



Преобразование целых выражений: основные приёмы алгебры 7 класса

Научимся упрощать выражения и видеть в них удобную форму.



Зачем уметь преобразовывать выражения

Преобразование делает вычисления быстрее, запись — короче, а решение уравнений и задач — понятнее. В 7 классе этот навык особенно нужен в алгебре, геометрии и при проверке ответа.



Что называют целым выражением

Без деления на выражение

Целое выражение не содержит деления на букву или выражение, а значит, в знаменателе не может стоять переменная. Это главное отличие от дробных выражений.

Состав выражения

Оно строится из чисел, букв, степеней и знаков сложения, вычитания или умножения. Такие части можно объединять, раскрывать и упрощать по правилам алгебры.

Примеры записи

К целым выражениям относятся $3x-5$, $2a^2+7a-1$, $(x+4)(x-2)$ и $6m-3n+8$. Скобки не мешают, если внутри нет деления на букву.

Где встречаются

Такие выражения часто появляются в задачах на вычисление периметра, площади, стоимости и в уравнениях. Поэтому важно уметь быстро узнавать их вид и преобразовывать.



Основные виды преобразований целых выражений

Преобразование целых выражений

Таблица показывает три самых частых способа работы с целыми выражениями и их типичные результаты.

Все преобразования сохраняют значение выражения, но делают его короче и удобнее для дальнейших действий.

Вид	Что происходит	Пример
Скобки	Раскрываются	$3(x-2)=3x-6$
Подобные	Объединяются	$4x+2x=6x$
Множители	Выносятся	$x^2-9=(x-3)(x+3)$

Распределительное свойство умножения

1. Главное правило

Если число стоит перед скобками, оно умножает каждый член внутри. Поэтому $a(b+c)=ab+ac$ и $a(b-c)=ab-ac$ — это основа раскрытия скобок.

2. Работа со знаками

При минусе перед скобками знаки внутри меняются на противоположные. Например, $-(x+4)=-x-4$, потому что минус действует на оба слагаемых.

3. Пример вычисления

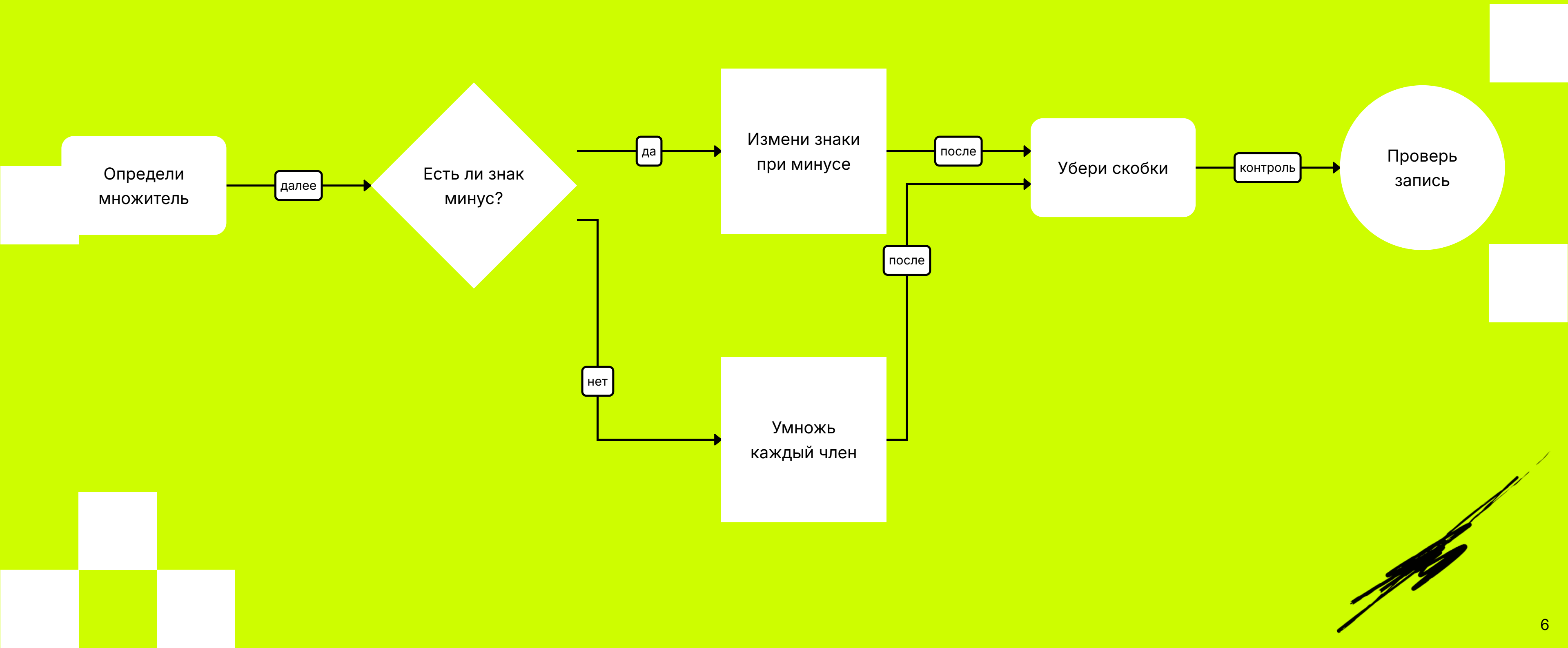
В выражении $5(2x-3)$ сначала умножают 5 на $2x$, затем на -3 . Получается $10x-15$, и ни один член не должен быть пропущен.

