получиться по теореме Виета. Если сумма не совпала, ответ нужно исправить.



Сверка произведения

Затем перемножают корни и проверяют второе равенство. Совпадение только одного условия не подходит: для верного решения должны выполняться оба.



Быстрая проверка

Для уравнения $x^2 - 7x + 10 = 0$ корни 5 и 2 подходят сразу по двум признакам: их сумма равна 7, а произведение равно 10.

Соответствие уравнений, сумм и произведений корней

9

Таблица показывает, как коэффициенты помогают предсказать корни ещё до подробного решения.

Уравнение	Сумма	Произв.	Корни
$x^2-5x+6=0$	5	6	2 и 3
$x^2+3x-10=0$	-3	-10	2 и -5
$x^2-x-12=0$	1	-12	4 и -3

По знакам суммы и произведения можно заранее предположить знаки корней и быстрее выбрать подходящую пару чисел.

Учебные примеры по теореме Виета

Как знак произведения помогает определить знаки корней

10

01

Произведение положительное

Если произведение корней положительное, оба корня обычно одного знака. Это значит, что они либо оба положительные, либо оба отрицательные, и подбор становится проще.

02

Произведение отрицательное

Если произведение корней отрицательное, корни имеют разные знаки. В такой паре один корень положительный, а другой отрицательный, поэтому их легче искать по отдельности.

03

Положительная сумма

Когда знаки разные, положительная сумма означает, что положительный корень по модулю больше. Он «перевешивает» отрицательный, и это помогает выбрать правильную пару чисел.

04

Отрицательная сумма

Если сумма отрицательная, при разных знаках преобладает отрицательный корень. Такой признак полезен при устном подборе, когда нужно быстро сузить число вариантов.

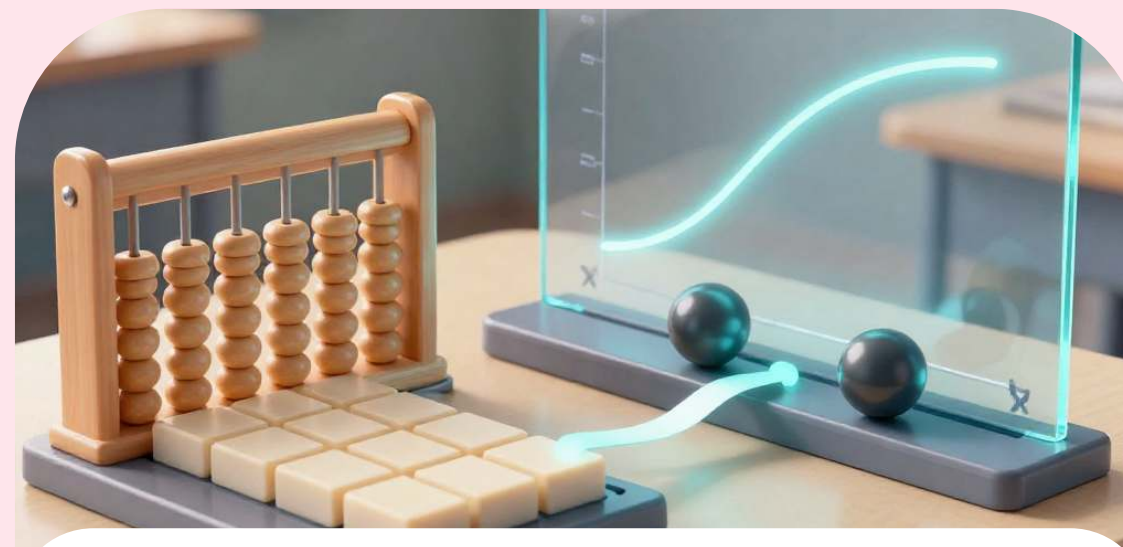
Связь с графиком параболы

11



Где парабола встречает ось x

Корни квадратного уравнения можно увидеть на графике функции $y=ax^2+bx+c$. Это точки, в которых парабола пересекает ось x . Для уравнения $y=x^2-5x+6$ такими точками будут $x=2$ и $x=3$.



Один ответ — два языка

Алгебраический способ находит те же числа, что и рисунок, только разными путями. Формулы дают точные значения, а график помогает представить, почему именно эти значения подходят и как меняется форма параболы.



Почему график полезен

По рисунку сразу видно, есть ли у уравнения корни и сколько их может быть. Если парабола не касается оси x , действительных корней нет; если касается, корень один; если пересекает, корней два.

