

Определение степени с натуральным показателем

Краткая запись повторяющегося умножения



Зачем нужна степень в алгебре

Степень заменяет длинные произведения и делает запись короче, а вычисления — понятнее. Эта форма встречается в математике, науке и при работе с большими числами.



Что означает запись a^n

1

Основание степени

В записи a^n число a называют основанием. Именно оно повторяется в произведении и умножается само на себя столько раз, сколько показывает показатель.

2

Показатель степени

Число n — это показатель степени. Оно показывает, сколько одинаковых множителей нужно записать. Поэтому степень с натуральным показателем всегда связана с повторяющимся умножением.

3

Примеры записи

Например, 3^2 означает 3×3 , 5^3 — $5 \times 5 \times 5$, а 10^4 — $10 \times 10 \times 10 \times 10$. Чем больше показатель, тем больше одинаковых множителей в произведении.

Состав записи степени

Таблица показывает, из каких частей состоит запись степени и как они связаны со значением выражения.

Показатель указывает, сколько раз основание входит в произведение, а значение зависит от обоих чисел.

Примеры степеней с натуральным показателем

Запись	Основание	Показатель	Значение
2^3	2	3	8
4^2	4	2	16
6^3	6	3	216

Как читают степени

Вторая степень

Запись 2^2 читают как «два в квадрате». Так называют вторую степень, потому что она связана с понятием квадрата и часто встречается в геометрии.

Третья степень

Запись 2^3 читают как «два в кубе». Третья степень получила такое название из-за связи с объёмом куба и пространственными задачами.

Обычное чтение

Степени с большими показателями читают как «три в четвёртой степени» или «пять в шестой степени». Такое чтение помогает точно понимать запись.

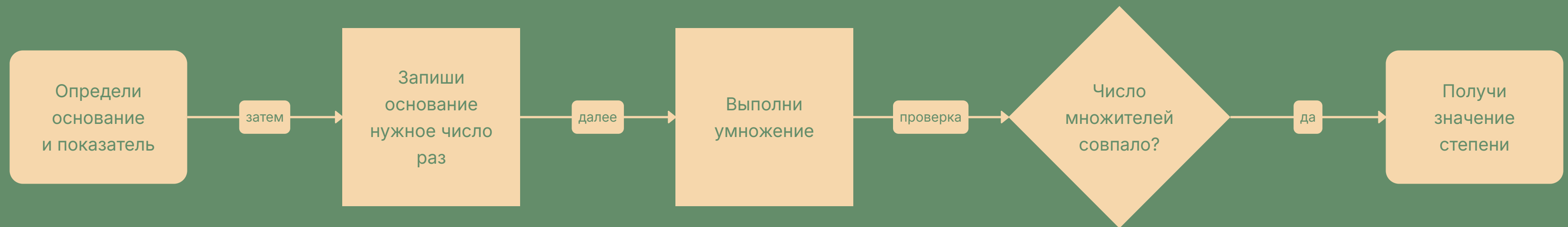
Особые названия

Для показателей 2 и 3 часто используют слова «квадрат» и «куб». Это удобные и привычные названия, которые делают математическую речь короче.



Как вычисляют значение степени

Последовательность действий при вычислении степени с натуральным показателем



Квадрат и куб числа

Квадрат числа

Вторая степень называется квадратом числа. Например, $6^2 = 36$: это можно представить как площадь квадрата со стороной 6, где каждая сторона участвует в умножении.

