

Фигуры вращения в математике 6 класса

Плоская фигура становится объёмным телом при вращении
вокруг оси.

Фигуры вокруг нас: как математика объясняет форму предметов



Фигуры вращения легко найти в быту: цилиндрическая банка, конусный дорожный знак, круглый мяч. Изучение таких тел помогает узнавать формы, сравнивать размеры и находить площадь поверхности и объём.

Как понять фигуру вращения



Вращение вокруг оси

Когда плоская фигура поворачивается вокруг прямой линии, каждая её точка описывает окружность. Так из простого чертежа получается объёмное тело с поверхностью и измеряемыми элементами.



Из плоской фигуры – объёмная модель

Если вращать прямоугольник, прямоугольный треугольник или полукруг, можно получить цилиндр, конус или шар. Внешний вид тела зависит от исходной фигуры и выбранной оси вращения.



Элементы тела

У некоторых фигур вращения есть основание, высота, вершина и образующая. Эти элементы нужны, чтобы правильно описывать тело, сравнивать его с другими и применять формулы.

Цилиндр



Как он образуется

Цилиндр получается, если прямоугольник вращается вокруг одной из своих сторон. При этом образуются две одинаковые круглые основы и боковая поверхность без углов.

Что важно знать о цилиндре

Размер цилиндра определяют радиус основания и высота. Такие формы часто встречаются в предметах повседневной жизни: в банках, стаканах без ручки и трубах.

Три главные фигуры вращения

Диаграмма показывает число оснований у трёх тел. Это один из самых заметных признаков, по которому их удобно различать.

По числу оснований видно: цилиндр и конус имеют опору, а шар отличается полной округлостью и не имеет оснований.



Учебный материал по теме «Фигуры вращения», 6 класс.

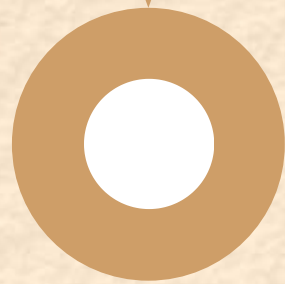
Конус и его элементы

Конус образуется при вращении прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов. В результате получается тело с одним круглым основанием и одной вершиной.

От вершины до центра основания проходит высота. От вершины до точки на окружности основания идёт образующая. Эти отрезки помогают описывать и вычислять параметры конуса.

Конус легко узнать в окружающем мире: он похож на вафельный рожок с мороженым и на дорожный указатель. Такие примеры помогают запомнить форму и её элементы.

Шар как особое тело вращения



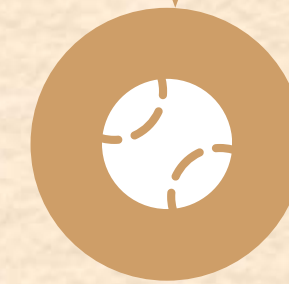
Одинаковое расстояние до центра

Поверхность шара устроена так, что каждая её точка находится на одинаковом расстоянии от центра. Это расстояние называется радиусом и определяет размер тела.



Получение при вращении

Шар можно представить как результат вращения полукруга вокруг его диаметра. Такая модель помогает понять, почему у шара нет оснований, вершин и рёбер.



Примеры из жизни

Шар напоминает мяч, игровой шарик и глобус. Эти предметы удобно использовать, чтобы запомнить форму и увидеть, как математика описывает привычные объекты.

Основные формулы для цилиндра, конуса и шара

В таблице собраны обозначения и главные формулы для трёх фигур вращения. Они помогают быстро выбрать нужное выражение при решении задач.

У цилиндра и конуса в формулах участвуют радиус и высота, а у шара достаточно только радиуса.

Тело	Объём	Площадь поверхности	Обозначения
Цилиндр	$\pi r^2 h$	$2\pi r(r+h)$	r, h
Конус	$1/3\pi r^2 h$	$\pi r(r+l)$	r, h, l
Шар	$4/3\pi r^3$	$4\pi r^2$	r

Сечения фигур вращения

01.

Разрез плоскостью

Сечение появляется, когда тело пересекают плоскостью. По форме сечения можно судить о строении фигуры и положении разреза.

02.

Цилиндр и конус

У цилиндра сечение может быть кругом или прямоугольником. У конуса в зависимости от разреза получается треугольник или круговая фигура.