Как применять теорему Виета по шагам

12



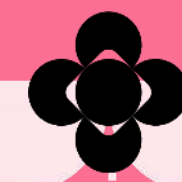
1. Привести к нужному виду

Сначала уравнение записывают как $ax^2+bx+c=0$. Это нужно, чтобы коэффициенты можно было использовать в формулах Виета без путаницы.



2. Проверить удобство подбора

Если коэффициенты целые и не слишком большие, ищут пару чисел с нужной суммой и произведением. При дробях уравнение сначала упрощают.



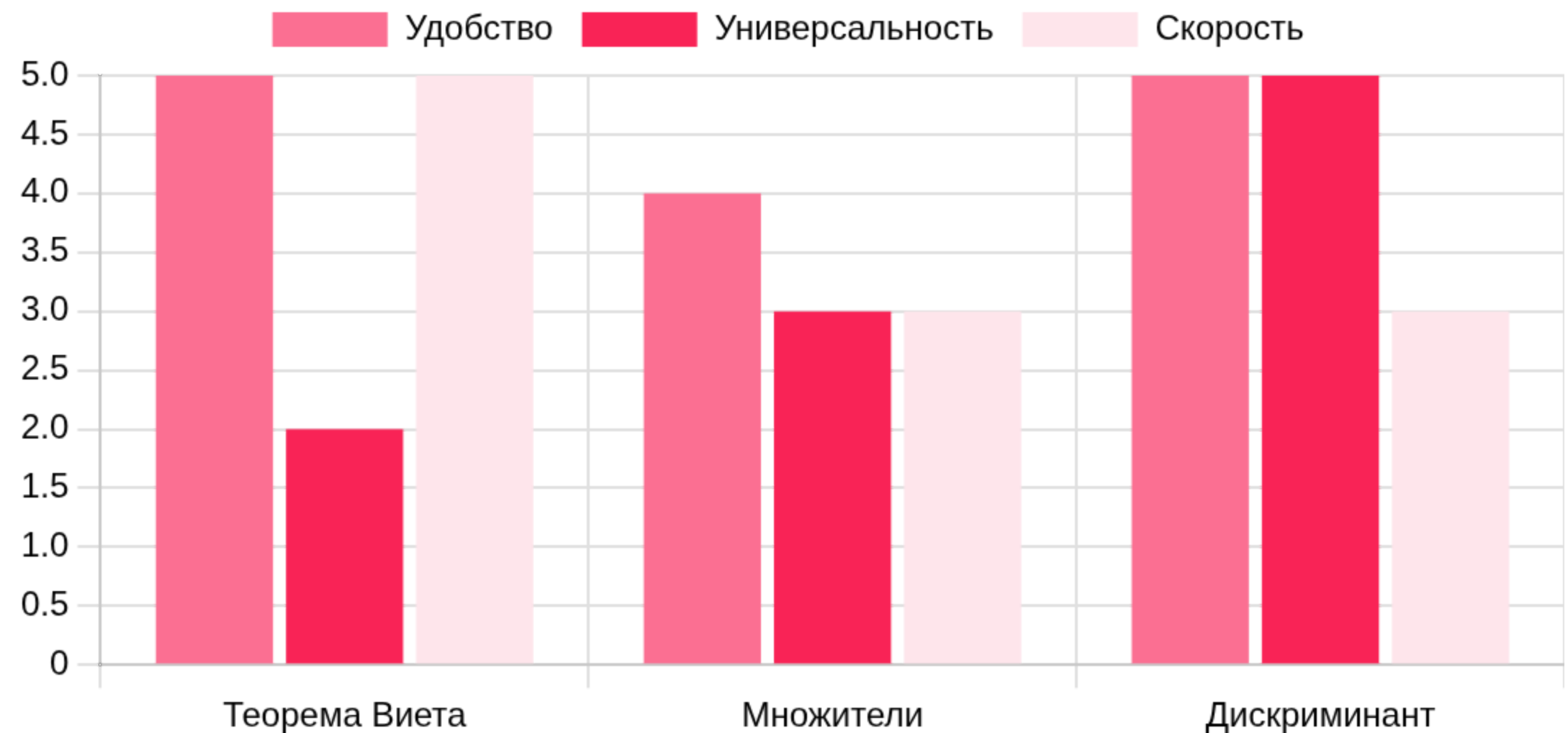
3. Перейти к другому способу

Если подходящую пару подобрать трудно, используют дискриминант или разложение на множители. Теорема Виета тогда помогает хотя бы проверить ответ.