Куб числа

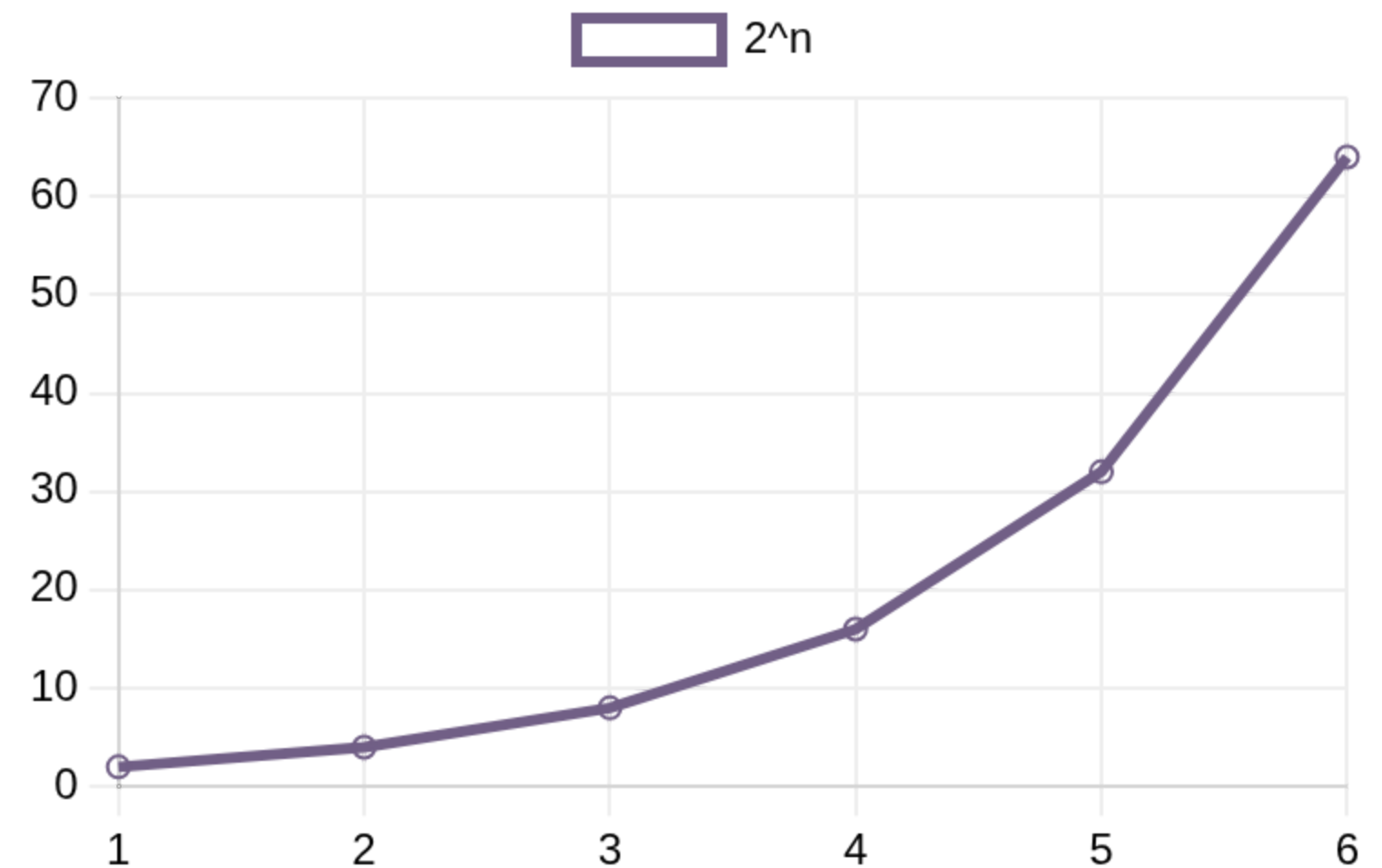
Третья степень называется кубом числа. Например, $2^3 = 8$ связано с объёмом куба со стороной 2, поэтому такое название удобно использовать в геометрии.



Как быстро растёт значение степени

Даже при небольшом основании результат увеличивается очень быстро. Это хорошо видно на последовательности степеней двойки, где каждое следующее значение вдвое больше предыдущего.

Рост степени ускоряется с каждым шагом, потому что к произведению добавляется ещё один одинаковый множитель.



Вычисления степеней числа 2

Особые случаи при натуральных показателях

Первая степень

Любое ненулевое число в первой степени равно самому себе: $a^1 = a$. Например, $7^1 = 7$ и $15^1 = 15$, поэтому результат не меняется.