4. Типичная ошибка

Часто забывают умножить второй член в скобках или ошибаются со знаком. Чтобы избежать этого, полезно проверять каждый шаг отдельно.

Как раскрывать скобки

Пошаговый алгоритм для целых выражений



Приведение подобных слагаемых



Что объединяют

Подобные слагаемые имеют одинаковую буквенную часть и отличаются только коэффициентами. Например, $3x$ и $-5x$ можно объединить, а $2x$ и $2y$ — нельзя.

Что меняется

При приведении подобных слагаемых складывают или вычитают только числа перед буквами. Буквенная часть остаётся той же, поэтому $4mn$ и $-mn$ дают $3mn$.

Когда нельзя складывать

Неподобные слагаемые не объединяются: x и x^2 , $3ab$ и $3a$, $2x$ и $2y$. У них разная буквенная часть, значит, они обозначают разные величины.

Зачем это нужно

После объединения выражение становится короче и легче для дальнейших вычислений. Это особенно полезно в уравнениях, где важно быстро увидеть общий вид ответа.



Как упрощается выражение по шагам

Один и тот же пример можно записать несколькими способами, сохраняя его значение и делая форму удобнее для вычислений.

Чем дальше продвигается преобразование, тем короче запись и тем проще заметить общий множитель.



Пошаговый разбор преобразования: $2(x+3)+x$

Формулы сокращённого умножения

Квадрат суммы — быстрый путь к трём слагаемым

Если нужно раскрыть квадрат суммы, не обязательно перемножать всё по шагам. Формула $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ сразу показывает три части результата. Например, $(x+5)^2$ даёт $x^2+10x+25$, а значит, выражение можно записать быстро и без лишних действий.



Квадрат разности: тот же принцип, но другой знак

В квадрате разности тоже получается три слагаемых, однако средний член имеет минус: $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$. Поэтому $(m-3)^2$ превращается в m^2-6m+9 . Эта формула удобна, когда в скобках стоит вычитание и нужно избежать громоздкого умножения.



Разность квадратов помогает разложить выражение

Формула $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ показывает, что разность квадратов можно записать как произведение двух множителей. Например, y^2-16 сразу раскладывается в $(y-4)(y+4)$. Такой приём часто используют, чтобы упростить выражение или подготовить его к решению уравнения.