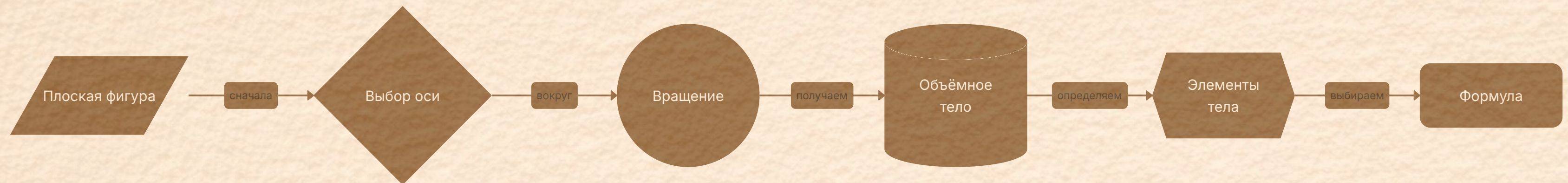
03.

Шар

У шара любое плоское сечение всегда имеет вид круга. Это делает шар особенно удобным для сравнения с другими телами вращения.

От плоской фигуры к телу вращения

Последовательность показывает, как по исходному чертежу получить объёмное тело и выбрать нужные величины для вычислений.



Фигуры рядом с нами



Банка на кухне – почти цилиндр

Если посмотреть на банку из-под напитка, легко заметить знакомую форму: два одинаковых круглых основания и ровная боковая поверхность. Та же форма встречается у стакана без ручки, свечи и многих деталей трубчатого вида.



Конус можно увидеть на дороге и в еде

Дорожный конус помогает сразу представить тело с одним основанием и одной вершиной. Похожую форму имеет вафельный рожок с мороженым или некоторые овощи, сужающиеся к одному концу.



Шар узнаётся с первого взгляда

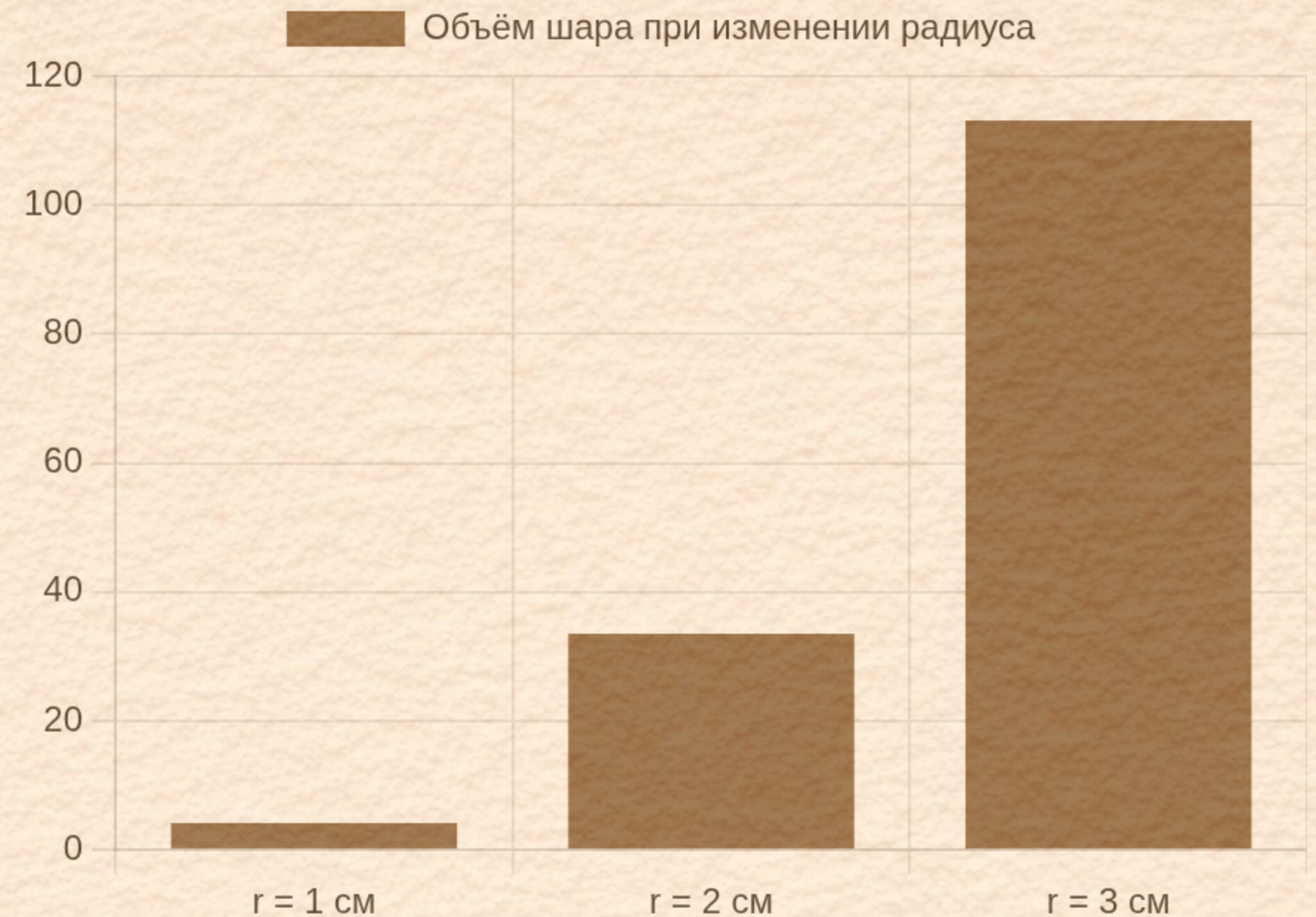
Мяч, ёлочный шарик и яблоко напоминают шар, потому что их поверхность выглядит одинаково со всех сторон. Такие предметы удобно использовать, чтобы запомнить, что у шара нет ни оснований, ни вершины.