Ноль в первой степени

Ноль тоже сохраняет своё значение: $0^1 = 0$. Это частный случай общего правила для первой степени, которое важно запомнить при вычислениях.

Только натуральные показатели

В этой теме рассматривают показатели 1, 2, 3, 4 и далее. Именно они называются натуральными и задают число одинаковых множителей в произведении.



Сравнение разных степеней

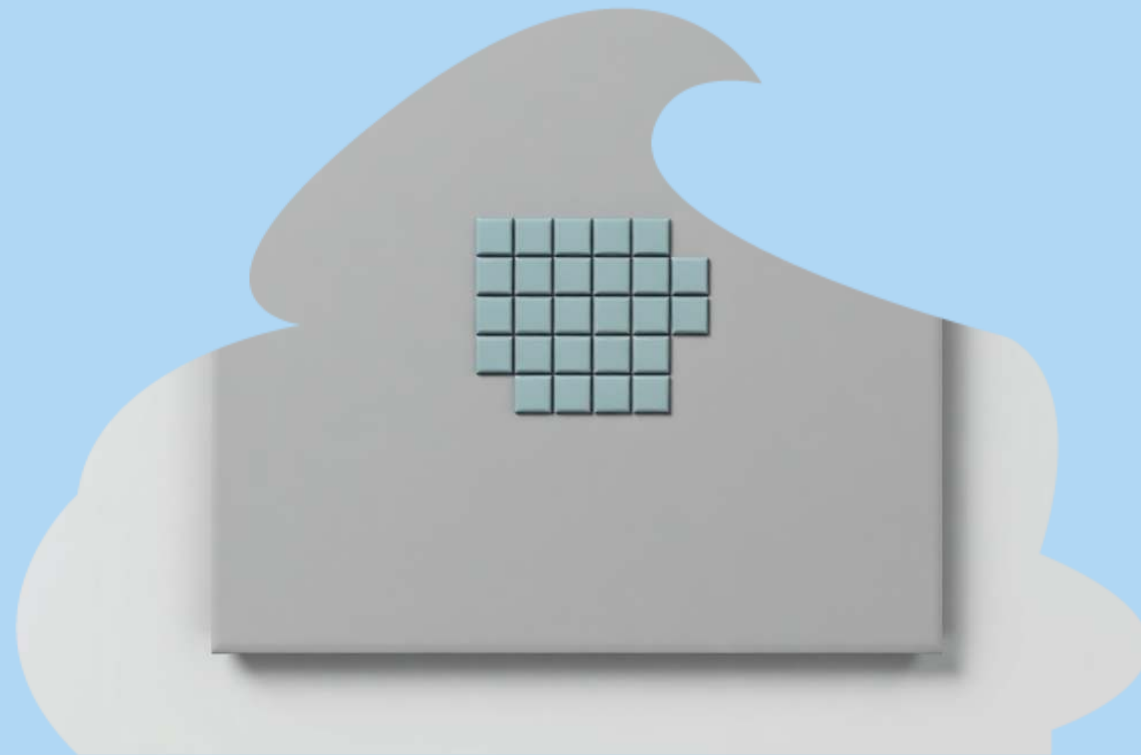
Таблица помогает увидеть, что одинаковый результат может получаться из разных степеней, а одинаковые числа не означают одинаковую запись.

Равные результаты могут быть получены разными способами, поэтому важно учитывать и основание, и показатель.