Сравнение формул сокращённого умножения



Формула	Результат	Пример
Квадрат суммы	3 слагаемых	$(x+2)^2$
Квадрат разности	3 слагаемых	$(y-5)^2$
Разность квадратов	2 множителя	x^2-49

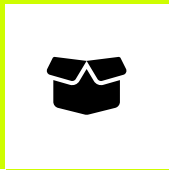
Школьный курс алгебры, 7 класс



Таблица помогает увидеть, чем отличаются основные формулы и как по виду результата узнать нужный приём.

Если виден квадрат суммы или разности, получается трёхчлен; если выражение имеет вид разности квадратов, его удобно раскладывать на два множителя.

Разложение на множители



Общий множитель

Если у всех слагаемых есть одинаковая часть, её выносят за скобки. Так запись становится короче, а выражение легче читать и использовать в дальнейших преобразованиях.



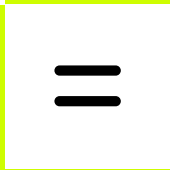
Разность квадратов

Выражение вида $a^2 - b^2$ удобно сразу заменять произведением двух скобок. Это экономит время и помогает быстро увидеть скрытую структуру выражения без лишних вычислений.



Группировка

Иногда слагаемые объединяют попарно, чтобы в каждой группе появился общий множитель. После этого обе части можно вынести за скобки и получить произведение.