Как меняется объём при изменении радиуса

При одинаковом увеличении радиуса объём возрастает всё заметнее, потому что радиус входит в формулу в третьей степени.

Даже небольшое увеличение радиуса сильно меняет объём. Для тел вращения это особенно важно при расчётах размеров и вместимости.

Расчёт по формуле объёма шара $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$; значения для $r = 1, 2, 3$ см.



Частые ошибки при работе с фигурами вращения

Часто путают радиус и диаметр: радиус — это половина диаметра, поэтому в формулу нужно подставлять именно его. Иначе ответ получается вдвое или даже больше неверным.

Для шара нельзя использовать формулы, где есть высота, потому что у шара её нет. Его размеры определяются только радиусом, а диаметр всегда равен двум радиусам.

У конуса образующая и высота — не одно и то же. Высота идёт от вершины к центру основания, а образующая соединяет вершину с точкой на окружности основания.

Нельзя забывать знак умножения на π и аккуратно записывать единицы измерения. Ошибки в записи часто приводят к неверному ответу даже при правильном ходе решения.

Короткие примеры вычислений

Тело	Формула	Ответ
Цилиндр	$V = \pi r^2 h$	$45\pi \text{ см}^3$
Конус	$V = 1/3 \pi r^2 h$	$18\pi \text{ см}^3$
Шар	$V = 4/3 \pi r^3$	$36\pi \text{ см}^3$

Во всех примерах радиус равен 3 см. Это помогает увидеть, как различаются формулы для цилиндра, конуса и шара.

При одинаковом радиусе результат зависит от вида тела и от того, какие величины входят в формулу. У шара объём не зависит от высоты.

Учебные формулы объёма тел вращения; $r = 3 \text{ см}$, $h = 5 \text{ см}$ и $h = 6 \text{ см}$ в примерах.

От плоской фигуры к объёмному телу

1. Выбираем плоскую фигуру

Берут прямоугольник, прямоугольный треугольник или полукруг. Именно исходная фигура подсказывает, какое тело может получиться после вращения.