Примеры вычисления степеней с натуральным показателем

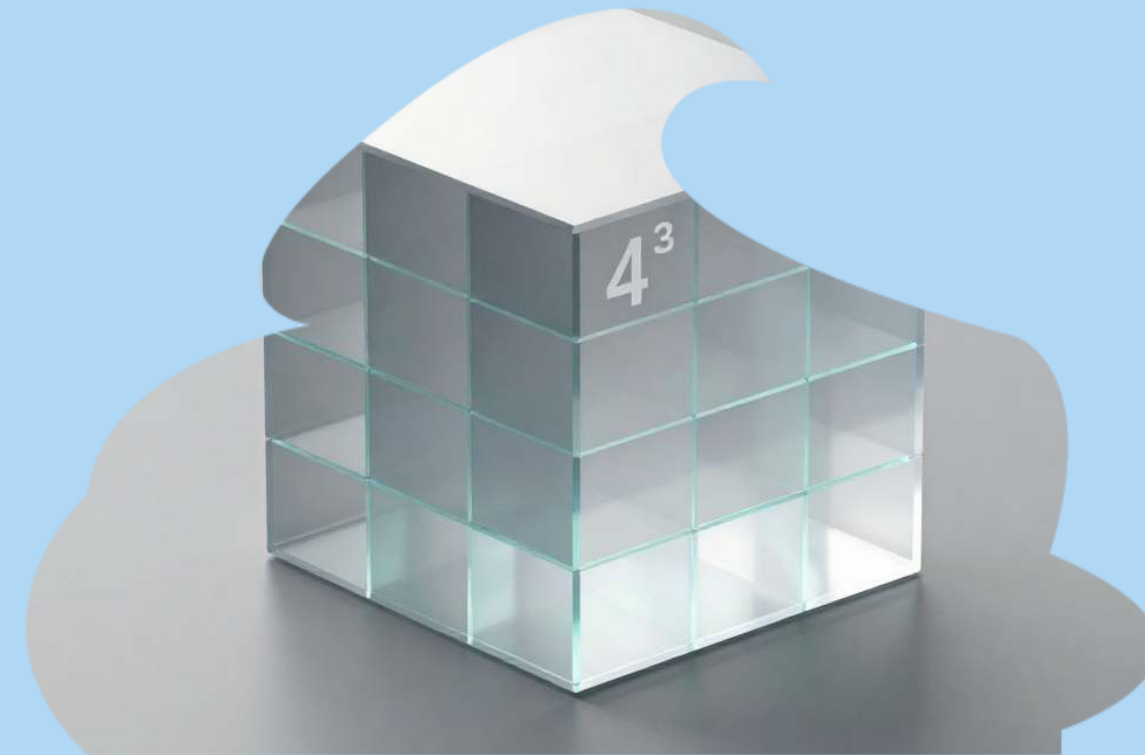
Выражение	Результат	Комментарий
2^4	16	четыре двойки
4^2	16	две четвёрки
3^3	27	три тройки
5^2	25	два множителя
10^3	1000	тысяча

Степень в геометрии



Квадрат на плоскости

Если сторона квадрата равна 7 см, его площадь находят по формуле 7^2 . Это значит, что нужно умножить 7 на 7 и получить 49 см^2 . Такая запись сразу показывает связь степени с площадью фигуры.



Куб в пространстве

У куба со стороной 4 см объём вычисляют как 4^3 . Здесь число 4 умножается само на себя три раза, и получается 64 см^3 . Изображение куба помогает увидеть, почему в объёме появляется третья степень.

Показатель и число множителей

Чем больше показатель, тем длиннее развернутая запись степени. Это удобно видеть на простых числах.

Показатель степени прямо показывает количество одинаковых множителей в произведении.



Составлено по определению степени с натуральным показателем.

Частые ошибки в записи степени

1

Неправильное положение показателя

Показатель всегда пишут маленькой цифрой сверху справа от основания. Если поставить его рядом, запись станет нечитаемой и может быть воспринята как обычное число или другое действие.