Сравнение способов решения квадратных уравнений

13

Оценка показывает, что каждый способ полезен в своей ситуации: один быстрее, другой универсальнее, третий опирается на удачный подбор чисел.



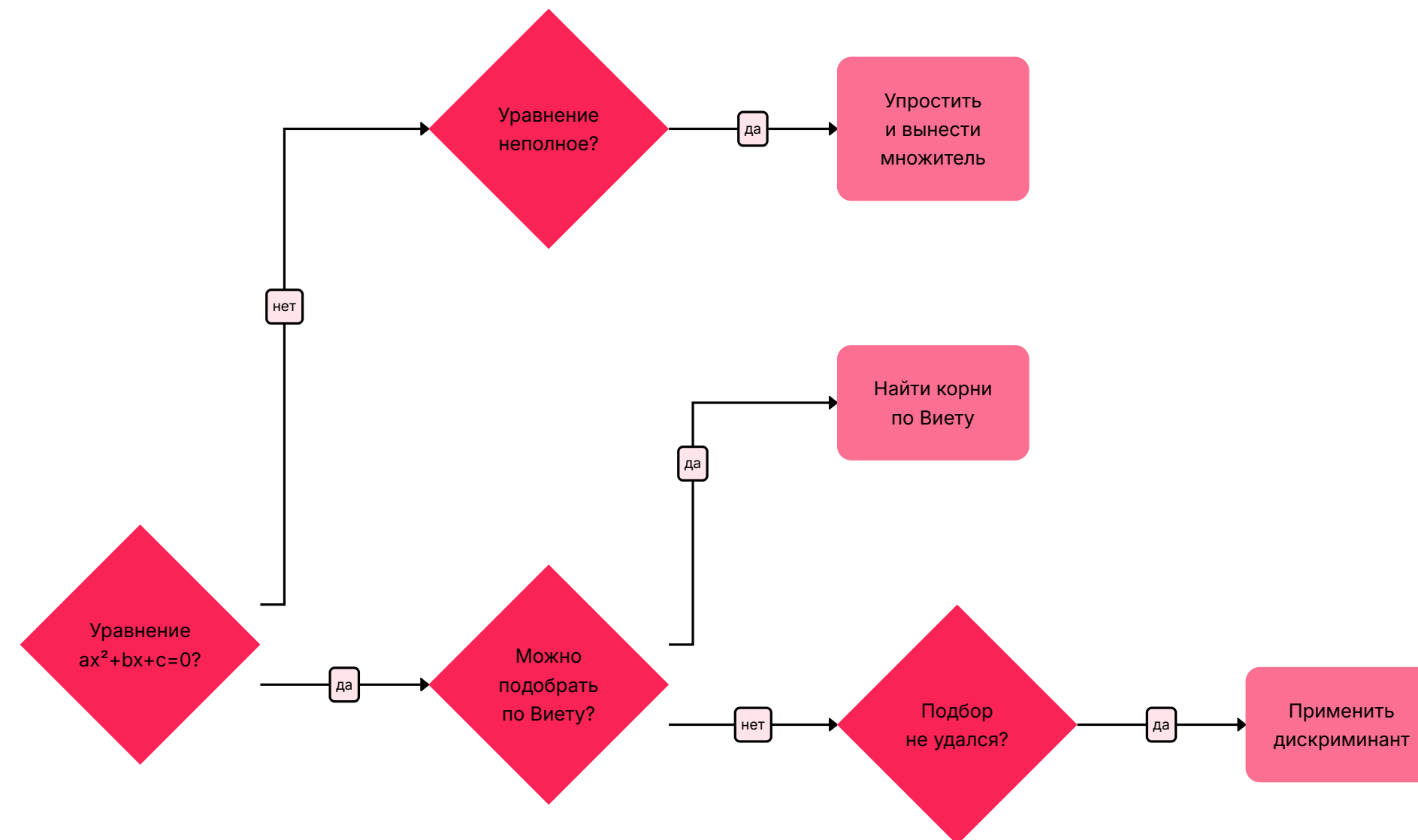
Для простых уравнений выгоднее Виет;
для любых случаев надежнее дискриминант;
разложение на множители занимает середину
между ними.

Учебное сравнение способов решения квадратных уравнений; оценка по школьной практике

Как выбрать способ решения квадратного уравнения

14

Схема показывает, как школьник может выбрать удобный путь решения в зависимости от вида уравнения и коэффициентов.