2. Задаём ось вращения

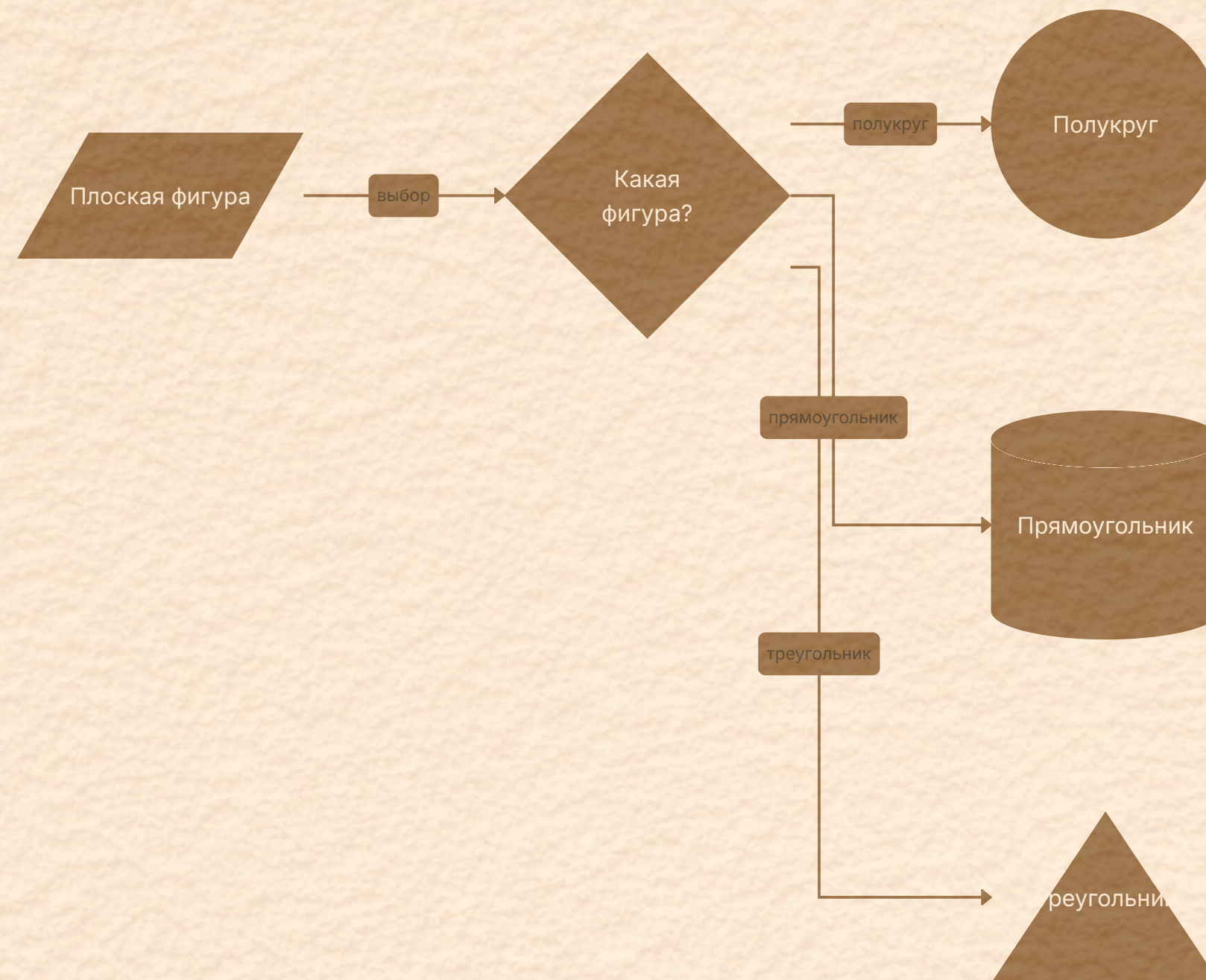
Фигуру поворачивают вокруг прямой линии, которая играет роль оси. От её положения зависит форма будущего тела и его размеры.

3. Получаем тело вращения

После поворота появляется цилиндр, конус или шар. Затем определяют его элементы и выбирают нужную формулу для вычислений.

Как узнать тело вращения по исходной фигуре

Схема показывает, какая плоская фигура и какая ось вращения приводят к цилиндру, конусу или шару.