2

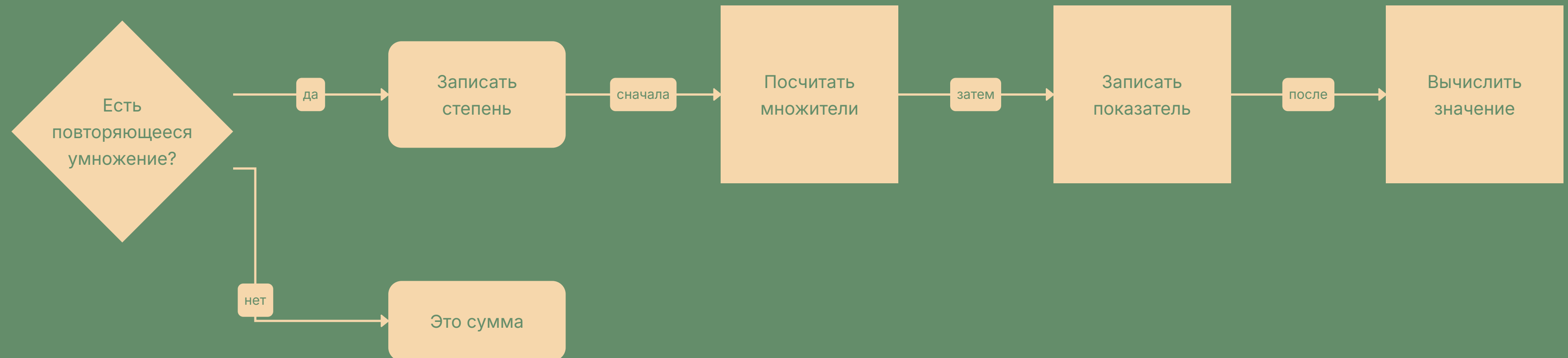
Путаница со сложением

Степень означает умножение одинаковых множителей, а не их сложение. Поэтому 2^4 — это $2 \times 2 \times 2 \times 2$, а не $2 + 2 + 2 + 2$; ответ у этих выражений разный.



Как отличить степень от суммы и произведения

Схема построена по правилу: степень записывают только тогда, когда одно и то же число умножается само на себя несколько раз.



Степени в больших числах



1

Короткая запись

Степени позволяют записывать большие числа без длинной цепочки нулей. Например, 10^3 означает 1000, а 10^6 — 1000000. Такая форма экономит место и делает запись аккуратнее.



3

Связь с разрядами

Степени десяти связаны с разрядным строением числа. Чем больше показатель, тем дальше разряд: сотни, тысячи, миллионы. Поэтому степень помогает понимать, как устроено число.