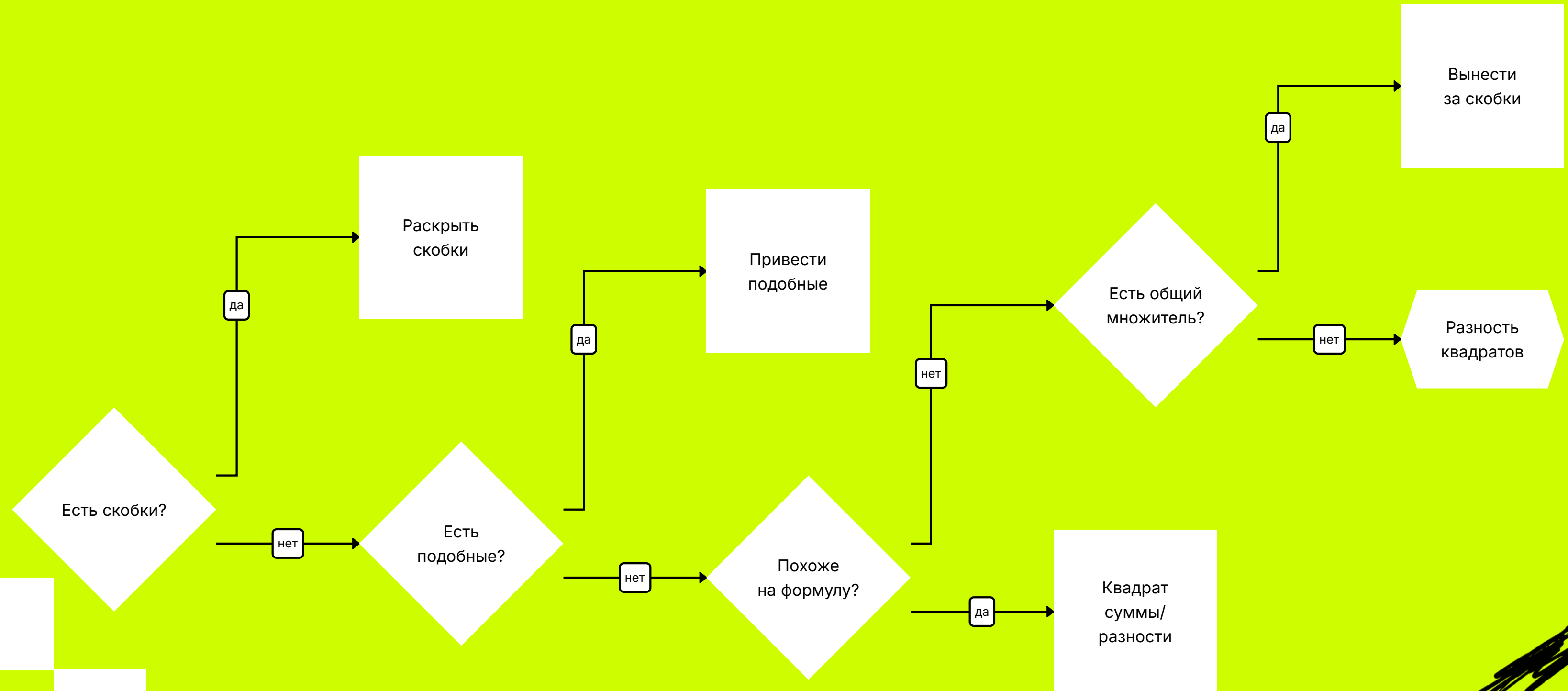
Польза преобразования

Разложение на множители облегчает упрощение выражений и решение уравнений. Оно помогает перейти от длинной суммы к более удобному произведению, где проще заметить нужный способ решения.



Как выбрать способ преобразования

Алгоритм выбора зависит от вида выражения и его структуры: скобки, одинаковые слагаемые, общий множитель или формулы сокращённого умножения.



Типичные ошибки при преобразовании



Чаще всего ошибки появляются там, где нужно внимательно следить за знаками и буквенной частью. Особенно полезно отдельно проверять каждый шаг после раскрытия скобок.

Самые рискованные места — минус перед скобками и смешение неподобных слагаемых. Аккуратная запись и проверка шага снижают число ошибок.



Учебная схема по теме «Преобразование целых выражений»,
без статистической выборки

Преобразование выражений в текстовых задачах

От слов к формуле

В текстовой задаче важно сначала выделить величины и связь между ними. Если ширина равна x , а длина на 3 см больше, то длина записывается как $x+3$. После этого выражение можно упростить или подставить в формулу площади.



Краткая запись помогает решать

Когда условие переведено на язык алгебры, задача становится нагляднее. Фразы «в 2 раза больше» и «разность чисел» превращаются в умножение и вычитание, а затем полученную запись легче проверить и использовать в вычислениях.



Примеры преобразований с ответами

В таблице показаны разные способы работы с целыми выражениями: раскрытие скобок, приведение подобных слагаемых, применение формулы и вынесение общего множителя.

Один и тот же результат можно получить разными приёмами. Выбор способа зависит от структуры выражения и помогает сократить запись.

Выражение	Шаги	Итог
$4(x-1)+2x$	$4x-4+2x$	$6x-4$
$(a+3)^2$	a^2+6a+9	a^2+6a+9
$7y-3(y-2)$	$7y-3y+6$	$4y+6$
x^2-25	$(x-5)(x+5)$	$(x-5)(x+5)$

Примеры, составленные по правилам алгебры 7 класса

Проверка правильности преобразования



1.

Подставьте число

Возьмите простое значение переменной, например $x=1$ или $x=2$. Подставьте его в исходное выражение и в полученный результат, затем сравните оба ответа.

2.

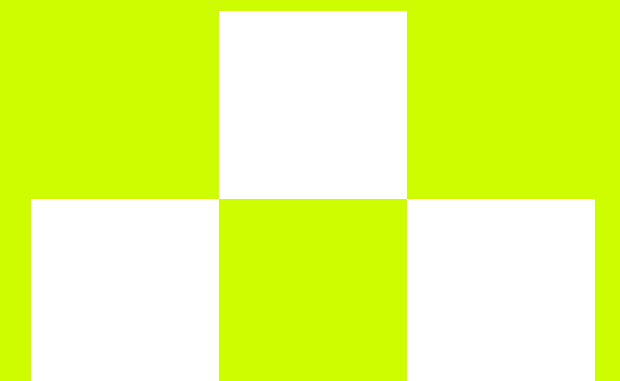
Сравните значения

Если числа совпали, преобразование выполнено верно. Если есть расхождение, ошибка обычно скрыта в знаке, коэффициенте или в одном из промежуточных шагов.