Типичные ошибки при работе с теоремой Виета

15



Путают знак суммы

В формуле для уравнения $x^2+px+q=0$ сумма корней равна $-p$. Многие по привычке пишут p , из-за чего сразу получают неверную пару чисел.



Забывают про произведение

Вторая проверка — это произведение корней, равное q . Если учитывать только сумму, можно подобрать числа, которые выглядят правильно, но не подходят уравнению.



Не приводят уравнение к виду

Перед применением формул нужно записать уравнение стандартно. Если этого не сделать, коэффициенты будут считаны неверно, и ответ получится случайным.



Ошибаются в знаках при подборе

При устном поиске корней чаще всего путают плюс и минус. Поэтому полезно сразу проговаривать оба условия: сумма и произведение должны совпадать одновременно.

Примеры проверки решения с помощью Виета

Уравнение	Корни	Сумма	Произведение	Вывод
$x^2-9x+20=0$	4 и 5	9	20	верно
$x^2+x-12=0$	4 и -3	1	-12	верно

Таблица показывает, как быстро проверить найденные корни по сумме и произведению, не решая уравнение заново.

Если сумма и произведение совпадают с коэффициентами, корни найдены правильно. Проверка занимает мало времени и помогает избежать ошибок.

Примеры составлены по формулам теоремы Виета

Неполные квадратные уравнения и особые случаи

17

01

Случай $c=0$

Если свободный член равен нулю, уравнение имеет вид $ax^2+bx=0$. Тогда один корень всегда равен 0, а второй можно найти после вынесения общего множителя.

02

Случай $b=0$

Когда отсутствует член с x , уравнение становится $ax^2+c=0$. Подбор по Виету здесь неудобен, потому что сумма корней не помогает так ясно, как в полных уравнениях.

03

Внимательная запись коэффициентов

Такие примеры напоминают, что формулы Виета нужно применять аккуратно. Сначала важно определить вид уравнения, а потом выбирать подход: упрощение, подбор или другой способ решения.

Какие корни подойдут при разных значениях q

18

Знак q подсказывает, будут ли корни одного знака или разных. Это ускоряет подбор и помогает отсеять неподходящие варианты.



Положительное q ведёт к одинаковым знакам корней, отрицательное — к разным. Сначала стоит определить знак, а затем подбирать числа.

Примеры составлены по теореме Виета для уравнений вида $x^2+px+q=0$

Практическая польза теоремы Виета в школьной алгебре

19



Экономия времени

Теорема помогает быстрее находить корни в простых квадратных уравнениях, особенно когда числа небольшие и целые. Это удобно на уроках и при самостоятельной проверке домашних заданий.



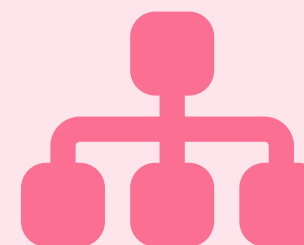
Проверка ответа

Даже если корни уже найдены другим способом, по Виету можно быстро убедиться, что они верны. Достаточно сверить сумму и произведение с коэффициентами уравнения.



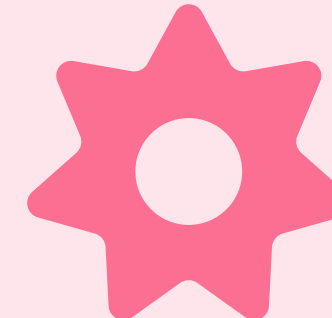
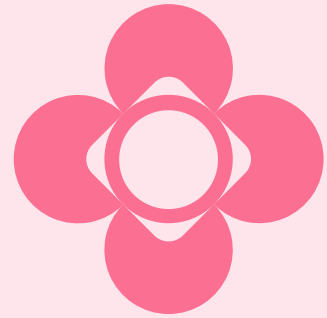
Тренировка мышления

Подбор пар чисел учит замечать связи между числами, сравнивать варианты и выбирать подходящий. Такие задачи развивают внимательность и умение рассуждать по шагам.



Основа для более сложных задач

В старших заданиях теорема Виета часто становится первым шагом к разложению на множители. Благодаря этому решение можно сделать короче и понятнее.



Теорема Виета — короткий путь к ответу

Теорема Виета показывает, что корни квадратного уравнения связаны с его коэффициентами через сумму и произведение. Она помогает решать, проверять и понимать уравнения быстрее и увереннее.