2

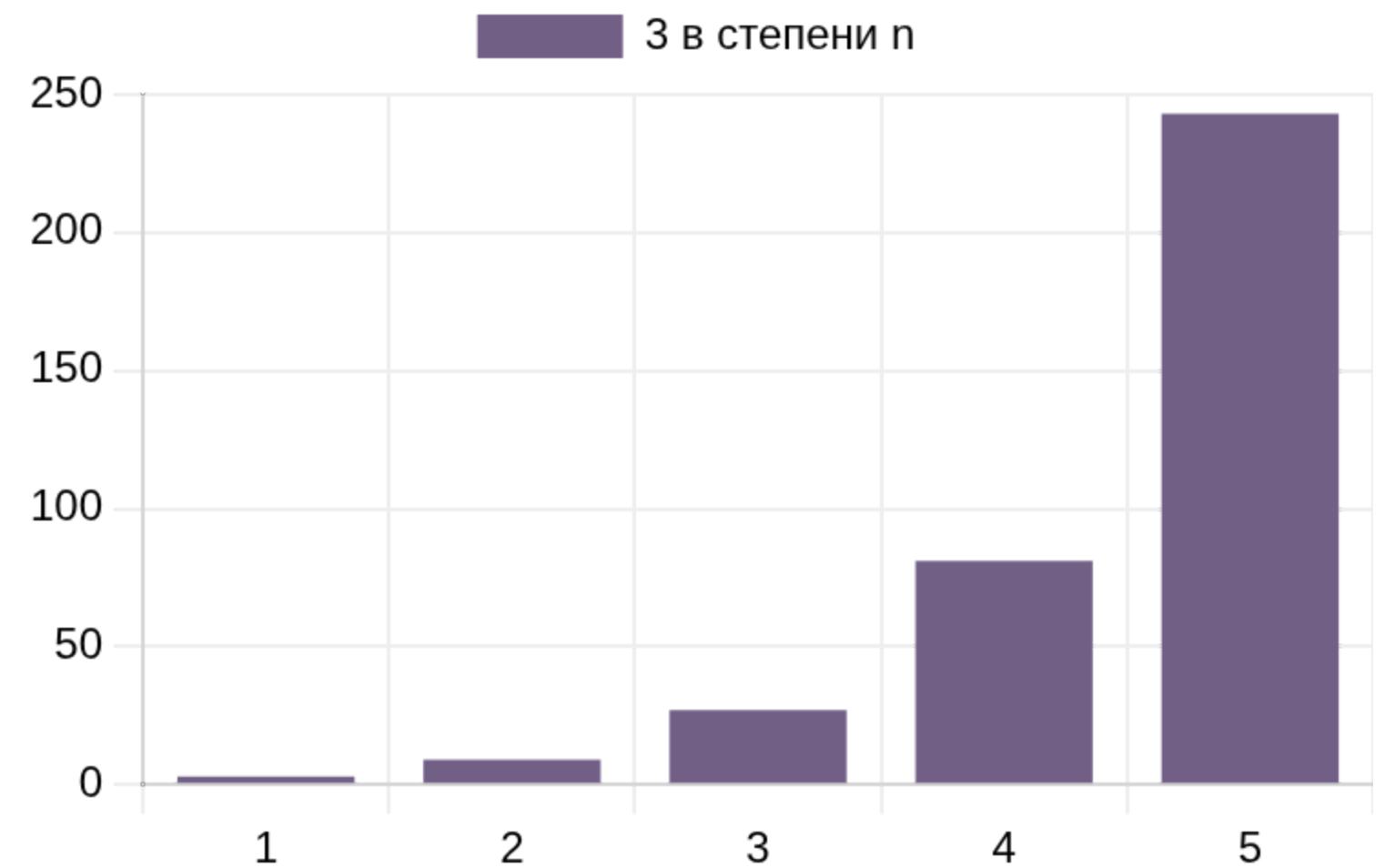
Удобство в науке

В задачах по математике, физике и информатике краткая запись особенно полезна. Она помогает быстро сравнивать числа, не теряя смысла и не переписывая большое количество одинаковых разрядов.

Одно и то же основание, разные показатели

При одном основании каждый новый показатель резко увеличивает результат, поэтому рост становится всё заметнее.

Даже небольшое увеличение показателя приводит к сильному росту значения степени.



Составлено по вычислениям $3^1, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5$.

Проверка вычисления степеней

Сверяйте ответ с развернутой записью: количество одинаковых множителей должно совпадать с показателем.

Развернутая запись помогает быстро проверить вычисление и не перепутать показатель с числом множителей.

Составлено по правилам вычисления степени с натуральным показателем.