3.

Исправьте неточность

После проверки вернитесь к тому месту, где значения перестали совпадать. Такой способ помогает быстро обнаружить неверное раскрытие скобок и пропущенные члены.



Что помогает быстрее решать выражения



Скорость появляется не из-за спешки, а из-за уверенного владения приёмами. Чем лучше ученик узнаёт знакомые формы выражений, тем меньше лишних действий он выполняет.

Наибольшую пользу дают знание формул и уверенная работа со знаками. Эти навыки сильнее всего сокращают время на решение.



Учебная схема-оценка, составленная для объяснения темы

Связь с уравнениями и неравенствами

1. Сначала упростить

Перед решением уравнения полезно убрать скобки и привести подобные слагаемые. Так выражение становится короче, а дальнейшие действия выполняются быстрее и без лишних вычислений.

2. Сделать запись удобнее

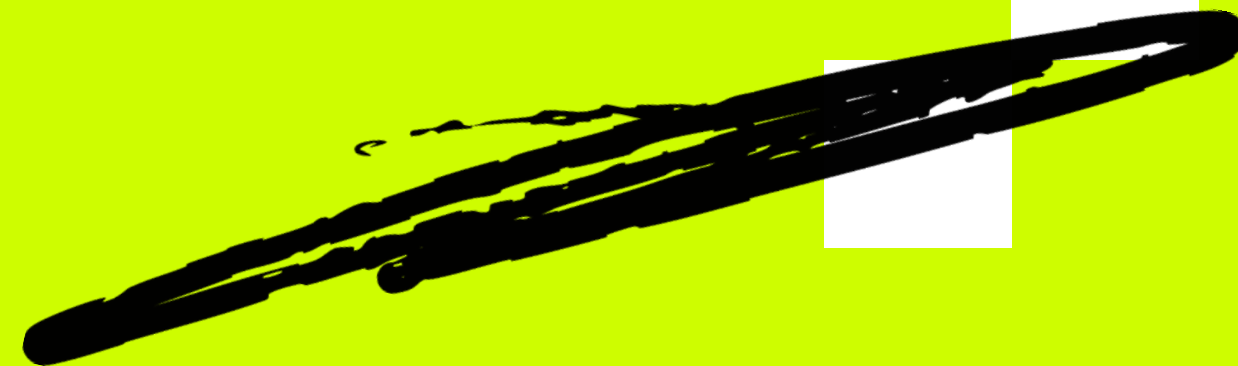
Если в уравнении или неравенстве есть общий множитель, его можно вынести за скобки. Это уменьшает число шагов и помогает лучше видеть структуру выражения.

3. Решать по шагам

После упрощения легче выделить неизвестное и выполнить необходимые действия. В неравенствах это особенно важно, потому что каждая неточность со знаком меняет ответ.

4. Проверить ответ

Когда решение найдено, его стоит подставить обратно в исходную запись. Такая проверка показывает, что преобразования были выполнены без ошибок и значение не нарушено.



Правила, которые нужно помнить

Следить за скобками

Сначала определяют, что делать со скобками: раскрыть их или оставить для дальнейшего преобразования. Ошибка на этом этапе обычно ведёт к неверному результату всего выражения.