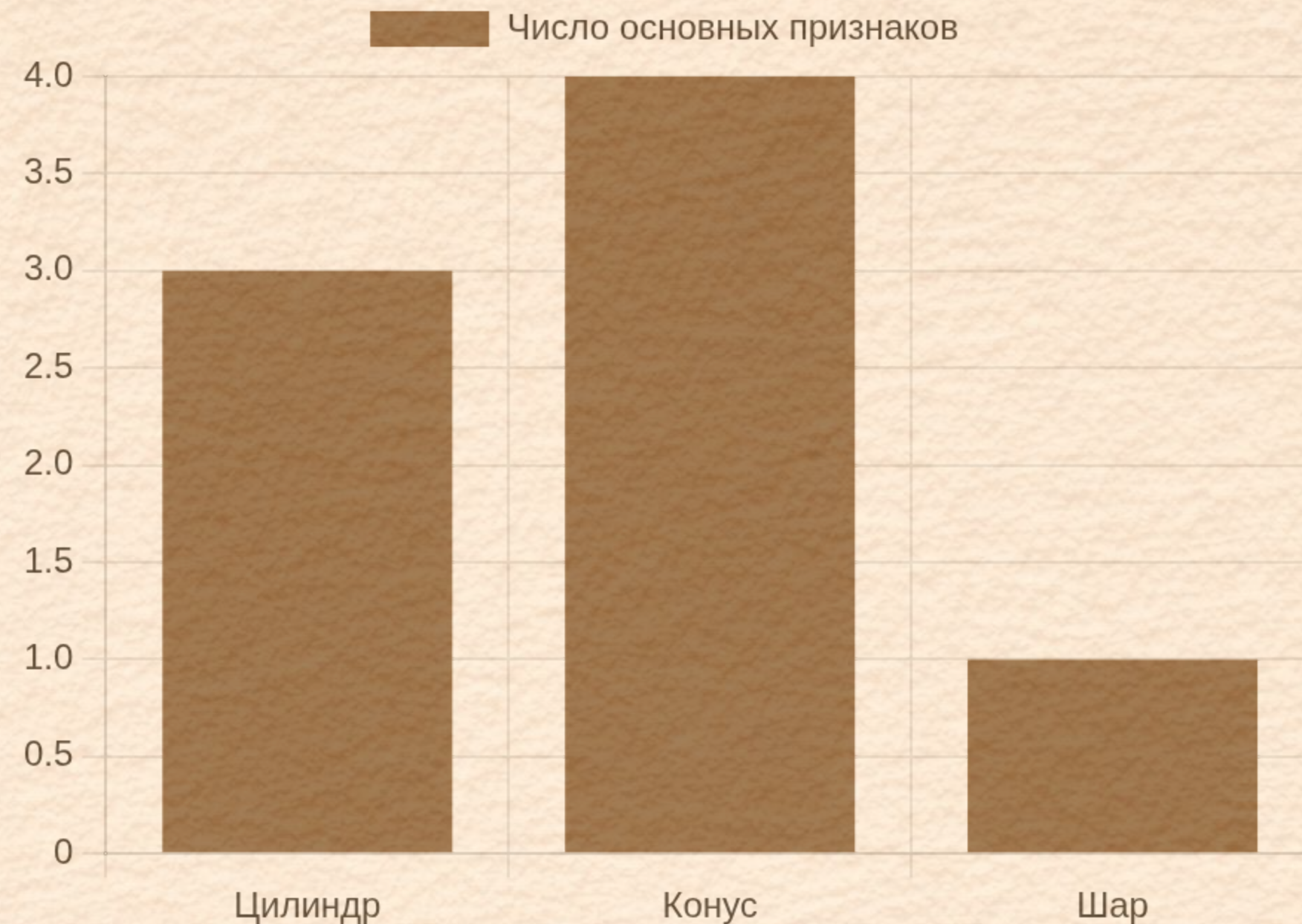


Сравнение основных признаков тел вращения

У каждого тела свои опорные элементы: у цилиндра – два основания, у конуса – вершина и образующая, у шара – только радиус.

По набору признаков легко отличать тела друг от друга и не путать их при чтении чертежей и решении задач.

Сравнение выполнено по учебным признакам тел вращения: основания, вершина, образующая, радиус и сечения.



Зачем нужны вычисления с фигурами вращения



Определить вместимость

Объём помогает понять, сколько жидкости помещается в банку, бутылку или резервуар. Так можно сравнить вместимость разных предметов, не измеряя всё вручную по частям.



Рассчитать поверхность

Площадь поверхности нужна, если предмет собираются покрасить, обклеить или упаковать. Формула позволяет быстро узнать нужное количество материала без лишних измерений.



Получить точный ответ

Геометрические формулы дают аккуратный результат и экономят время. Их используют не только в школе, но и в технике, строительстве и повседневных расчётах.

Что важно запомнить по теме

Фигуры вращения — это объёмные тела, которые получают вращением плоской фигуры вокруг оси. К ним относятся цилиндр, конус и шар, а описывают их через радиус, высоту и основание.

У цилиндра два основания, у конуса одно основание и одна вершина, а у шара нет ни оснований, ни вершины. У каждого тела свои сечения и свои особенности формы.

Эта тема учит переходить от рисунка к объёмному телу и выбирать нужную формулу. Такие умения нужны для решения задач и для понимания формы предметов вокруг нас.



Фигуры вращения: математика в привычных предметах

Фигуры вращения помогают увидеть математику в знакомых вещах и научиться точно описывать цилиндр, конус и шар. Эти знания полезны и в задачах, и в жизни.