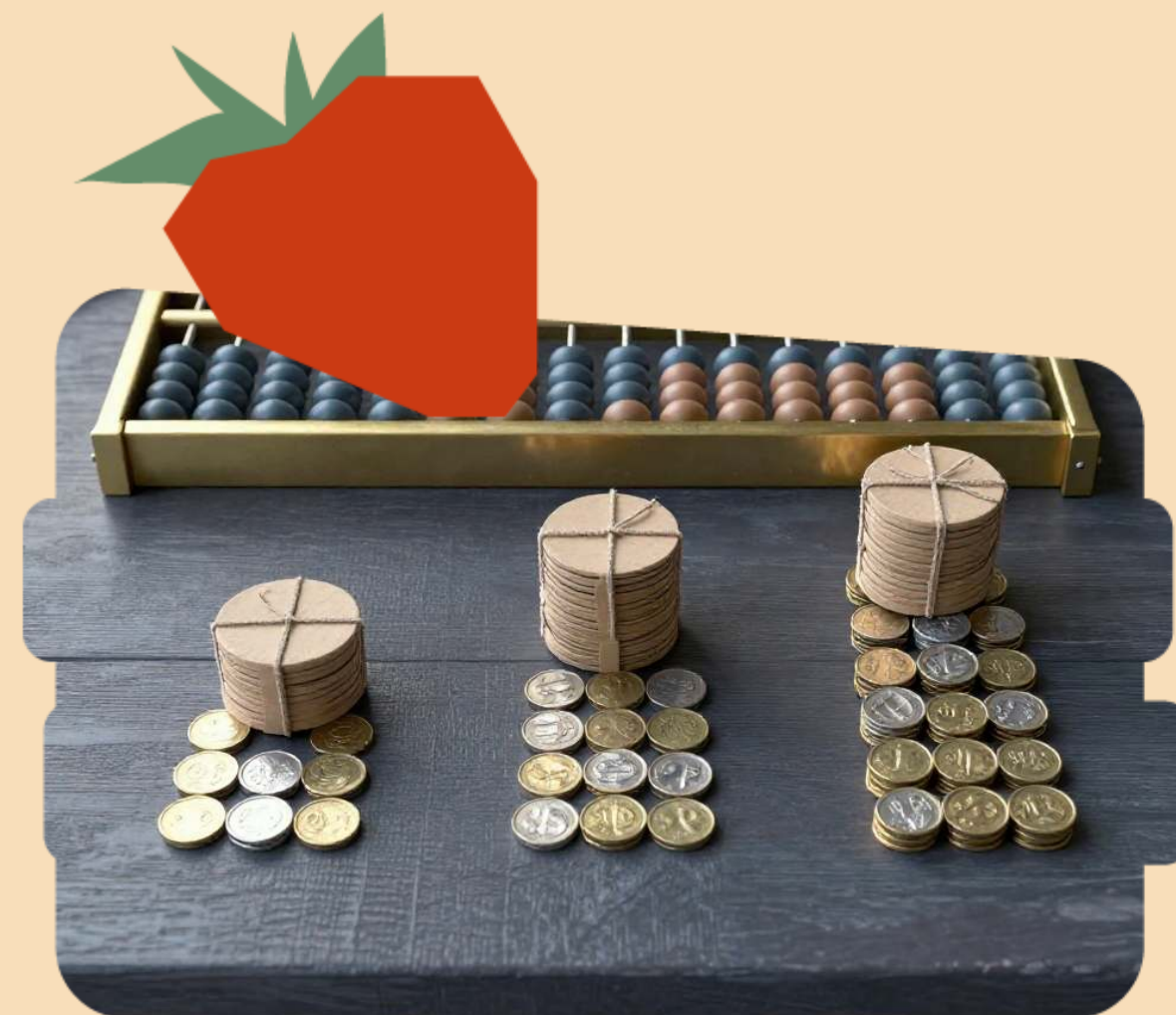
Выражение	Развернутая запись	Ответ
7^2	7×7	49
9^2	9×9	81
2^5	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	32
3^4	$3 \times 3 \times 3 \times 3$	81

Где встречаются степени в жизни



Измерения и фигуры

Степени часто появляются там, где нужно считать площадь или объём. В квадрате используется вторая степень, а в кубе — третья. Поэтому запись со значками ^{2} и ^{3} помогает сразу понять, о какой величине идёт речь.



Числа вокруг нас

Степени полезны и при записи разрядов числа, особенно степеней десяти. Они позволяют кратко обозначать сотни, тысячи и миллионы без лишних нулей. В повседневных вычислениях это делает запись короче и понятнее.

Главные правила определения степени

1

Что показывает основание

Основание — это число, которое повторяется в произведении. Именно его умножают на самого себя нужное число раз, поэтому при чтении записи сначала называют основание.

2

Что показывает показатель

Показатель говорит, сколько одинаковых множителей входит в степень. Если показатель равен 4, основание нужно умножить само на себя четыре раза, и только тогда получится значение степени.

3

Квадрат и куб

Вторая степень имеет особое название — квадрат, а третья степень называется кубом. Эти названия связаны с геометрией и помогают быстрее понимать смысл записи в учебных задачах.

4

Степень первой степени

Если показатель равен 1, число не изменяется: $a^1 = a$. Это правило удобно запомнить, потому что в записи с одной степенью повторение умножения не требуется.

Степень: короткая запись, большие возможности

Степень помогает заменить длинное умножение короткой и понятной записью. Если помнить, что основание показывает число, а показатель — число множителей, вычисления становятся быстрее и аккуратнее.