Не забывать знаки

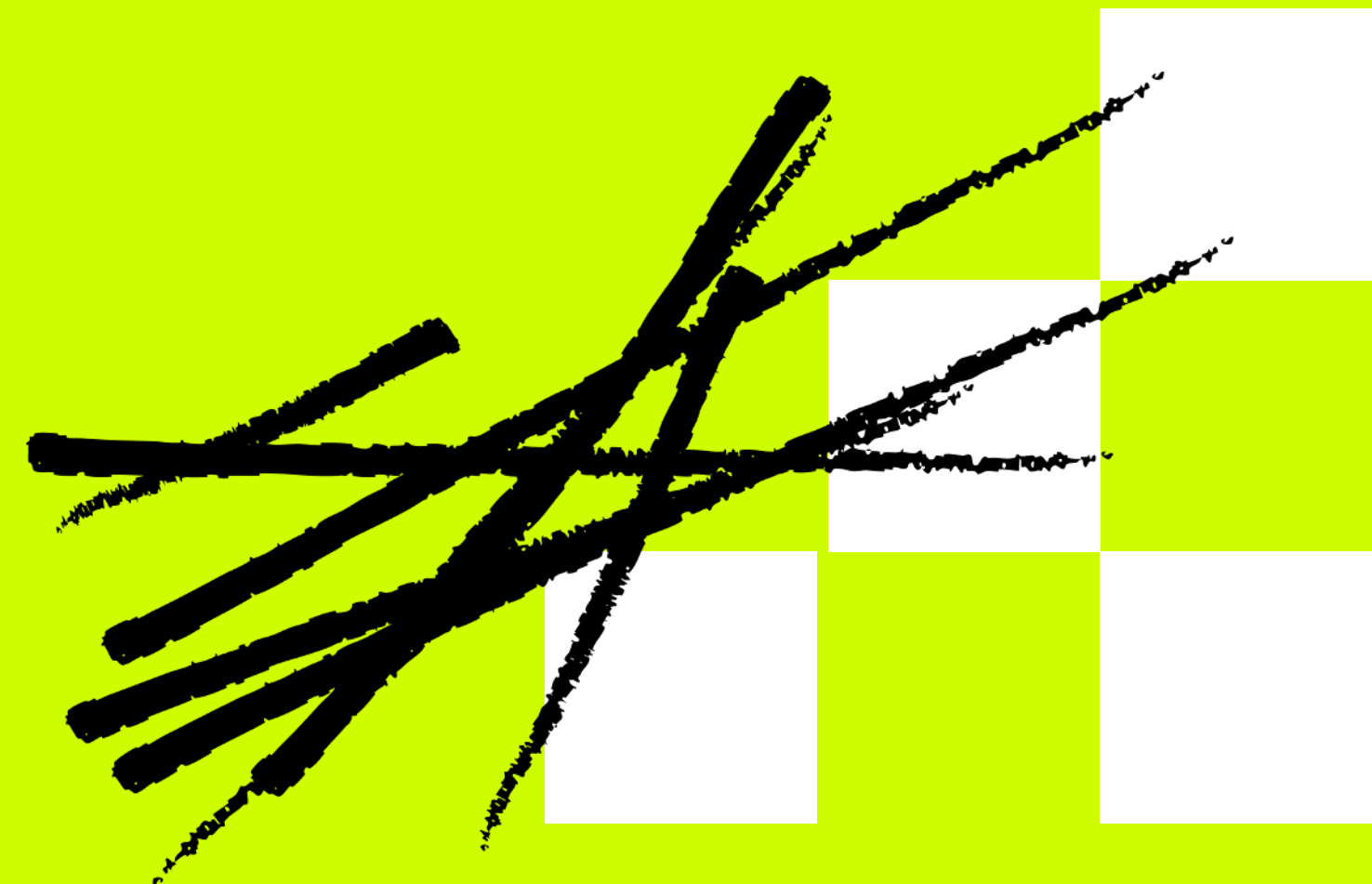
Особенно внимательно нужно работать с минусом перед скобками. Он меняет знаки всех членов внутри, поэтому каждое слагаемое следует проверять отдельно.

Сравнивать только подобные

Складывать и вычитать можно лишь слагаемые с одинаковой буквенной частью. Выражения $2x$ и $2y$ или x и x^2 не объединяются, потому что они разные.

Проверять результат

Каждое преобразование должно сохранять значение выражения. Если есть сомнение, удобно сделать подстановку числа и убедиться, что исходная и новая записи совпадают.





Уверенное преобразование начинается с точности

Если помнить про скобки, подобные слагаемые, формулы и общий множитель, целые выражения становятся понятнее и короче. Главное — работать аккуратно, не терять знаки и проверять каждый шаг.

